

UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA  
Facultatea de Economie și Administrarea Afacerilor  
Programul de studii: Statistică și Previziune Economică

# Licență – 2015

# CUNOȘTINȚE DE

# SPECIALITATE

Disciplinele cuprinse în volum

**ECONOMETRIE**  
**SONDAJ ȘI ANCHETE STATISTICE**  
**DEMOGRAFIE**  
**PREVIZIUNE ECONOMICĂ**  
**ANALIZĂ ECONOMIC-FINANCIARĂ**

Autorii volumului

**Prof.univ.dr. Vasile GEORGESCU**  
**Conf.univ.dr. Ilie MURĂRIȚA**  
**Prof.univ.dr. Carmen RADU**  
**Prof.univ.dr. Ion ENEA-SMARANDACHE**  
**Prof.univ.dr. Nicu MARCU**

CRAIOVA, 2015

# CUPRINS

<b>ECONOMETRIE .....</b>	<b>3</b>
1. Modelul de regresie liniară simplă.....	3
2. Modelul de regresie liniară multiplă .....	19
3. Modelarea și predicția seriilor de timp .....	28
<b>SONDAJE ȘI ANCHETE STATISTICE.....</b>	<b>34</b>
1. Locul și rolul cercetărilor parțiale în cadrul cercetării statistice .....	34
2. Caracteristicile sondajului statistic.....	36
3. Eșantionarea .....	38
4. Erori și surse de erori în cercetările selective .....	44
5. Construcția chestionarului.....	49
6. Colectarea și prelucrarea datelor în cercetările parțiale .....	52
7. Sondajul simplu întâmplător .....	56
8. Sondajul stratificat .....	64
9. Sondajul de serii.....	69
<b>DEMOGRAFIE .....</b>	<b>74</b>
1. Analiza statistică a efectivului și structurii populației. Caracteristicile procesului de îmbătrânire demografică a populației.....	74
2. Metode de analiză a fenomenelor demografice .....	82
3. Analiza principalelor fenomene demografice: mortalitate, nupțialitate, divorțialitate, natalitate și fertilitate .....	91
4. Metode statistice de analiză a calității vieții .....	111
<b>PREVIZIUNE ECONOMICĂ.....</b>	<b>114</b>
1. Necesitatea și rolul previziunii economice în societatea contemporană.....	114
2. Clasificarea și conținutul previziunilor dezvoltării economico-sociale.....	123
3. Considerații generale privind metodologia previziunii economice .....	128
4. Metode de proiectare pe elemente .....	134
5. Folosirea modelării economico-matematice în previziunea economică.....	139
<b>ANALIZĂ ECONOMIC-FINANCIARĂ .....</b>	<b>152</b>
1. Cadrul general al analizei economico-financiare.....	152
2. Analiza activității de producție și comercializare .....	154
3. Analiza utilizării factorilor de producție .....	163
4. Analiza cheltuielilor întreprinderii.....	167
5. Analiza rentabilității întreprinderii.....	178

# ECONOMETRIE

## 1. MODELUL DE REGRESIE LINIARĂ SIMPLĂ

### 1.1. Noțiunea de dependență stohastică

Prin caracterul lor dinamic, procesual, atât fenomenele din natură cât și cele din societate se află într-o permanentă interacțiune, stabilind numeroase conexiuni reciproce, a căror existență, formă și intensitate trebuie cercetate.

Tipul acestor conexiuni poate fi însă principial diferit. Pentru un domeniu destul de restrâns al realității, între variabilele care fac obiectul unor astfel de interacțiuni pot exista legături de cauzalitate strictă, când manifestarea unei cauze ( $x_i$ ) induce invariabil același efect ( $y_i$ ). Datorită caracterului lor conservativ (repetabil) aceste legături răspund rigorilor unui determinism cauzal și prin urmare pot fi modelate cu ajutorul unor dependențe funcționale de tipul:

$$y_i = f(x_i), \quad i = 1, \dots, n$$

în sensul că o anumită valoare  $x_i$  luată de variabila  $X$  este asociată în mod univoc cu o valoare  $y_i$  a variabilei  $Y$ .

Descrisă în termenii unei probabilități condiționate, dependența deterministă (strict cauzală) dintre variabilele  $X$  și  $Y$  se prezintă astfel:

$$P(Y = y_i | X = x_i) = 1$$

Din cauza complexității lor deosebite și mai ales datorită prezenței unor factori a căror influență este ignorată sau nu poate fi cuantificată (acționând ca elemente perturbatoare) legăturile dintre fenomenele social-economice iau forma dependențelor stohastice, intrând așadar sub incidența unui tip mai general de determinism (determinismul statistic), valabil doar din perspectiva legii numerelor mari. În acest caz, unei valori  $x_i$  a lui  $X$  nu îi mai corespunde o valoare unică a variabilei  $Y$ , ci o distribuție de probabilități pe  $Y$ , condiționată de valoarea luată de  $X$ .

Modelul de dependență stohastică, scris sub forma:

$$y_i = f(x_i, \varepsilon_i) = g(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

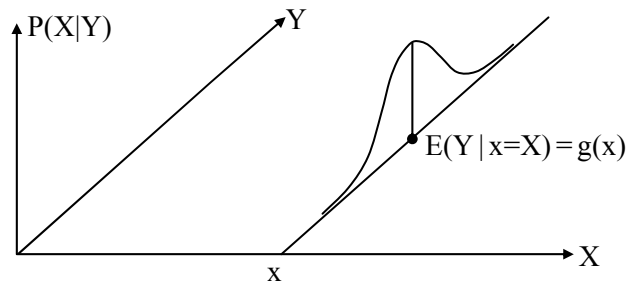
evidențiază faptul că nivelul observat  $y_i$  se formează atât prin contribuția unei componente deterministe  $g(x_i)$ , cât și în prezența unei perturbații (erori)  $\varepsilon_i$  (presupusă aici ca fiind de tip aditiv), ambele determinând legătura stohastică  $f$ . Probabilitatea condiționată asociată unei asemenea dependențe este dată de relația:

$$P(Y = y_i | X = x_i) < 1$$

În concluzie, variabila  $Y$  trebuie interpretată ca o variabilă aleatoare descrisă de o anumită distribuție de probabilități și a cărei valoare medie este determinată funcțional de  $g(x)$  când se specifică o valoare pentru  $x$ :

$$E(Y | X = x) = g(x)$$

în timp ce valorile reale (observate) oscilează în jurul mediei datorită influenței unor factori aleatori (figura 1.1):



**Fig. 1.1. Dependenta stocastica:** unei valori  $x \in X$  îi corespunde o distribuție de probabilități pe  $Y$ , având media condiționată  $E(Y | X = x) = g(x)$ .

### 1.2. Ipoteze privind datele de observație, cerute de utilizarea metodei CMMPO

Atunci când din considerații teoretice sau dintr-o analiză empirică preliminară se poate avansa ipoteza unei dependențe stocastice liniare între variabila explicată  $Y$  și variabila explicativă  $X$ , ajustarea drepte de regresie pe baza datelor de observație se face uzual prin metoda celor mai mici pătrate ordinare (CMMPO).

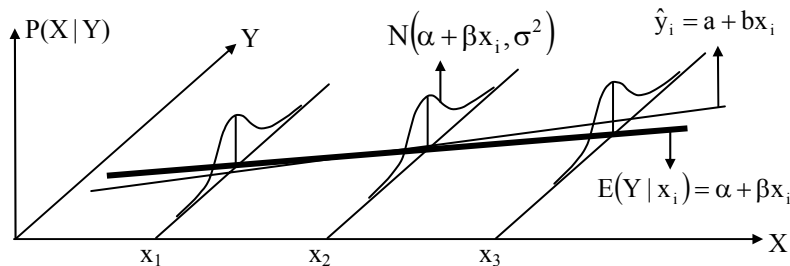
În primul rând, se impune să constatăm că regresia este o metodă inferențială, ce operează pe un eșantion de observații cu scopul de a deduce și generaliza concluziile asupra întregii populații. Din acest motiv, este necesar să distingem între „adevărata ecuație (dreaptă) de regresie”, pe de o parte:

$$y_i = \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots \quad (1.1)$$

(unde  $\alpha$  și  $\beta$  desemnează parametrii ce specifică în mod unic modelul relativ la întreaga populație statistică, având deci ca sursă o observare exhaustivă) și ecuația determinată pe baza unui eșantion oarecare, pe de altă parte:

$$y_i = a + b \cdot x_i + e_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.2)$$

unde  $a$  și  $b$  reprezintă estimații ale parametrilor  $\alpha$ , respectiv  $\beta$ , iar  $n$  este volumul eșantionului.



**Fig 1.2.** Dreapta de regresie corespunzând populației și estimăția acestei drepte, determinată pe baza unui eșantion oarecare

Fluctuațiile datorate alegerii eșantionului conduc inevitabil la o anumită variabilitate în estimarea parametrilor, sau, altfel spus, estimațiile  $a$  și  $b$  ale parametrilor au semnificația de variabile aleatoare.

Este așadar rațional să se considere că adevărata dreaptă de regresie (cea corespunzând populației) străbate centrele distribuțiilor condiționate ale lui  $Y$  în raport cu diferitele valori  $x_i$  luate de regresorul  $X$ , adică media condiționată a lui  $Y$  corespunde componentei deterministe a modelului:

$$E(Y | X = x_i) = \alpha + \beta \cdot x_i \quad (1.3)$$

Trebuie, de asemenea, să discriminăm între **termenul eroare**  $\varepsilon_i$ , semnificând abaterile valorilor  $y_i$  de la mediile lor condiționate, plasate pe dreapta corespunzând populației:

$$\varepsilon_i = y_i - E[Y | x_i] = y_i - \alpha - \beta \cdot x_i \quad (1.4)$$

și reziduurile estimate ale modelului:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - a - b \cdot x_i \quad (1.5)$$

reprezentând abaterile dintre valorile observate și cele ajustate ale lui Y, pe baza unui eșantion oarecare.

Aspectele comentate sunt ilustrate grafic în figura 1.2.

În continuare vom enunța și vom analiza pe rând ipotezele fundamentale pe care se bazează utilizarea estimatorului CMMPO.

**(i1) Forma funcțională: liniaritatea modelului** este postulată, conformitatea acestei presupunerii cu forma reală a dependenței dintre regresandul Y și regresorul X fiind condiția esențială pentru obținerea unor estimări consistente și aplicarea adecvată a metodelor specifice de testare.

Trebuie totuși remarcat faptul că aceeași procedură de estimare poate fi utilizată și în cazul unor modele neliniare în argumente, dar liniare în parametri:

$$f(y_i) = \alpha + \beta \cdot g(x_i) + \varepsilon_i \quad (1.6)$$

precum și a celor reducibile prin diverse transformări, convenabil alese, la acestea din urmă. Cel mai cunoscut model liniarizabil este **modelul log-liniar**:

$$y = \alpha \cdot x^\beta \Rightarrow \ln y = \alpha + \beta \cdot \ln x$$

numit uneori și **modelul cu elasticitate constantă**, deoarece:

$$E_x(y) = \frac{dy/y}{dx/x} = \frac{d \ln y}{d \ln x} = \beta$$

Deși validă din punctul de vedere al estimării propriu-zise a parametrilor, liniarizarea necesită serioase precauții în ceea ce privește aplicarea unor proceduri de testare și a unor criterii de comparație între modele alternative, privind fidelitatea ajustării (spre exemplu, în astfel de cazuri, utilizarea coeficientului de corelație liniară pentru a aprecia calitatea ajustării modelului neliniar este irelevantă).

**(i2) Ipoteze cu privire la eroarea  $\varepsilon_i$ .**

Ipoteza de liniaritate a modelului de regresie include și proprietatea de **aditivitate a erorii**, atât în cazul liniar propriu-zis:

$$y = \alpha + \beta \cdot x + \varepsilon$$

cât și în formele rezultate prin liniarizarea unor funcții neliniare:

$$y = h \cdot x^\beta \cdot k^\varepsilon$$

Admițând că această caracteristică de aditivitate este asumată implicit, eroarea  $\varepsilon_i$  trebuie să satisfacă trei ipoteze fundamentale, necesare pentru aplicarea procedurii de estimare prin CMMPO și o ipoteză adițională, cerută de efectuarea testelor de semnificație.

**i2.a. Speranța matematică a erorii  $\varepsilon_i$  este nulă:**

$$E[\varepsilon_i] = 0, \quad \forall i \quad (1.7)$$

Modelele afine sunt suficient de elastice pentru a asigura realizarea acestei ipoteze, prin simpla translatare a ordonatei la origine  $\alpha$ , cu menținerea neschimbată a coeficientului unghiular  $\beta$ . Într-adevăr, presupunând că  $E[\varepsilon_i] = \alpha' \neq 0$ , atunci modelul poate fi scris în forma echivalentă:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i = (\alpha + \alpha') + \beta x_i + (\varepsilon_i - \alpha') = \alpha^* + \beta x_i + \varepsilon_i^*$$

unde:

$$\begin{aligned} \alpha^* &= (\alpha + \alpha'); \quad \varepsilon_i^* = (\varepsilon_i - \alpha'); \\ E[\varepsilon_i^*] &= E[\varepsilon_i - \alpha'] = E[\varepsilon_i] - \alpha' = \alpha' - \alpha' = 0 \end{aligned}$$

**i2.b. Distribuția de probabilități a erorii  $\varepsilon_i$  este independentă de valorile luate de X**, fie în timp (diacronic), fie sectorial (sincronic); prin urmare, **realizările sale au dispersie constantă**:

$$\text{Var}[\varepsilon_i] = E[\varepsilon_i^2] = \sigma^2 = \text{constant}, \quad \forall i \quad (1.8)$$

Această proprietate poartă numele de **homoscedasticitate**, spre deosebire de cazul contrar (impropriu pentru utilizarea estimatorului CMMPO):

$$E[\varepsilon_i^2] = \sigma_i^2 \neq E[\varepsilon_j^2] = \sigma_j^2, \quad \text{pentru } i \neq j$$

situație cunoscută sub numele de **heteroscedasticitate**.

**i2.c. Erorile reprezintă o secvență de variabile aleatoare necorelate între ele** (se mai spune că nu prezintă **corelație serială**, sau **nu sunt autocorelate**):

$$\text{Cov}[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = E[\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j] = 0, \quad \forall i \neq j \quad (1.9)$$

În sfârșit, cea de-a patra ipoteză, deși nu influențează caracteristicile de optimalitate ale estimatorului CMMPO, este totuși o condiție necesară pentru a construi intervale de încredere și a aplica teste de semnificație, fiind impusă de recurgerea la teorema limită centrală. Ea se enunță astfel:

**i2.d. Erorile  $\varepsilon_i$  urmează o lege de distribuție normală, de medie nulă și dispersie  $\sigma^2$** , adică:

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad (1.10)$$

sau, ținând cont și de independența lor reciprocă (adică  $E[\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j] = E[\varepsilon_i] \cdot E[\varepsilon_j] = 0$ ):

$$\varepsilon_i \sim IN(0, \sigma^2) \quad (1.10')$$

**(i3) Natura regresandului și regresorului.** Regresandul Y are un caracter **stochastic**, indus de prezența termenului eroare  $\varepsilon_i$ , care se adaugă părții deterministe a modelului, în vreme ce asupra regresorului X putem face ipoteza de **non-stochasticitate**, pentru motivul că valorile sale  $x_i$  pot fi controlate (fixate cu precizie) în cadrul unui experiment, spre deosebire de realizările  $y_i$  ale lui Y, ce nu pot fi controlate, ci doar observate. Altfel spus,  $x_i$  joacă rolul unui parametru constant din partea condițională a distribuției de probabilități a variabilei Y, ale cărei realizări  $y_i$  au media condiționată:

$$E[y_i | x_i] = E(\alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i) = \alpha + \beta \cdot x_i + E[\varepsilon_i] = \alpha + \beta \cdot x_i$$

și dispersia condiționată egală cu dispersia  $\sigma^2$  a erorilor (conform i2.b')):

$$\text{Var}[y_i | x_i] = \text{Var}[\alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i] = \text{Var}[\varepsilon_i] = \sigma^2$$

Vom presupune, de asemenea, că atunci când numărul n al observațiilor devine foarte mare, **primele două momente empirice ale variabilei X reprezintă cantități finite**:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \bar{x}_0 < \infty; \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma_x^2 < \infty; \quad (1.11)$$

Vom utiliza această ipoteză pentru a preciza proprietățile asimptotice ale estimatorilor a și b asociați parametrilor  $\alpha$  și  $\beta$ .

Ultima ipoteză pe care o vom formula în legătură cu modelul clasic de regresie privește independența erorilor  $\varepsilon_i$  în raport cu regresorii  $x_i$ .

**(i4) Valorile  $x_i$  ale variabilei X sunt necorelate cu erorile  $\varepsilon_i$** , adică:

$$\text{Cov}[x_i, \varepsilon_i] = E[x_i \cdot \varepsilon_i] = x_i \cdot E[\varepsilon_i] = 0 \quad (1.12)$$

ipoteză asigurată automat atunci când X este considerată variabilă nestochastică.

### 1.3. Determinarea coeficienților de regresie prin metoda CMMPO

Atunci când datele de observație sunt de natură să satisfacă ipotezele de mai sus, estimatorii a și b ai parametrilor (necunoscuți)  $\alpha$  și  $\beta$  pot fi determinați din condiția să minimizeze suma pătratelor reziduurilor  $e_i = y_i - a - b \cdot x_i$ , deci rezultă ca argumente ale criteriului de minim:

$$\arg \min F(a, b) = \arg \min \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i)^2 \quad (1.13)$$

cunoscut sub numele de criteriul celor mai mici pătrate ordinare. Vom vedea că sub ipotezele menționate, teorema Gauss-Markov asigură optimalitatea estimatorilor astfel determinați, în sensul că dintre toți estimatorii liniari nedepășați, aceștia au cea mai mică dispersie (denumirea consacrată este aceea de „cei mai buni estimatori liniari nedepășați”, sau BLUE, de la „Best Linear Unbiased Estimators”).

Formulată ca problemă de optimizare, determinarea estimatorilor  $a$  și  $b$  face apel la condițiile necesare de ordinul întâi:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(a,b)}{\partial a} = -2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i) = -2 \cdot \sum_{i=1}^n e_i = 0 \\ \frac{\partial F(a,b)}{\partial b} = -2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i) \cdot x_i = -2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i e_i = 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

din care se deduce următorul **sistem de ecuații normale**:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (1.15)$$

Estimatorii  $a$  și  $b$  (corespunzători metodei CMMPO) ai parametrilor  $\alpha$  și  $\beta$  se exprimă atunci ca soluții ale sistemului precedent, prin relațiile:

$$\begin{cases} a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{cases} \quad (1.16)$$

O formă echivalentă a acestor relații, dar care oferă în plus posibilități de interpretare interesante, este obținută prin centrarea variabilelor în raport cu media. Împărțind cu  $n$  și efectuând câteva transformări simple, rezultă:

$$\begin{cases} b = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{s_x^2} \\ a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} \end{cases} \quad (1.16')$$

unde prin  $\text{Cov}(X, Y)$  s-a notat covarianța variabilelor  $X$  și  $Y$ , iar prin  $s_x^2$  dispersia de eșantion a lui  $X$ .

Atât  $a$  cât și  $b$  sunt variabile aleatoare, deoarece sunt funcții de realizările  $y_i$  ale unui anumit eșantion.

În continuare, cu ajutorul unei reprezentări geometrice simple, vom da o condiție necesară și suficientă ca  $\|e\|^2 = e' \cdot e = \sum_i e_i^2$  să fie minimă. Acest criteriu se va traduce prin două condiții de ortogonalitate, deci prin anularea a două produse scalare, din care vor rezulta expresiile lui  $a$  și  $b$ . Pentru aceasta, să rescriem modelul sub formă vectorială:

$$y = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot x + \varepsilon \quad (1.17)$$

unde:  $y = (y_1, \dots, y_n)'$ ,  $x = (x_1, \dots, x_n)'$ ,  $1 = (1, \dots, 1)'$ ,  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)'$  sunt elemente ale spațiului vectorial  $\mathfrak{R}^n$ .

Fie  $L$  un subspațiu vectorial din  $\mathfrak{R}^n$ , generat de vectorii  $x$  și  $1$ . Atunci, vectorii  $E[y|x] = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot x$ , respectiv  $\hat{y} = a \cdot 1 + b \cdot x$ , aparțin de asemenea subspațiului  $L$ , fiind combinații liniare ale vectorilor din bază.

Criteriul CMMPO cere ca vectorul reziduurilor e să fie de normă minimă:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \|e\|^2 = \|y - \hat{y}\|^2 = \|AB\|^2 = \min \quad (1.18)$$

ceea ce presupune ca vectorul e să fie ortogonal pe subspațiul L ce conține proiecția  $\hat{y}$  a lui y, adică produsele scalare dintre e și vectorii ce generează subspațiul L să fie nule:

$$\begin{cases} e' \cdot x = \langle e, x \rangle = \langle y - a \cdot \mathbf{1} - b \cdot x, x \rangle = 0 \\ e' \cdot \mathbf{1} = \langle e, \mathbf{1} \rangle = \langle y - a \cdot \mathbf{1} - b \cdot x, \mathbf{1} \rangle = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

Efectuând calculele, se obține și pe această cale sistemul de ecuații normale și odată cu acesta expresiile deja determinate ale estimatorilor a și b ai parametrilor  $\alpha$ , respectiv  $\beta$ .

Prin urmare, efectuarea unei regresii a lui Y în raport cu variabila explicativă X, când se consideră modelul cu termen liber (1.17), revine la a proiecta vectorul y pe subspațiul L din  $\mathfrak{R}^2$ , generat de vectorii x și  $\mathbf{1}$ .

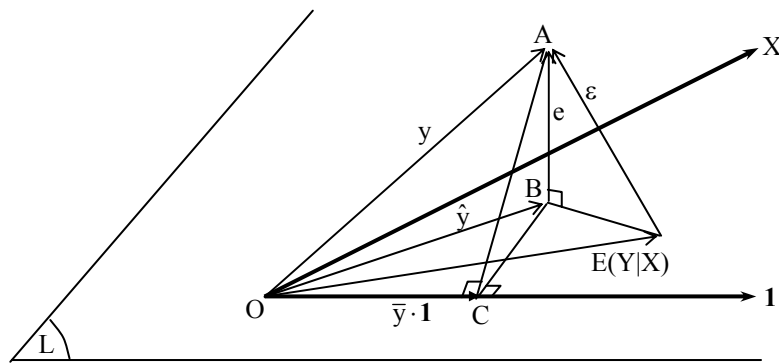


Fig. 1.3. Interpretarea geometrică a estimatorului CMMPO

Pentru a determina efectiv proiecția  $\hat{y}$  a lui y și matricea de proiecție P (care, prin definiție, este simetrică  $P'=P$  și idempotentă  $P^2=P$ ), vom nota:

$$Z = (\mathbf{1}, x), \quad \delta = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \text{de unde: } y = Z \cdot \delta$$

Avem  $e = y - Z \cdot \delta$  ortogonal pe Z, deci:

$$\begin{aligned} \langle e, Z \rangle &= \langle y - Z \cdot \delta, Z \rangle = Z' \cdot (y - Z \cdot \delta) = 0 \Rightarrow Z' \cdot y = Z' \cdot Z \cdot \delta \Rightarrow \\ &\Rightarrow \delta = (Z' \cdot Z)^{-1} \cdot Z' \cdot y \Rightarrow \hat{y} = Z \cdot \delta = Z \cdot (Z' \cdot Z)^{-1} \cdot Z' \cdot y = P \cdot y \end{aligned}$$

unde  $P = Z \cdot (Z' \cdot Z)^{-1} \cdot Z'$  este **matricea de proiecție ortogonală**.

Întrucât exprimă dependența variabilei Y doar în raport cu variabila X, regresia liniară simplă se bazează implicit pe ipoteza că influența celorlalți factori (potențial activi) rămâne constantă, concentrându-se sub formă de medie în valoarea termenului liber „a”, reprezentat de ordonata la origine a dreptei ajustate și numit uneori „intercepție”, sau „medie a reziduurilor”. Ultima denumire se justifică prin aceea că orice modificare în media reziduurilor, atunci când se verifică ipotezele constructive ale estimatorului CMMPO, influențează exclusiv termenul „a”.

#### 1.4. Proprietățile estimatorilor a și b

Principalul rezultat privind calitatea estimatorilor deduși după criteriul CMMPO este furnizat de:

**Teorema Gauss-Markov:** Dacă ipotezele i1, i2.a, i2.b, i2.c și i4 se verifică (ultima ipoteză fiind privită ca o consecință a non-stochasticității regresorului X), estimatorii a și b ai parametrilor  $\alpha$  și  $\beta$  obținuți prin procedeul CMMPO sunt de dispersie minimă în clasa estimatorilor liniari



nedeplasați (pe scurt, îi vom desemna prin inițialele BLUE, de la „Best Liniar Unbiased Estimators”).

**Demonstrație:** Vom considera un eșantion de volum  $n$  asociat variabilelor  $X$  și  $Y$ , în legătură cu care introducem următoarele notații:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot x_i; & S_x &= \sqrt{S_{xx}}; \\ S_{yy} &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot y_i; & S_y &= \sqrt{S_{yy}}; \\ S_{xy} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot y_i = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot x_i \end{aligned} \quad (1.20)$$

■ Estimatorul CMMPO al lui  $\beta$  se poate scrie atunci:

$$\begin{aligned} b &= \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot y_i}{S_{xx}} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(\alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i)}{S_{xx}} = \\ &= \alpha \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})}{S_{xx}} + \beta \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot x_i}{S_{xx}} + \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot \varepsilon_i}{S_{xx}} = \\ &= \beta + \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot \varepsilon_i}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \beta + \sum_i c_i \varepsilon_i \end{aligned}$$

de unde:

$$b - \beta = \sum_i c_i \varepsilon_i, \quad \text{cu } c_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{S_{xx}}$$

De observat că  $b$  este liniar în  $y_i$ :

$$b = \sum_i c_i y_i \quad (1.21)$$

Ținând cont de ipoteza privind caracterul nestochastic al variabilei  $X$  și de ipoteza conform căreia  $E[\varepsilon_i]=0$ , rezultă că **estimatorul  $b$  al lui  $\beta$  este nedeplasat**, adică:

$$E[b] = \beta + \sum_i c_i \cdot E[\varepsilon_i] = \beta \quad (1.22)$$

Pentru a calcula **dispersia lui  $b$** , vom observa că:

$$(b - E[b])^2 = (b - \beta)^2 = \left( \sum_{i=1}^n c_i \varepsilon_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n c_i^2 \varepsilon_i^2 + 2 \sum_{i < j} c_i c_j \varepsilon_i \varepsilon_j$$

Atunci, conform ipotezelor  $E[\varepsilon_i^2] = \sigma^2$  și  $E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = 0$ , avem:

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 &= E[(b - \beta)^2] = E\left[\left(\sum_{i=1}^n c_i \varepsilon_i\right)^2\right] = E\left[\sum_{i=1}^n c_i^2 \varepsilon_i^2 + 2 \sum_{i < j} c_i c_j \varepsilon_i \varepsilon_j\right] = \\ &= \sum_{i=1}^n c_i^2 E[\varepsilon_i^2] + 2 \sum_{i < j} c_i c_j E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = \sigma^2 \sum_{i=1}^n c_i^2 = \sigma^2 \frac{1}{S_{xx}} = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sigma^2}{n \cdot s_x^2} \end{aligned} \quad (1.23)$$

unde prin  $s_x^2$  s-a notat dispersia empirică (de eșantion) a variabilei  $X$ .

Din ultima relație prezentată se constată că există trei modalități de a reduce dispersia lui  $b$  pentru a obține o estimatie mai precisă în raport cu parametrul  $\beta$ :

- (1) Diminuând  $\sigma^2$ , variabilitatea intrinsecă a observațiilor  $y_i$ ;
- (2) Crescând volumul  $n$  al eșantionului;
- (3) Mărind dispersia  $s_x^2$  a valorilor lui  $X$  incluse în eșantion.

Ultima modalitate de ameliorare a estimației  $b$  este utilă atunci când experimentul poate fi controlat, deci se poate alege o plajă cât mai mare de valori pentru  $X$ . Dacă admitem, în plus, ipoteza (i3), conform căreia:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma_x^2 < \infty$$

putem stabili și o proprietate asimptotică pentru estimatorul  $b$ . Avem:

$$\sigma_b^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma^2}{n \cdot \sigma_x^2} \rightarrow 0$$

Vom spune atunci că **estimatorul  $b$**  (nedeplasat și cu dispersie tinzând asimptotic către zero) **converge în probabilitate către  $\beta$** :

$$\text{plim } b = \beta$$

■ Speranța matematică și dispersia estimatorului  $a$  al lui  $\alpha$  se pot determina în mod asemănător. Plecăm de la relația:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - b \cdot \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\alpha + \beta x_i + \varepsilon_i) - b \cdot \bar{x} = \alpha + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i - \bar{x} \cdot (b - \beta)$$

Înlocuind  $b - \beta = \sum_i c_i \varepsilon_i$  și notând  $d_i = (1/n - \bar{x} \cdot c_i)$ , se obține:

$$a = \alpha + \sum_i \left( \frac{1}{n} - \bar{x} \cdot c_i \right) \varepsilon_i = \alpha + \sum_i d_i \varepsilon_i$$

Deducem imediat că  **$a$  este un estimator nedeplasat al parametrului  $\alpha$** , deoarece:

$$E[a] = \alpha + \sum_i d_i E[\varepsilon_i] = \alpha \quad (1.24)$$

Pe de altă parte, ținând cont că  $\sum_i d_i^2 = 1/n + \bar{x}^2 \cdot \sum_i c_i^2$  și făcând uz de aceleași considerente ca la calculul lui  $\sigma_b^2$ , obținem următoarea expresie a **dispersiei lui  $a$** :

$$\sigma_a^2 = E[(a - \alpha)^2] = \sigma^2 \cdot \sum_i d_i^2 = \sigma^2 \cdot \left( \frac{1}{n} + \bar{x}^2 \cdot \sum_{i=1}^n c_i^2 \right) = \sigma^2 \cdot \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \quad (1.25)$$

Dacă, în plus, se admite și ipoteza (i3), atunci dispersia lui  $a$  va tinde asimptotic către zero când  $n$  tinde la infinit și cum  $a$  este un estimator nedeplasat, rezultă că **plima  $a = \alpha$** , deci  **$a$  converge în probabilitate către  $\alpha$** .

■ În sfârșit, **covarianța celor doi estimatori  $a$  și  $b$**  se calculează astfel:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[a, b] &= E[(a - \alpha)(b - \beta)] = E\left[\left(\sum_i d_i \varepsilon_i\right)\left(\sum_i c_i \varepsilon_i\right)\right] = \\ &= \sigma^2 \cdot \sum_i c_i d_i = -\sigma^2 \frac{\bar{x}}{S_{xx}} = -\sigma^2 \frac{\bar{x}}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Pe baza rezultatelor de mai sus, trebuie să arătăm că  $a$  și  $b$  sunt estimatorii de dispersie minimă în clasa estimatorilor liniari nedeplasați.

Vom proba acest lucru pentru  $b$ , cazul lui  $a$  tratându-se în mod similar.

Să reamintim mai întâi că  $b$  a fost obținut sub forma:  $b = \sum_i c_i y_i$ .

Presupunem că ar exista un estimator mai bun decât  $b$ , fie acesta  $b'$ , cu:

$$b' = \sum_i q_i y_i = \alpha \cdot \sum_i q_i + \beta \cdot \sum_i q_i x_i + \sum_i q_i \varepsilon_i$$

Aplicând operatorul speranță matematică în ambii membri ai acestei ecuații și impunând condiția ca  $b'$  să fie nedeplasat (adică  $E[b'] = \beta$ ), atunci (cu ipoteza  $E[\varepsilon_i] = 0$ ) rezultă că trebuie să avem  $\sum_i q_i = 0$  și  $\sum_i q_i x_i = 1$ . Prin urmare:

$$b' = \beta + \sum_i q_i \varepsilon_i$$

Fie  $v_i = q_i - c_i$ . Cum  $\sum_i c_i = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})}{S_{xx}} = 0$ , rezultă că:  $\sum_i v_i = 0$

În plus:  $\sum_i x_i v_i = \sum_i q_i x_i - \sum_i c_i x_i = 1 - \sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot x_i / S_{xx} = 1 - 1 = 0$

Dispersia lui  $b'$  va fi:

$$\begin{aligned}\sigma_{b'}^2 &= E[(b' - \beta)^2] = E\left[\left(\sum_{i=1}^n q_i \varepsilon_i\right)^2\right] = E\left[\sum_{i=1}^n q_i^2 \varepsilon_i^2 + 2 \sum_{i < j} q_i q_j \varepsilon_i \varepsilon_j\right] = \\ &= \sum_{i=1}^n q_i^2 E[\varepsilon_i^2] + 2 \sum_{i < j} q_i q_j E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = \sigma^2 \sum_{i=1}^n q_i^2 = \\ &= \sigma^2 \cdot \sum_i (c_i - v_i)^2 = \sigma^2 \cdot \left(\sum_i c_i^2 + \sum_i v_i^2 + 2 \cdot \sum_i c_i v_i\right) \\ &= \sigma^2 \cdot \left(\sum_i c_i^2 + \sum_i v_i^2\right) \geq \sigma^2 \cdot \sum_i c_i^2 = \sigma_b^2\end{aligned}$$

deoarece  $\sum_i c_i v_i = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) v_i}{S_{xx}} = \frac{\sum_i x_i v_i - \bar{x} \cdot \sum_i v_i}{S_{xx}} = 0$ , deci **dispersia lui b este minimă în clasa estimatorilor liniari nedeplasați**. Cu aceasta, teorema este demonstrată.

### 1.5. Determinarea unui estimator nedeplasat al dispersiei erorilor

Pentru a calcula efectiv matricea de covarianță a estimatorilor  $a$  și  $b$  ar fi necesar să cunoaștem dispersia  $\sigma^2$  a erorilor  $\varepsilon_i$ . Dar  $\sigma^2$  este un parametru necunoscut, fapt ce impune estimarea sa pe baza datelor unui eșantion. Cum  $\sigma^2 = E[\varepsilon_i^2]$ , iar  $e_i$  este o estimatie a lui  $\varepsilon_i$ , s-ar

părea că  $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n}$  reprezintă un estimator natural. Contrar acestei impresii, vom vedea însă că un astfel de estimator este distorsionat.

Să considerăm mai întâi relația  $e_i = y_i - a - b \cdot x_i$  și să substituim  $y_i = \alpha + \beta \cdot x_i + \varepsilon_i$  (deci  $\bar{y} = \alpha + \beta \cdot \bar{x} + \bar{\varepsilon}$ ), respectiv  $a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$ . Obținem:

$$e_i = \varepsilon_i - \bar{\varepsilon} - (x_i - \bar{x}) \cdot (b - \beta) = \varepsilon_i - \bar{\varepsilon} - (x_i - \bar{x}) \cdot \left(\sum_j c_j \varepsilon_j\right) \quad (1.27)$$

După cum putem constata, estimatia  $e_i$  a unei erori individuale  $\varepsilon_i$  comportă două surse de distorsiune: media empirică  $\bar{\varepsilon} \neq E[\varepsilon_i]$  a erorilor, asociată unui eșantion oarecare, și estimatia imperfectă  $b$  a lui  $\beta$ . Ridicând la pătrat primul și ultimul termen al egalității precedente și aplicând operatorul speranță matematică (reamintim că  $E[\bar{\varepsilon}^2] = \sigma^2/n$ , iar  $E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = 0, \forall i \neq j$ ), rezultă:

$$E[e_i^2] = \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{n} + \sigma^2 \cdot (x_i - \bar{x})^2 \cdot \left(\sum_j c_j^2\right) - \frac{2 \cdot \sigma^2}{n} - 2 \cdot \sigma^2 \cdot (x_i - \bar{x}) \cdot c_i + 2 \cdot \frac{\sigma^2}{n} \cdot (x_i - \bar{x}) \cdot \left(\sum_j c_j\right)$$

Prin însumarea acestor termeni și utilizăm faptul că  $\sum_j c_j = 0$ ,  $\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot c_i = 1$ , respectiv  $\sum_i c_i^2 = 1/S_{xx}$ , deducem:

$$E\left[\sum_i e_i^2\right] = (n-2) \cdot \sigma^2$$

Desprindem astfel concluzia că un **estimator nedeplasat al lui  $\sigma^2$** , este:

$$s^2 = \frac{\sum_i e_i^2}{n-2} \quad (1.28)$$

## 1.6. Distribuția de probabilități a estimatorilor a și b, în ipoteza unei distribuții normale a erorilor

Fie  $\varepsilon_i \sim IN(0, \sigma^2)$ , adică  $\varepsilon_i$  sunt variabile aleatoare independente și normal distribuite, de medie nulă și dispersie  $\sigma^2$ .

### ➤ Cazul când dispersia $\sigma^2$ a erorilor este cunoscută

După cum s-a putut constata, pentru demonstrarea teoremei Gauss-Markov nu a fost necesar să se invoce ipoteza i2.d, care presupune că erorile  $\varepsilon_i$  sunt normal distribuite. Apelul la această ipoteză ne va permite totuși să dăm o caracterizare mai completă a estimatorilor a și b. Într-adevăr, aceștia fiind funcții liniare de variabile normal distribuite, sunt de asemenea normal distribuiți, cu mediile și dispersiile deduse anterior. Putem specifica legea de distribuție normală a vectorului (a, b) al estimatorilor cu ajutorul vectorului mediilor ( $\alpha, \beta$ ) și al matricei de covarianță asociată acestora:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \sim N \left[ \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \sigma^2 \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} & -\frac{\bar{x}}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \\ -\frac{\bar{x}}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} & \frac{1}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \end{pmatrix} \right] \quad (1.29)$$

### ➤ Cazul când dispersia $\sigma^2$ a erorilor nu este cunoscută

Dacă dispersia  $\sigma^2$  a erorilor nu este cunoscută, va trebui să o înlocuim prin estimăția nedeplasată  $s^2$  a acesteia, a cărei relație de calcul am obținut-o în secțiunea 1.5:

$$s^2 = \frac{\sum_i e_i^2}{n-2}$$

Plecând de la expresiile lui  $\sigma_a^2$  și  $\sigma_b^2$  în funcție de parametrul necunoscut  $\sigma^2$ :

$$\sigma_a^2 = \sigma^2 \cdot \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right); \quad \sigma_b^2 = \sigma^2 \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

putem să scriem estimățiile  $s_a^2$  și  $s_b^2$  ale dispersiilor corespunzătoare, obținute cu ajutorul lui  $s^2$ , adică:

$$s_a^2 = s^2 \cdot \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right); \quad s_b^2 = s^2 \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Rădăcinile pătrate  $s_a$ , respectiv  $s_b$ , ale acestor cantități, estimează **erorile standard ale coeficienților a, respectiv b**.

Pentru a putea preciza în acest caz distribuțiile estimatorilor a și b, este necesar să facem apel la legătura dintre distribuția normală și distribuțiile  $\chi^2$ , t, respectiv F.

Se consideră raportul:

$$\frac{b - \beta}{s_b} = \frac{\frac{b - \beta}{\sigma_b}}{\frac{s_b}{\sigma_b}} = \frac{\frac{b - \beta}{\sigma_b}}{\sqrt{(n-2) \frac{s_b^2}{\sigma_b^2}} / (n-2)} = \frac{z}{\sqrt{v/(n-2)}} \quad (1.30)$$

Cum:

$$\frac{s_b^2}{\sigma_b^2} = \frac{s^2 / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2 / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{s^2}{\sigma^2}$$

iar despre  $(n-2) \frac{s^2}{\sigma^2}$  se cunoaște că urmează o distribuție  $\chi^2$  cu n-2 grade de libertate, rezultă că și variabila v din (1.30) urmează aceeași distribuție:

$$v = (n-2) \frac{s_b^2}{\sigma_b^2} \sim \chi_{n-2}^2$$

Pe de altă parte, z este o variabilă normală standard:

$$z = \frac{b - \beta}{\sigma_b} \sim N(0, 1)$$

Atunci, ținând cont de legătura care există între distribuțiile normală,  $\chi^2$ , respectiv Student, rezultă că raportul  $(b-\beta)/s_b$  urmează o distribuție Student cu n-2 grade de libertate:

$$\frac{b - \beta}{s_b} \sim t_{n-2} \quad (1.31)$$

Analog:

$$\frac{a - \alpha}{s_a} \sim t_{n-2} \quad (1.32)$$

### 1.7. Teste de semnificație și intervale de încredere ale parametrilor de regresie

Legile de probabilitate definite mai sus sunt tabelate. Pe baza lor, putem să determinăm un interval de încredere al parametrilor  $\alpha$  și  $\beta$ , pentru un nivel de semnificație  $\lambda$  dat. Construcția se bazează pe faptul că raportul  $t = (b-\beta)/s_b$  urmează o distribuție Student cu (n-2) grade de libertate, deci putem defini probabilitatea:

$$P\left(\left|\frac{b - \beta}{s_b}\right| \leq t_{n-2; \lambda/2}\right) = P(b - t_{n-2; \lambda/2} \cdot s_b \leq \beta \leq b + t_{n-2; \lambda/2} \cdot s_b) = 1 - \lambda \quad (1.33)$$

unde  $t_{n-2; \lambda/2}$  reprezintă valoarea critică tabelată a acestei distribuții pentru n-2 grade de libertate și riscul  $\lambda$ .

Intervalul de încredere astfel determinat dă o mulțime de valori plauzibile ale parametrului  $\beta$ , pentru eșantionul considerat. Acceptarea cu riscul  $\lambda$  a unei anumite valori  $\beta_0$  a lui  $\beta$  se poate face atunci simplu, testând apartenența sa la intervalul de încredere respectiv. Aceeași problemă poate fi însă formulată și ca o problemă de testare a ipotezelor:

$$H_0 : \beta - \beta_0 = 0 \text{ (ipoteza nulă)}$$

contra

$$H_1 : \beta - \beta_0 \neq 0 \text{ (ipoteza alternativă)}$$

A respinge ipoteza nulă echivalează cu a accepta că  $\beta_0$  se află în afara intervalului de încredere corespunzător nivelului de semnificație ales, adică:

$$\frac{|b - \beta_0|}{s_b} \geq t_\lambda \quad (1.34)$$

Un test uzual este de a verifica dacă  $\beta$  diferă semnificativ de zero. Acesta se obține ca un caz particular al celui formulat mai sus, punând  $\beta_0=0$ .

Un test de semnificație și un interval de încredere se pot defini în mod similar și pentru parametrul  $\alpha$ .

## 1.8. Analiza surselor de variație. Teste privind calitatea ajustării

Aprecierea calității ajustării prin modelul de regresie a datelor de observație se bazează pe o analiză de tip dispersional și are ca punct de plecare descompunerea variației totale a variabilei Y în raport cu cele două surse de variație identificabile: variația datorată regresiei și variația reziduală.

Notând valorile ajustate cu  $\hat{y}_i = a + bx_i$  și reziduurile cu  $e_i = y_i - \hat{y}_i$  abaterea valorilor  $y_i$  de la media lor se poate scrie:

$$y_i - \bar{y} = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}) = e_i + (\hat{y}_i - \bar{y})$$

În termenii ecuației de regresie avem:

$$y_i = \hat{y}_i + e_i = a + bx_i + e_i = \bar{y} - b\bar{x} + bx_i + e_i$$

Scăzând  $\bar{y}$  din ambii membrii, rezultă:

$$(y_i - \bar{y}) = \hat{y}_i - \bar{y} + e_i = b(x_i - \bar{x}) + e_i \quad (1.35)$$

Figura 1.4 ilustrează acest calcul.

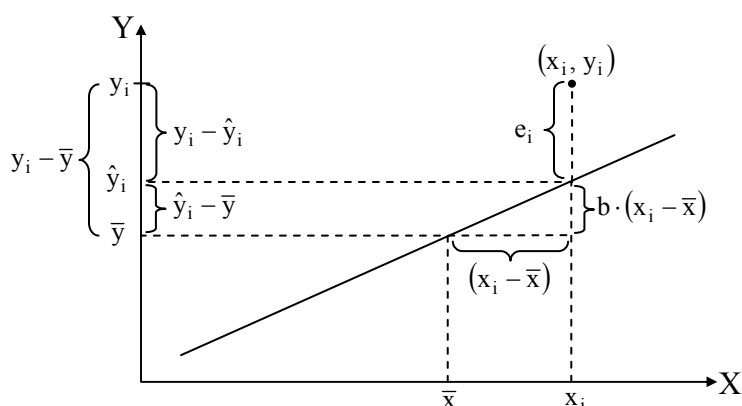


Fig 1.4. Descompunerea lui  $y_i - \bar{y}$

**Variația totală a lui Y** se obține atunci ca sumă a abaterilor pătratice ale valorilor individuale față de medie:

$$\sum_i (y_i - \bar{y})^2 = \sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_i e_i^2 = b^2 \sum_i (x_i - \bar{x})^2 + \sum_i e_i^2 \quad (1.36)$$

unde s-a ținut cont că  $\sum_i x_i e_i = 0$  (conform (1.14)).

Relația (1.36) poartă numele de **ecuație a analizei dispersionale** și ea permite descompunerea dispersiei totale a lui Y, potrivit celor două surse ale sale:

- **variația explicată a lui Y (datorată regresiei):**

$$\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = b^2 \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (1.37)$$

- **variația reziduală a lui Y:**

$$\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_i e_i^2 \quad (1.38)$$

Fiecărei sume de pătrate i se asociază un număr de grade de libertate, reprezentând numărul informațiilor (observațiilor  $y_i$ ) necesare pentru calculul sumei respective. Astfel, calculul variației totale se bazează pe (n-1) grade de libertate, deoarece numai (n-1) dintre valorile

$$y_1 - \bar{y}, y_2 - \bar{y}, \dots, y_n - \bar{y}$$

sunt independente, suma lor fiind nulă conform definiției mediei. În schimb, calculul variației explicate de regresie necesită un singur grad de libertate, deoarece poate fi dedusă din expresia lui b (conform (1.37)), iar b este, la rândul său, funcție unică de  $y_i$  (conform (1.21)).

Numărul gradelor de libertate pentru variația reziduală se calculează prin diferență:

$$n-2 = (n-1) - 1$$

Aspectele prezentate pot fi sintetizate într-un tabel de forma:

Sursa variației	Suma pătratelor	Grade de Libertate	Pătratul mediu
Explicată	$\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	1	$\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 / 1$
Reziduală	$\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_i e_i^2$	n-2	$s^2 = \frac{\sum_i e_i^2}{n-2}$
Totală	$\sum_i (y_i - \bar{y})^2$	n-1	$s_y^2 = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$

Calitatea ajustării datelor de observație prin dreapta de regresie se poate aprecia examinând aportul celor două componente (explicată, respectiv reziduală) în formarea variației totale a lui Y. Dacă toate observațiile ar fi situate pe dreapta de regresie, variația reziduală ar fi nulă. Este deci favorabil ca variația explicată să fie mult mai mare decât variația reziduală, condiție echivalentă cu aceea ca raportul:

$$R^2 = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\|\hat{y} - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\|^2}{\|y - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\|^2} = \frac{b^2 \cdot S_{xx}}{S_{yy}} = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\|y - \hat{y}\|^2}{\|y - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\|^2} = 1 - \frac{\sum_i e_i^2}{S_{yy}} \quad (1.39)$$

$$= 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

să aibă o valoare cât mai apropiată de unitate.

Raportul prezentat mai sus se numește **coeficient de determinație**. Ultima expresie din definiția formală a lui  $R^2$  permite și o interpretare geometrică interesantă. Astfel, pe baza reprezentării din figura 1.3, se constată imediat că  $\theta = \angle(ACB)$ ,  $AB = \|e\| = \|y - \hat{y}\|$ ,  $AC = \|y - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\|$ ,  $BC = \|\hat{y} - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\|$ ,  $\cos \theta = BC/AC = \|\hat{y} - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\| / \|y - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\|$ .

Avem deci, în mod necesar,  $0 \leq R^2 \leq 1$ .

Testarea semnificației globale a modelului de regresie se poate face cu ajutorul testului F, la baza căruia stă compararea a două estimări de dispersie: dispersia explicată de regresie și dispersia reziduală. Statistica F definită de raportul acestora urmează o distribuție Fisher cu 1, respectiv n-2 grade de libertate ( $F \sim F_{1, n-2}$ ). Ea, trebuie deci confruntată cu valoarea tabelată  $F_{(1, n-2; \lambda)}$  a distribuției Fisher, pentru cele două grade de libertate (1 și n-2) asociate estimațiilor de dispersie corespunzătoare și pentru pragul de semnificație ( $\lambda$ ) ales:

$$F = \frac{\text{Dispersia explicată}}{\text{Dispersia reziduală}} = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 / 1}{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-2)} = \frac{b^2 \sum_i (x_i - \bar{x})^2}{s^2} \quad (1.40')$$

Este important să observăm legătura dintre statistica t, utilizată pentru testarea ipotezei nule  $H_0: \beta=0$ , respectiv:

$$t = \frac{b}{s_b} = \frac{b}{s / \sqrt{S_{xx}}} = \frac{b \cdot \sqrt{S_{xx}}}{s} \quad (1.41)$$

și statistica F. Această legătură se justifică prin faptul că estimatorul b bazat pe CMMPO a fost ales astfel încât să minimizeze suma pătratelor reziduurilor. Întrucât  $R^2 = 1 - \sum_i e_i^2 / S_{yy}$ , rezultă că alegerea lui b este de natură să maximizeze  $R^2$ . Cum anularea lui b atrage după sine și anularea lui  $R^2$ , raportul t prin care se testează ipoteza  $\beta=0$  poate sta la baza unui test al calității ajustării prin dreapta de regresie. Ținând cont că  $b = S_{xy} / S_{xx}$ ,  $s^2 = \sum_i e_i^2 / (n-2)$ , iar  $\sum_i e_i^2 = S_{yy} (1 - R^2)$ , rezultă:

$$F = t^2 = \frac{b^2 \cdot S_{xx}}{s^2} = \frac{(S_{xy}^2 / S_{xx}^2) \cdot S_{xx}}{S_{yy} \cdot (1 - R^2) / (n - 2)} = \frac{R^2 / 1}{(1 - R^2) / (n - 2)} \sim F_{(1, n-2)} \quad (1.40'')$$

### 1.9. Coeficientul de corelație liniară simplă

Intensitatea legăturii liniare dintre două variabile X și Y se exprimă cu ajutorul coeficientului de corelație liniară:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\langle X - \bar{x} \cdot \mathbf{1}, Y - \bar{y} \cdot \mathbf{1} \rangle}{\|X - \bar{x} \cdot \mathbf{1}\| \cdot \|Y - \bar{y} \cdot \mathbf{1}\|} = \frac{Cov(X, Y)}{s_X \cdot s_Y}$$

Se poate arăta că între coeficientul de corelație liniară simplă și coeficientul de determinație  $R^2$  există o strânsă legătură. Într-adevăr:

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \text{sgn}(b) \cdot \sqrt{R^2} = \frac{b \cdot \sqrt{S_{xx}}}{\sqrt{S_{yy}}} = \frac{\left(\frac{S_{xy}}{S_{xx}}\right) \cdot \sqrt{S_{xx}}}{\sqrt{S_{yy}}} \\ &= \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_i (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{Cov(X, Y)}{s_X \cdot s_Y} \end{aligned} \quad (1.42)$$

Geometric,  $r_{xy} = \cos(\angle XOY)$ , deci  $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ . Semnul lui  $r_{xy}$  coincide cu acela al lui b, cele două estimări fiind legate prin relația:

$$b = r_{xy} \cdot \frac{s_Y}{s_X} \quad (1.43)$$

O corelație directă se asociază cu o pantă pozitivă a dreptei de regresie, iar o corelație inversă cu o pantă negativă. Atunci când  $r_{xy} = 0$ , nu există o relație liniară între X și Y. Trebuie totuși menționat că aceasta nu echivalează cu absența oricărei relații între variabilele X și Y, sau cu independența lor reciprocă. Desemnând în mod exclusiv o măsură a intensității legăturii liniare,  $r_{xy}$  nu ne permite să discernem existența altor tipuri de legături.

### 1.10. Problema predicției liniare

Să presupunem că  $x^0$  este o valoare cunoscută a variabilei explicative X și că suntem interesați în predicția valorii  $y^0$  a variabilei explicate Y, asociată cu  $x^0$ . Există cel puțin două surse de erori implicate în procesul de predicție. Valoarea adevărată a lui Y se poate exprima cu ajutorul modelului ce descrie dependența liniară la nivelul întregii populații:

$$y^0 = \alpha + \beta x^0 + \varepsilon^0$$

Deoarece  $\alpha$  și  $\beta$  sunt parametri necunoscuți, pe care îi aproximăm cu ajutorul estimațiilor a și b calculate plecând de la datele unui eșantion aleator, o primă sursă de eroare va fi eroarea de eșantionare relativă la cele două estimații. Totodată, dat fiind caracterul său pur aleator, nu vom putea să estimăm cu un grad de precizie suficient de mare eroarea  $\varepsilon^0$ . **Valoarea punctuală a predicției** va fi așadar:

$$\hat{y}^0 = a + b x^0 \quad (1.44)$$

Diferența dintre valoarea adevărată a variabilei Y și estimarea sa cu ajutorul dreptei de regresie, reprezintă **eroarea de predicție**:

$$e^0 = y^0 - \hat{y}^0 = \alpha + \beta x^0 + \varepsilon^0 - a - b x^0 = (\alpha - a) + (\beta - b)x^0 + \varepsilon^0 \quad (1.45)$$

Aplicând operatorul speranță matematică în ambii membri, deducem că  $E[e^0] = 0$ . Prin urmare, **predicția bazată pe CMMPO este nedeplasată**, în sensul că eroarea de predicție este de medie nulă.

**Dispersia erorii de predicție** este:



$$\begin{aligned}
E[(e^0)^2] &= E[(a - \alpha)^2] + (x^0)^2 E[(b - \beta)^2] + 2x^0 E[(a - \alpha)(b - \beta)] + E[(\varepsilon^0)^2] \\
&= \sigma^2 \left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} + \frac{(x^0)^2}{S_{xx}} - \frac{2\bar{x}x^0}{S_{xx}} \right] = \sigma^2 \left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x^0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]
\end{aligned}
\tag{1.46}$$

Înlocuind parametrul  $\sigma^2$  prin estimăția sa  $s^2$ , putem să construim un **interval de predicție** pentru  $y^0$ , pentru un prag de semnificație  $\lambda$  specificat:

$$y^0 = (a + b x^0) \pm t_{\lambda} \sqrt{s^2 \left[ 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x^0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]}
\tag{1.47}$$

**Aplicație:** Considerăm un model liniar prin care dorim să reprezentăm dependența dintre numărul  $y$  al accidentelor de circulație observate pe parcursul a 10 ani și numărul  $x$  al autovehiculelor:

$$y_t = a + b \cdot x_t + \varepsilon_t$$

unde  $\varepsilon_t$  se presupune a fi o variabilă aleatoare normal distribuită.  
Disponem de următoarele date:

Ani	Mașini	Accidente
1	37·10 <sup>5</sup>	15·10 <sup>4</sup>
2	41	18
3	43	20
4	45	20
5	49	21
6	52	22
7	57	24
8	64	25
9	68	27
10	74	28

- 1) Calculați coeficientul de corelație liniară între  $y$  și  $x$ .
- 2) Estimați parametrii  $a$  și  $b$  prin metoda CMMPO.
- 3) Calculați valorile  $t$  ale testului Student, relative la fiecare coeficient.
- 4) Determinați intervalele de încredere la pragul  $\alpha=0.05$  pentru fiecare dintre parametri.
- 5) Se anticipează că parcul de autovehicule va crește în câțiva ani la  $100 \cdot 10^5$ . Care este predicția numărului de accidente  $y_0$  pentru  $x_0 = 100 \cdot 10^5$ ? Determinați intervalul de predicție corespunzător, la pragul  $\alpha=0.05$ .
- 6) Pentru  $t=11$ , s-a putut observa că la un număr de  $80 \cdot 10^5$  autovehicule s-au produs  $27 \cdot 10^5$  accidente. Sunt aceste observații compatibile cu modelul estimat pentru primii 10 ani?

*Rezolvare:*

- 1) Coeficientul de corelație liniară simplă este:

$$r_{xy} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_i (y_i - \bar{y})^2}} = 0.9766$$

iar coeficientul de determinație  $R^2 = 0.9538$ .

- 2) Plecând de la datele disponibile, se obțin ca estimății CMMPO pentru parametrii  $a$  și  $b$  următoarele valori:

$$\hat{b} = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = 0.032; \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \cdot \bar{x} = 50737$$

3) Estimatorul nedepășat al lui  $\sigma_\varepsilon^2$  este dat de:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{T-2} \sum_i (\hat{\varepsilon}_i^2) = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 (1 - R^2)}{T-2} = 0.855133 \cdot 10^8$$

de unde deducem că eroarea standard a estimăției este  $\hat{\sigma}_\varepsilon = 9247.3$ .

Dispersiile și abaterile standard ale estimatorilor  $\hat{a}$  și  $\hat{b}$  se estimează prin:

$$\hat{V}(\hat{b}) = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = 0.061787 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{b}} = 0.2486 \cdot 10^{-2}$$

$$\hat{V}(\hat{a}) = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T} \frac{\sum_i x_i^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = 182111190 \Rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{a}} = 13494.86$$

Valorile calculate ale testului Student relative la cei doi parametri sunt:

$$\text{- pentru } b: t = \frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}_{\hat{b}}} = 12.87; \quad \text{- pentru } a: t = \frac{\hat{a}}{\hat{\sigma}_{\hat{a}}} = 3.76$$

Pentru  $T-2=8$  grade de libertate, valoarea critică la pragul  $\alpha=0.05$  asociată testului Student bilateral este  $t_{8}(0.025) = 2.306$ . Cum valorile calculate sunt superioare valorii critice, se respinge ipoteza nulă cu privire la parametrii testați și se admite în schimb că atât  $a$  cât și  $b$  sunt semnificativ diferiți de zero.

4) Intervalele de încredere la pragul  $\alpha=0.05$  corespunzătoare celor doi parametri sunt:

$$\text{- pentru } b: \hat{b} \pm t_{0.025} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{b}} = 0.032 \pm 0.0057$$

$$\text{- pentru } a: \hat{a} \pm t_{0.025} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{a}} = 50737 \pm 31111$$

$$5) x_0 = 10^7 \Rightarrow y_0^p = \hat{a} + \hat{b} \cdot x_0 = 370101$$

Intervalul de încredere al predicției la pragul  $\alpha=0.05$  este:

$$y_0^p \pm t_{0.025} \cdot \hat{\sigma}_\varepsilon \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{T} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}} = 370101 \pm 35005$$

Acest interval are 95% șanse să fie acoperitor pentru valoarea adevărată a lui  $y_0$ .

6) Valorile observate au fost:  $x_{11} = 80 \cdot 10^5$  și  $y_{11} = 27 \cdot 10^4$ , în timp ce predicția pentru anul  $t=11$ , plecând de la modelul estimat, ar fi fost:

$$y_{11}^p = \hat{a} + \hat{b} \cdot x_{11} = 306228$$

căreia îi corespunde, la pragul  $\alpha=0.05$ , intervalul de încredere:

$$y_{11}^p \pm t_{0.025} \cdot \hat{\sigma}_\varepsilon \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{T} + \frac{(x_{11} - \bar{x})^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}} = 306228 \pm 27191$$

Constatăm deci că valoarea observată  $y_{11}$  nu aparține acestui interval; prin urmare, modelul estimat pentru perioada 1-10 nu mai este compatibil cu evoluția fenomenului la momentul  $t=11$ .

## 2. MODELUL DE REGRESIE LINIARĂ MULTIPLĂ

### 2.1. Ipotezele ce permit specificarea modelului clasic de regresie liniară multiplă

Prima ipoteză se referă la:

**(i1) Forma funcțională a modelului.** Vom presupune că între o variabilă dependentă  $Y$  și un  $m$ -uplu de variabile independente  $X_1, \dots, X_m$  se stabilește o **dependență stohastică liniară** de forma:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{1i} + \dots + \beta_m \cdot x_{mi} + \varepsilon_i$$

sau, în scriere matriceală:

$$y = X \cdot \beta + \varepsilon$$

Prezența **erorii aditive**, desemnată prin termenul  $\varepsilon_i$ , dă caracterul stohastic al modelului.

Este necesar să distingem între acest model, definit de parametri necunoscuți  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$  prin care se specifică structural legăturile dintre variabile la nivelul întregii populații statistice și replicile sale construite pe baza unor eșantioane aleatoare, din care se pot deduce tot atâtea serii de estimări posibile  $b_0, b_1, \dots, b_m$  ale parametrilor respectivi:

$$y_i = b_0 + b_1 \cdot x_{1i} + \dots + b_m \cdot x_{mi} + e_i$$

sau, în formă matriceală:

$$y = X \cdot b + e$$

unde  $e_i$  are semnificația unui **termen rezidual**.

Să considerăm un spațiu de eșantionare  $n$ -dimensional, inclus în spațiul observațiilor. Atunci  $y, x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathfrak{R}^n$  sunt vectorii valorilor eșantionate,  $\mathbf{1} \in \mathfrak{R}^n$  este vectorul cu toate componentele egale cu unitatea, iar  $e \in \mathfrak{R}^n$  este vectorul reziduurilor. Pentru modelele cu interceptie (termen liber), vectorii  $\mathbf{1}, x_1, \dots, x_m$  desemnează cele  $k=m+1$  coloane ale matricei  $X$ . În modelul fără interceptie,  $X = (x_1, \dots, x_m)$ , deci  $k = m$ .

Celelalte ipoteze fundamentale sunt:

**(i2) Ipoteze cu privire la erorile  $\varepsilon_i$ .**

**(i2.a)** Termenii eroare  $\varepsilon_i$  sunt variabile aleatoare de medie nulă:

$$E[\varepsilon] = 0$$

**(i2.b)** Matricea de covarianță a vectorului erorilor este de forma:

$$\Omega_\varepsilon = E[\varepsilon \cdot \varepsilon'] = \sigma^2 \cdot I$$

ceea ce echivalează cu satisfacerea următoarelor două proprietăți:

**(i2.b1) Homoscedasticitate:**

$$\text{Var}[\varepsilon_i] = E[\varepsilon_i^2] = \sigma^2 = \text{constant} \quad \forall i$$

**(i2.b2) Absența corelației seriale (autocorelației):**

$$\text{Cov}[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = E[\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j] = 0, \quad \forall i \neq j$$

### 2.2. Deducerea estimatorului CMMPO

În condițiile verificării ipotezelor prezentate mai sus, metoda celor mai mici pătrate ordinare (CMMPO) poate fi utilizată pentru determinarea unui estimator  $b$  al vectorului necunoscut  $\beta$  al modelului de regresie liniară multiplă. Acest estimator trebuie să îndeplinească câteva condiții minimale, între care:

- să fie nedeplasat:  $E(b) = \beta$ , adică speranța matematică a vectorului aleator  $b$  să fie egală cu parametrul de estimat  $\beta$ ;

- să aibă dispersie minimă în clasa estimatorilor liniari nedeplasați.

Atunci când ipotezele prezentate în secțiunea 2.1 sunt satisfăcute, estimatorul CMMPO îndeplinește condițiile precedente.

Metoda CMMPO ce permite deducerea estimatorului  $b$  constă în minimizarea sumei pătratelor reziduurilor definite de componentele vectorului reziduurilor  $e$ . Din relația  $y = X \cdot b + e$  obținem:

$$e = y - Xb$$

Suma pătratelor reziduurilor se exprimă atunci prin:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i^2 = \|e\|^2 &= e'e = (y - Xb)'(y - Xb) = (y' - b'X')(y - Xb) \\ &= y'y - 2b'X'y + b'X'Xb = F(b) \end{aligned}$$

Am utilizat faptul că  $b'X'y = y'Xb$ , deoarece prima formă pătratică este transpusa celei de-a doua, ambele având drept rezultat scalar.

Criteriul CMMPO revine la a determina argumentul vectorial  $b$  al funcției  $F(b)$ , care minimizează suma pătratelor reziduurilor:

$$\arg \min F(b)$$

Condiția necesară de ordinul întâi pentru această problemă de minim este:

$$\frac{\partial F(b)}{\partial b} = -2X'y + 2X'Xb = 0$$

și conduce la următorul **sistem de ecuații normale**:

$$X'Xb = X'y$$

**Estimatorul  $b$  al vectorului  $\beta$  al parametrilor**, bazat pe **metoda CMMPO**, se obține ca soluție a acestui sistem, deci:

$$b = (X'X)^{-1}X'y$$

### 2.3. Estimatorul nedeplasat al dispersiei erorilor

Un estimator  $s^2$  al dispersiei erorilor  $\sigma^2$  se poate obține punând condiția să fie nedeplasat, adică  $E[s^2] = \sigma^2$ , iar formula sa de calcul este:

$$s^2 = \frac{e'e}{n-k} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-k}$$

Dacă  $m$  este numărul variabilelor explicative, avem:

$$k = \begin{cases} m+1 & \text{dacă } \beta_0 \neq 0 \text{ (model cu interceptie)} \\ m & \text{dacă } \beta_0 = 0 \end{cases}$$

### 2.4. Estimatorului nedeplasat al matricei de covarianță $\Sigma_b$ a lui $b$

În ipotezele clasice ale modelului de regresie liniară multiplă, **estimatorul CMMPO** dat de  $b = (X'X)^{-1}X'y$  este **estimatorul de dispersie minimă în clasa estimatorilor liniari nedeplasați**, iar **matricea sa de covarianță** este:

$$\Sigma_b = \sigma^2(X'X)^{-1}$$

Deoarece dispersia  $\sigma^2$  a erorilor este un parametru necunoscut, în practică, pentru calculul matricei de covarianță  $\Sigma_b$ , trebuie să apelăm la o estimare  $s^2$  a lui  $\sigma^2$ , calculabilă plecând de la vectorul reziduurilor  $e$ .

Prin urmare, un estimator nedeplasat al matricei de covarianță a lui  $b$  se poate obține utilizând  $s^2$  în locul lui  $\sigma^2$ , adică:

$$S_b = s^2 \cdot (X'X)^{-1}$$

## 2.5. Descompunerea dispersiei totale a lui y

Numim **variație totală a variabilei dependente Y**, suma pătratelor abaterilor celor n valori individuale  $y_i$  de la media lor empirică  $\bar{y}$ . Există două surse ce induc variabilitatea lui y și care concură la formarea variației totale a acestuia: una este explicată de abaterea valorilor observate  $y_i$  de la valorile  $\hat{y}_i$  situate pe hiperplanul de regresie, iar cealaltă nu are o cauză sistematică (este deci „neexplicată”) și reprezintă abaterile reziduale.

Notăm cu  $\gamma_i = y_i - \bar{y}$  ( $i=1, \dots, n$ ), valorilor centrate ale lui Y.

**Variația totală a lui Y** (notată convențional SST) se calculează cu relația:

$$SST = \gamma' \cdot \gamma = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2\bar{y} \sum_{i=1}^n y_i + n\bar{y}^2 = y'y - n \cdot \bar{y}^2$$

Totodată, plecând de la  $y = Xb + e = \hat{y} + e$ , suma pătratelor valorilor  $y_i$  se poate exprima cu ajutorul produsului scalar:

$$y'y = \hat{y}'\hat{y} + e'e$$

La rândul său, vectorul reziduurilor se descompune astfel:

$$e = y - \hat{y} = y - Xb = y - X(X'X)^{-1}X'y = [I - X(X'X)^{-1}X'] \cdot y = Q \cdot y$$

unde  $Q$  este o matrice simetrică ( $Q' = Q$ ) și în plus  $Q^2 = Q$ .

**Variația reziduală** (notată SSE) are atunci expresia:

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 = e' \cdot e = y'Q'Qy = y'Q^2y = y'Qy = \\ &= y'e = y'(y - Xb) = y'y - y'Xb = y'y - b'X'y \end{aligned}$$

deoarece  $y'Xb$  este un scalar și deci  $y'Xb = (y'Xb)' = b'X'y$ .

Diferența  $SSR = SST - SSE$  desemnează **variația lui Y explicată de regresie**. În consecință, obținem următoarea descompunere a variației totale a lui Y:

$$\begin{aligned} SST = \gamma'\gamma &= y'y - n\bar{y}^2 = (b'X'Xb - n\bar{y}^2) + e'e \\ &= (b'X'Xb - n\bar{y}^2) + (y'y - b'X'y) = SSR + SSE \end{aligned}$$

unde:

$$SST = \gamma'\gamma = y'y - n\bar{y}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \text{variația totală a lui Y};$$

$$SSR = b'X'Xb - n\bar{y}^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \text{variația explicată a lui Y};$$

$$SSE = y'y - b'X'y = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \text{variația reziduală a lui Y}.$$

Următorul tabel sintetizează principalele rezultate referitoare la analiza variației:

Sursa variației	Suma pătratelor	Grade de libertate	Pătratul mediu (dispersia)
Explicată de regresie	$b'X'Xb - n\bar{y}^2$	$m$	$(b'X'Xb - n\bar{y}^2) / m$
Reziduală	$y'y - b'X'y$	$n-k$	$(y'y - b'X'y) / (n-k)$
Totală	$y'y - n\bar{y}^2$	$n-1$	$(y'y - n\bar{y}^2) / (n-1)$

**Observație:**  $m$  este numărul variabilelor explicative, iar  $k$  este dat de:

$$k = \begin{cases} m+1 & \text{dacă } \beta_0 \neq 0 \text{ (model cu interceptie)} \\ m & \text{dacă } \beta_0 = 0 \end{cases}$$

## 2.6. Analiza calității ajustării liniare

Calitatea ajustării liniare se poate evalua cu ajutorul indicatorilor:

• **Coeficientul de determinație**, ce reprezintă ponderea variației explicate în variația totală a lui  $Y$  și are expresia:

$$R^2 = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} = \frac{b'X'Xb - n\bar{y}^2}{y'y - n\bar{y}^2}$$

De asemenea,  $R^2$  poate fi definit în raport cu variația reziduală astfel:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{y'y - b'X'y}{y'y - n\bar{y}^2}$$

Datorită modului în care a fost definit,  $R^2$  reflectă contribuția pe ansamblu a variabilelor independente la explicarea variației totale a lui  $Y$ , fiind totodată sensibil la introducerea în model a unor noi variabile explicative. Acesta reprezintă un aspect nedorit, ce poate fi eliminat prin corectarea lui  $R^2$  cu gradele de libertate corespunzătoare celor două variații (cea ce revine la a efectua raportul; a două dispersii):

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - k)}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 / (n - 1)} = 1 - \frac{(y'y - b'X'y) \cdot (n - 1)}{(y'y - n\bar{y}^2) \cdot (n - k)}$$

Printr-un calcul simplu se arată că între  $\bar{R}^2$  și  $R^2$  există relația:

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{n - 1}{n - k}$$

• **Coeficientul de corelație multiplă**, ce se obține extrăgând radical din coeficientul de determinație:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{y'y - b'X'y}{y'y - n\bar{y}^2}}$$

Un alt indicator prin care se poate caracteriza global calitatea ajustării modelului de regresie este:

• **Eroarea standard a estimației**, obținută din dispersia reziduală, prin extragerea rădăcinii pătrate:

$$S_{Y, X_1, X_2, \dots, X_m} = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - k}} = \sqrt{\frac{e'e}{n - k}} = \sqrt{\frac{y'y - b'X'y}{n - k}}$$

## 2.7. Teste de semnificație a parametrilor modelului, întemeiate pe ipoteza unei distribuții normale a erorilor

La ipotezele prezentate în §2.1, ce au stat la baza specificării modelului clasic de regresie, considerăm o ipoteză adițională și anume ipoteza de normalitate a erorilor:

$$(i4) \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$$

Această ipoteză este de o importanță deosebită, întrucât facilitează elaborarea testelor de semnificație cu privire la parametrii modelului.

În condițiile verificării ipotezelor de mai sus, se poate arăta că variabila aleatoare definită prin raportul  $(b_i - \beta_i) / s_{b_i}$  urmează o distribuție Student cu  $(n - k)$  grade de libertate, adică:

$$\frac{b_i - \beta_i}{s_{b_i}} \sim t_{n-k}$$

Acest rezultat poate sta la baza unei probleme de decizie statistică. El ne permite să formulăm și să testăm o ipoteză cu privire la un coeficient oarecare  $\beta_j$ , respectiv:

$$H_0 : \beta_j = \beta_j^*$$

și să facem apel, în acest sens, la distribuția Student (ale cărei valori sunt tabelate, pentru diverse niveluri de semnificație și grade de libertate).

În condițiile ipotezei  $H_0$ , putem să substituim  $\beta_j$  cu  $\beta_j^*$  în raportul precedent, deci să calculăm statistica:

$$t_j = \frac{b_j - \beta_j^*}{s_{b_j}}$$

a cărei valoare absolută  $|t_j|$  o vom compara cu valoarea critică  $t_{\alpha; (n-k)}$  (pentru testul bilateral), respectiv  $t_{\alpha/2; (n-k)}$  (pentru testul unilateral), determinată din tabelul distribuției Student, unde  $\alpha$  reprezintă nivelul de semnificație, iar  $(n-k)$  desemnează numărul gradelor de libertate. Ipoteza  $H_0$  este respinsă dacă  $|t_j|$  este mai mare decât valoarea critică și este admisă în caz contrar.

În particular, pentru  $\beta_j^* = 0$ , ipoteza:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

echivalează cu un test de semnificație pentru  $\beta_j$ ; mai precis, ea reprezintă un criteriu de a decide dacă o anumită variabilă explicativă  $X_j$  influențează (sau nu influențează) semnificativ nivelul variabilei dependente  $Y$ . În acest caz, se compară valoarea absolută a statisticii  $t_j$ :

$$|t_j| = \frac{|b_j|}{s_{b_j}}$$

cu valoarea critică determinată pentru nivelul de semnificație  $\alpha$  și gradele de libertate corespunzătoare, iar respingerea ipotezei nule trebuie interpretată în sensul acceptării unei influențe semnificative a lui  $X_j$  asupra lui  $Y$ .

O altă cale de urmat este aceea de a construi un **interval de încredere** pentru fiecare coeficient  $\beta_j$ , corespunzător pragului de semnificație  $\alpha$  și gradelor de libertate  $(n-k)$ :

$$\beta_j = b_j \mp t_{\alpha; (n-k)} \cdot s_{b_j} \text{ sau, echivalent, } \beta_j \in [b_j - t_{\alpha; (n-k)} \cdot s_{b_j}, b_j + t_{\alpha; (n-k)} \cdot s_{b_j}]$$

Între testul ipotezei nule  $H_0$  și abordarea pe baza intervalelor de încredere există similaritate. Astfel, ipoteza  $H_0 : \beta_j = \beta_j^*$  este respinsă dacă  $\beta_j^*$  nu aparține intervalului de încredere corespunzător și este admisă în caz contrar.

Ipotezele formulate anterior priveau doar un singur coeficient  $\beta_j$ . Mai general, testul ipotezei nule se poate aplica simultan mai multor coeficienți de regresie, sau unei combinații liniare a acestora.

Un caz standard îl reprezintă utilizarea testului pentru validarea modelului de regresie privit în ansamblu, deci a măsurii în care acesta ajustează în chip adecvat datele experimentale. Mai concret, testarea ipotezei:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_m = 0$$

echivalează cu un **test de semnificație a modelului de regresie**. Specific este faptul că se urmărește testarea simultană a semnificației tuturor parametrilor modelului cu rol de coeficienți unghiulari (care ponderează cele  $m$  variabile explicative), exclusiv termenul interceptie  $\beta_0$ .

Statistica testului este definită de raportul dintre dispersia explicată și cea reziduală, raport despre care se știe că urmează o distribuție Fisher cu  $m$ , respectiv  $n-k$  grade de libertate:

$$F = \frac{SSR/m}{SSE/(n-k)} \sim F_{(m, n-k)}$$

Prin urmare, admiterea sau respingerea ipotezei  $H_0$  se face prin compararea valorii acestei statistici cu valorile critice ale distribuției  $F$  pentru  $m$ , respectiv  $n-k$  grade de libertate și pragul de semnificație dorit. Formulele de calcul utile sunt:

$$F = \frac{b'X'Xb - n\bar{y}^2}{y'y - b'X'y} \cdot \frac{n-k}{m}$$

sau, echivalent:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k}{m}$$

Dacă valoarea calculată este mai mare decât valoarea tabelată, ipoteza nulă este respinsă, deci modelul se consideră semnificativ.

Relația precedentă poate fi interpretată și ca un test de semnificație pentru  $R^2$ .

## 2.8. Predicție liniară și intervale de încredere asociate

**Problema predicției liniare** se referă la utilizarea modelului de regresie liniară în scopul obținerii de predicții pentru  $y$ , asociate unor seturi de valori ale variabilelor explicative  $X_1, \dots, X_m$ , ce n-au făcut încă obiectul observării. Vom considera cazul unui model cu interceptie și vom nota prin  $\tilde{x} = (1, \tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_m)'$  vectorul acestor valori.

Se definește **eroarea de predicție**:

$$\tilde{y} - \hat{y} = \tilde{x}'\beta + \varepsilon - \tilde{x}'b = \varepsilon - \tilde{x}'(b - \beta)$$

unde:

$$\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1\tilde{x}_1 + \dots + \beta_m\tilde{x}_m + \varepsilon = \tilde{x}'\beta + \varepsilon$$

corespunde valorii (necunoscute) ce trebuie prezisă, iar:

$$\hat{y} = b_0 + b_1\tilde{x}_1 + \dots + b_m\tilde{x}_m = \tilde{x}'b$$

reprezintă *predicția punctuală* bazată pe estimatorul CMMPO.

Avem:

$$\tilde{y} - \hat{y} = \tilde{\varepsilon} - \tilde{x}'(b - \beta) = \tilde{\varepsilon} - (b - \beta)' \tilde{x}$$

deci

$$(\tilde{y} - \hat{y})^2 = \tilde{\varepsilon}^2 - 2 \tilde{x}'(b - \beta) \tilde{\varepsilon} + \tilde{x}'(b - \beta)(b - \beta)' \tilde{x}$$

Ținând cont că

$$b - \beta = (X'X)^{-1} X' \varepsilon$$

iar matricea de covarianță a estimatorului  $b$  este

$$\Sigma_b = E[(b - \beta)(b - \beta)'] = \sigma^2 (X'X)^{-1}$$

putem să deducem *speranța matematică* și *dispersia erorii de predicție*:

$$E[\tilde{y} - \hat{y}] = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= E[(\tilde{y} - \hat{y})^2] = E[\tilde{\varepsilon}^2] - 2 \tilde{x}' E[(b - \beta) \tilde{\varepsilon}] + \tilde{x}' \Sigma_b \tilde{x} \\ &= E[\tilde{\varepsilon}^2] - 2 \tilde{x}' (X'X)^{-1} X' E[\varepsilon \tilde{\varepsilon}] + \sigma^2 \tilde{x}' (X'X)^{-1} \tilde{x} \\ &= \sigma^2 (1 + \tilde{x}' (X'X)^{-1} \tilde{x}) \end{aligned}$$

unde s-a luat  $E[\varepsilon \tilde{\varepsilon}] = 0$  și  $E[\tilde{\varepsilon}^2] = \sigma^2$  din ipoteza de homoscedasticitate (eroarea  $\tilde{\varepsilon}$  nu este corelată cu  $\varepsilon$  și are dispersia constantă  $\sigma^2$ ).

Un estimator nedeplasat al parametrului (necunoscut)  $\sigma_y^2$  este:

$$s_y^2 = s^2 (1 + \tilde{x}' (X'X)^{-1} \tilde{x})$$

Să observăm mai întâi că:  $s_y^2 / \sigma_y^2 = s^2 / \sigma^2$ . Totodată, deoarece:

$$\frac{\hat{y} - \tilde{y}}{\sigma_y} \sim N(0, 1); \quad \frac{s^2}{\sigma^2} (n - k) \sim \chi_{n-k}^2$$

putem construi o variabilă, notată  $t$ , care urmează o distribuție Student cu  $n - k$  grade de libertate:



$$t = \frac{\hat{y} - \tilde{y}}{s_{\hat{y}}} = \frac{(\hat{y} - \tilde{y})/\sigma_{\hat{y}}}{\sqrt{\frac{s_{\hat{y}}^2}{\sigma_{\hat{y}}^2} (n-k)/(n-k)}}$$

**Intervalul de încredere al predicției**, garantat cu o probabilitate  $P((\hat{y} - t_{\alpha/2; n-m-1} \cdot s_{\hat{y}}) < \tilde{y} < (\hat{y} + t_{\alpha/2; n-m-1} \cdot s_{\hat{y}})) = 1 - \alpha$ , se definește prin:

$$\tilde{y} = \hat{y} \pm t_{\alpha/2; n-k} \cdot s_{\hat{y}}$$

**Exemplul 1:** Se consideră modelul de regresie liniară multiplă:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{1i} + \beta_2 \cdot x_{2i} + \varepsilon_i$$

Datele experimentale pentru un eșantion de dimensiune  $n = 13$  sunt:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X1	70	35	55	25	28	43	15	33	23	4	45	20	56
X2	21	26	14	10	12	20	5	28	9	6	10	8	36
Y	198	209	197	156	85	187	43	211	120	62	176	117	273

**Rezultate și interpretarea acestora:**

- Testarea ipotezei nule  $H_0: \beta_j = 0$  cu privire la coeficienții de regresie:

$\beta_j$	$b_j$	$s_{b_j}$	$t_j$	$P( t_{10}  > t_j)$
$\beta_0$	37.5023	17.6461	2.1252	0.060 < 0.05
$\beta_1$	1.4963	0.5534	2.7039	0.020 > 0.05
$\beta_2$	4.2446	1.0650	3.9856	0.003 > 0.05

Pentru  $v = n - 3 = 10$  grade de libertate și un nivel de încredere  $\alpha = 0.05$ , valoarea critică dedusă din tabelul distribuției Student este  $t_{(10; 0.05)} = 2.228$ . Se observă că pentru  $j=1,2$  avem  $t_j > 2.228$ , deci ipoteza nulă  $H_0: \beta_j = 0$  este respinsă; ea nu poate fi însă respinsă pentru  $j=0$ , deoarece  $2.1252 < 2.228$  ceea ce înseamnă că  $\beta_0$  nu diferă semnificativ de 0.

- Se definește intervalul de încredere la nivelul de semnificație  $\alpha = 0.05$  prin:  $b_j \pm t_{(10; 0.05)} \cdot s_{b_j} = b_j \pm 2.228 \cdot s_{b_j}$

$\beta_j$	$b_j - 2.228 \cdot s_{b_j}$	$b_j$	$b_j + 2.228 \cdot s_{b_j}$	Interpretare (decizie)
$\beta_0$	-1.8132	37.5023	76.8178	(conține 0 $\Rightarrow$ se admite $H_0$ )
$\beta_1$	0.2633	1.4963	2.7293	(nu conține 0 $\Rightarrow$ se respinge $H_0$ )
$\beta_2$	1.8718	4.2446	6.6174	(nu conține 0 $\Rightarrow$ se respinge $H_0$ )

- Modelul este semnificativ la  $\alpha = 0.05$ :  $F = 29.6749 > F_{2, 10} = 4.10$ ;
- Calitatea ajustării:  $R^2 = 0.8558$ ;  $SE = S_{Y, X_1, X_2} = 27.85$ ;
- Analiza variației:  $SST/(n-1) = 53789.2/12 = 4482.43$ ;  
 $SSR/m = 46033/2 = 23016.5$ ;  $SSE/(n-m-1) = 7756.2/10 = 775.62$ ;
- Predicție pentru  $\tilde{x} = (1, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)' = (1, 64, 23)'$ :  $\hat{y} = \tilde{x}' \cdot b = 230.891$ ;

$$s_{\hat{y}}^2 = s^2 (1 + \tilde{x}'(X'X)^{-1}\tilde{x}) = 996.16; \quad s^2 = 775.6214; \quad s_{\hat{y}} = 31.562$$

$$\tilde{y} \in (\hat{y} - 2.228 \cdot s_{\hat{y}}, \hat{y} + 2.228 \cdot s_{\hat{y}}) = (160.57, 301.21)$$

**Exemplul 2.** În tabelul următor se prezintă datele cu privire la o firmă: outputul  $Y$  și factorii de producție  $L$ , respectiv  $K$ , înregistrate pe o perioadă de 39 luni:

Tabelul 1

Luna	Y	L	K	Luna	Y	L	K
------	---	---	---	------	---	---	---

1	554.399	88	173	21	789.900	135	239
2	535.356	88	165	22	718.904	115	229
3	518.004	84	158	23	763.144	122	238
4	467.675	78	142	24	810.071	140	242
5	457.282	77	142	25	823.969	147	245
6	481.065	76	148	26	816.948	149	237
7	494.610	78	154	27	838.109	159	246
8	513.430	79	164	28	882.637	167	252
9	529.936	80	172	29	888.391	172	252
10	520.322	78	162	30	879.613	173	245
11	516.831	80	169	31	911.521	183	255
12	554.663	87	177	32	930.414	189	260
13	622.890	96	192	33	943.239	194	258
14	644.383	104	205	34	968.823	202	265
15	668.783	110	210	35	987.436	205	269
16	672.975	108	209	36	1010.960	216	275
17	654.045	102	202	37	1060.090	225	285
18	656.954	97	213	38	1098.900	236	297
19	712.060	106	224	39	1146.630	248	305
20	721.234	113	228				

Se consideră o funcție de producție Cobb-Douglas  $Y_t = A \cdot L_t^\alpha \cdot K_t^\beta$ , fără restricții asupra coeficienților  $\alpha$  și  $\beta$  și se cere:

- Să se estimeze coeficienților modelului de regresie.
- Să se descompună variabilitatea totală a lui  $y$  și să se analizeze calitatea ajustării liniare a modelului.
- Plecând de la estimarea  $S_b$  a matricei de covarianță a vectorului  $b$ , să se determine erorile standard ale coeficienților și valorile statisticii  $t$  pentru fiecare coeficient.
- Să se calculeze limitele inferioară și superioară ale intervalelor de încredere pentru fiecare coeficient estimat și să se ia o decizie cu privire la testul ipotezei nule.
- Să se testeze ipoteza nulă  $H_0 : \alpha = \beta = 0$  și să ia o decizie cu privire semnificația modelului de regresie la pragul de semnificație 5%.
- Se consideră combinația de factori  $(L, K) = (250, 310)$ . Să se determine predicția punctuală pentru outputul (producția) ce se estimează a fi realizată cu această combinație de factori și intervalul de încredere asociat acestei predicții punctuale, la pragul de semnificație 5%.

**SOLUȚIE:**

- Modelul liniarizat:  $y_t = \ln Y_t = \ln A + \alpha \cdot \ln L_t + \beta \cdot \ln K_t$ .  
Matricea variabilelor independente:  $X = (1 \quad \ln L_t \quad \ln K_t)$ .  
Coeficienții modelului de regresie:

$$b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = (X'X)^{-1} \cdot X'y = \begin{pmatrix} 1.41880 \\ 0.33661 \\ 0.65795 \end{pmatrix}$$

unde:

$$X'X = \begin{matrix} & 39 & 187.908 & 209.108 \end{matrix}$$

	187.908	910.883	1010.53
	209.108	1010.53	1123.02
$X'y =$	256.167		
	1238.09		
	1375.73		
$X'X)^{-1} =$	43.4513	7.00002	-14.3895
	7.00002	1.76286	-2.88969
	-14.3895	-2.88969	5.28047

b. Descompunerea variabilității totale a lui  $y$  și analiza calitatea ajustării liniare a modelului:

Sursa variatiei	Suma patratelor	Grade de libertate	Patratul mediu
Explicata	2.75600	2	1.37800
Reziduala	0.00376	36	0.00010
Totala	2.75976	38	0.07263
Coeficient de determinatie			0.99864
Coeficient de corelatie liniara multipla			0.99932
Coeficient de determinatie corectat			0.99856
Eroarea standard a regresiei			0.01022

c. Estimația  $S_b$  a matricei de covarianță a vectorului  $b$ , erorile standard ale coeficienților și valorile statisticii  $t$  pentru fiecare coeficient sunt:

$S_b =$	0.00453597	0.000730747	-0.00150215
	0.000730747	0.000184028	-0.000301661
	-0.00150215	-0.000301661	0.000551239
Coeficienti	Estimatii	Eroarea standard	Statistica $t$
$b_0$	1.41880	0.06735	21.06625
$b_1$	0.33661	0.01357	24.81307
$b_2$	0.65795	0.02348	28.02356

d. Limitele inferioară și superioară ale intervalelor de încredere pentru fiecare coeficient estimat și decizia cu privire la testul ipotezei nule sunt:

Coeficienti	Intervale de incredere		$H_0: b(j)=0$
	Limita inferioara	Limita superioara	
$b_0$	1.28222	1.55539	$H_0$ respinsa
$b_1$	0.30910	0.36412	$H_0$ respinsa
$b_2$	0.61034	0.70557	$H_0$ respinsa

Valoarea critica a testului  $t$  pentru 36 grade de libertate la pragul de semnificatie 5% este 2.028

e. Testul  $F$  de adecvare a modelului asociat ipotezei nule  $H_0: \alpha = \beta = 0$ :

Valoarea critica a testului  $F$  pentru (2, 36) grade de libertate la pragul de semnificatie 5% este: 3.26

Statistica  $F = 13200.22 > 3.26$

Modelul este semnificativ la pragul de incredere considerat.

- f. Pentru modelul estimat în formă logaritmică,  $\ln \hat{Y} = \ln A + \alpha \cdot \ln L + \beta \cdot \ln K$ , predicția punctuală  $\hat{y} = \ln \hat{Y}$  când se dă  $L = 250$  și  $K = 310$ , este  $\hat{y} = 7.05175$ .  
 Predicția punctuală  $\hat{Y}$  a lui  $Y$  pentru modelul inițial,  $\hat{Y} = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta$ , este  $\hat{Y} = e^{\hat{y}} = 1154.87$ .  
 Intervalul de încredere asociat predicției punctuale  $\tilde{y}$ , la pragul de semnificație  $\alpha = 0.05$  (5%) este  $\tilde{y} \in [\tilde{y}_{\text{inf}}, \tilde{y}_{\text{sup}}] = [7.02984, 7.07366]$ , iar intervalul asociat lui  $\tilde{Y}$  este  $\tilde{Y} \in [\tilde{Y}_{\text{inf}}, \tilde{Y}_{\text{sup}}] = [1129.85, 1180.46]$ , unde  $\hat{Y}_{\text{inf}} = e^{\tilde{y}_{\text{inf}}}$ ,  $\hat{Y}_{\text{sup}} = e^{\tilde{y}_{\text{sup}}}$ .

### 3. MODELAREA ȘI PREDICȚIA SERIILOR DE TIMP

#### 3.1. Modelarea seriilor de timp

##### 3.1.1. Obiectivele modelării

###### A. Determinarea tendinței generale (trendului)

Trendul, dacă există, desemnează o caracteristică esențială a unui sistem evolutiv, care arată direcția de dezvoltare a fenomenului sau procesului studiat și ritmul acestei dezvoltări. Prezența trendului indică o corelație în cadrul valorilor seriei, corelație responsabilă pentru dinamica liberă a sistemului în timp.

###### B. Corectarea variațiilor sezoniere

Prin eliminarea efectelor sezoniere din cadrul seriei brute este posibil să se identifice în ce grad variațiile variabilei sunt datorate altor factori cu caracter sistematic sau întâmplător.

Se va numi serie desezonalizată, notată  $Y^{DS}$ , seria pentru care, prin procedee specifice, s-a realizat corecția valorilor, în sensul eliminării influențelor sezoniere.

###### C. Cauzalitate și decalaj temporal

Observarea simultană în timp a mai multor variabile poate oferi un răspuns la întrebările legate de cauzalitate. Existența sa este pusă în evidență de modificările pe care variația valorilor unei variabile le induce asupra valorilor altei variabile. „Unda” propagării dinspre fenomenul cauză spre cel efect, nu are în general caracter instantaneu, ci indică un decalaj temporal care trebuie determinat.

###### D. Persistența efectelor induse de dependența variabilelor

În economie este important să fie separate efectele persistente, numite **efecte pe termen lung**, de cele **pe termen mediu**, sau **scurt**. Numai astfel se poate evalua corect impactul în timp al unor decizii luate în prezent.

**E. Predicția (previziunea)** constă în a evalua valorile viitoare  $Y_{n+h}$ ,  $h \geq 1$ , ale unei variabile plecând de la observarea valorilor sale trecute  $Y_1, \dots, Y_n$ . Valoarea prezisă, notată  $\hat{Y}_{n+h}$ , va fi în general diferită de valoarea pe care o va lua variabila la momentul  $n+h$ ; din acest motiv este mai natural ca în locul unei valori să se propună un interval de predicție  $[\hat{Y}_{n+h}^1, \hat{Y}_{n+h}^2]$ , susceptibil să conțină valoarea  $Y_{n+h}$ . Calitatea predicției depinde de:

- modul cum evoluează seria: cvasi-determinist sau stocastic, liniar sau neliniar, etc.
- mărimea orizontului  $h$ , precizia diminuându-se odată cu creșterea lui  $h$ .

###### F. Detectarea unei rupturi (fracturi) în evoluția sistemului

Ca urmare a schimbărilor de politică economică sau a modificării profunde a relațiilor structurale între variabile, seriile pot în anumite cazuri să prezinte rupturi fie de nivel, fie de pantă („fracturi” în rata de schimb leu-dolar, în rata dobânzii bancare, în nivelul prețurilor, etc.). Schimbându-se însăși legitatea după care are loc evoluția, predicția prin extrapolarea tendinței trecute devine inoperantă.

### G. Specificitatea metodelor de prelucrare

Metodele utilizate depind deopotrivă de scopul prelucrării (desezonalizare, previziune, etc.) și de caracteristicile seriei de timp.

#### 3.1.2. Tipuri de modele

Se pot distinge trei clase principale de modele:

- modele de ajustare;
- modele autoproiective;
- modele explicative.

#### A. Modele de ajustare

##### • Principiul

În general, formalizarea unei serii cronologice se poate face prin modele de tip aditiv:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + u_t \quad (6.1)$$

sau de tip multiplicativ:

$$Y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot u_t \quad (6.2)$$

unde:

- $T_t$  este o funcție liniară sau neliniară de timp, reprezentând **tendința generală**, sau **trendul**;
- $S_t$  - o funcție periodică de timp (de exemplu sinusoidală), de perioadă 12 pentru date lunare, sau 4 pentru date trimestriale, nulă în medie, pe care o vom numi **fluctuație sezonieră**;
- $C_t$  - o funcție de timp cu perioadă amplă, numită **ciclu**, reprezentând variații pe termen mediu sau lung;
- $u_t$  - o parte neregulată numită **perturbație**, cu statut de variabilă aleatoare centrată (de medie nulă), a cărei pondere în ansamblul modelului poate fi uneori însemnată.

Pentru un model aditiv se optează atunci când forma oscilațiilor periodice este invariantă în timp. Modelele multiplicative corespund, dimpotrivă, situației când oscilațiile se amplifică sau se amortizează în timp. Ambele situații definesc de fapt **clasa modelelor de ajustare** și pot fi reprezentate sintetic prin relația:

$$y_t = f(t, u_t) \quad (6.3)$$

unde  $f$  este o funcție indexată printr-un număr finit de parametri necunoscuți, iar  $u_t$  este o variabilă aleatoare centrată, asupra căreia se pot face diverse ipoteze adiționale.

##### • Ajustare globală și ajustare locală

Ipotezele făcute asupra variabilelor aleatoare  $u_t$  induc metode de estimare a funcției  $f$ , ce au anumite proprietăți de optimalitate. Astfel, metoda celor mai mici pătrate ordinare constituie o metodă de estimare pentru cazul când  $u_t$  au aceeași dispersie și nu sunt corelate. Există totodată metode speciale de estimare pentru cazul când  $u_t$  au aceeași dispersie dar sunt corelate. În general, metodele ce se disting prin faptul că toate observațiile joacă același rol, definesc clasa metodelor de **ajustare globală**. Rezultatele estimațiilor obținute pot fi utilizate în particular pentru desezonalizare și previziune.

În anumite cazuri este de dorit ca modelele și metodele de estimare să se bazeze pe criterii care permit diverselor observații să joace roluri diferite. Ele desemnează clasa metodelor de

**ajustare locală.** Astfel, metoda mediilor mobile presupune ajustarea locală a termenilor seriei ca valori medii ale unui număr limitat de termeni consecutivi. Pe această bază se introduce un tip important de metode de desezonalizare.

Metodele de previziune prin netezire (nivelare) intertemporală se justifică tot în sensul ajustării locale cu ajutorul unor funcții exponențiale, astfel încât observațiile recente să aibă contribuția cea mai mare, iar contribuția variabilelor trecute să descrească exponențial.

### **B. Modele autoproiective**

Într-un model autoproiectiv, se presupune că  $Y_t$  este o funcție de valorile sale trecute și de o perturbație aleatoare  $u_t$ :

$$Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, u_t) \quad (6.4)$$

O clasă de astfel de modele utilizate în previziune sunt modelele de tip ARMA, respectiv ARIMA (Box și Jenkins). Aceluiași scop îi corespund și metodele de netezire exponențială.

Avantajul esențial al metodei de identificare-estimare-previziune bazată pe modelele de tip Box și Jenkins este acela că permite selecționarea metodei de previzionare optimală dintr-o gamă largă de posibilități, în timp ce metodele clasice (ajustarea globală sau netezirea) presupun un grad mai mare de arbitrar în alegerea funcției utilizate pentru ajustare. În plus, aceste modele permit să se dea un răspuns adecvat problemelor legate de cauzalitate, să se distingă între orizonturile de previziune (termen lung și termen scurt) etc.

### **C. Modele explicative**

În această ultimă categorie de modele variabila endogenă  $Y_t$  este exprimată în funcție de un vector de variabile exogene observabile  $X_t$  și o perturbație aleatoare  $u_t$ :

$$Y_t = f(X_t, u_t) \quad (6.5)$$

$X_t$  sunt fie deterministe, fie aleatoare; în acest ultim caz, relativ la variabilele exogene  $X_t$  și perturbația aleatoare  $u_t$  se fac anumite ipoteze de independență și necorelare.

Aceste modele sunt modelele de bază ale econometriei.

#### **• Modelul explicativ static**

În modelul explicativ static variabilele  $Y_t$  și  $X_t$  se definesc ca observații sincrone (efectuate la același moment  $t$ ),  $Y_t$  nefiind funcție de valorile sale trecute ( $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots$ ), iar secvențele  $u_t$  sunt independente între ele. De exemplu, un model de acest tip va fi:

$$Y_t = a + bX_t + u_t; \quad t = 1, \dots, n \quad (6.6)$$

unde variabilele  $X_t$  sunt independente în raport cu  $u_t$ , iar  $u_t$  sunt centrate și de asemenea independente între ele.

#### **• Modelul explicativ dinamic**

Un model explicativ se consideră dinamic fie pentru că  $u_t$  sunt autocorelate, fie pentru că vectorul  $X_t$  include și valori trecute ale lui  $Y_t$ , adică variabile numite „endogene retardate”.

##### **- Perturbații autocorelate**

Un mod uzual de a lua în considerare autocorelația perturbațiilor este de a presupune că seria  $u_t$  corespunzătoare acestora satisface un model autoproiectiv. Această abordare permite deci introducerea unei clase de modele pentru perturbații, adică pentru componenta reprezentând ignoranța noastră și este complementară formalizării ce leagă  $Y$  de  $X$ , care este de regulă fondată pe cunoașterea mecanismelor economice.

##### **- Variabile endogene retardate**

Teoria economică furnizează adesea indicații cu privire la identitatea variabilelor ce intervin într-un model. În schimb, rareori ea permite să se precizeze decalajele temporale necesare

propagării influențelor de la intrări (cauze) către ieșiri (efecte). În studiul acestei probleme dificile, abordarea autoproiectivă este esențială.

### 3.2. Metode de ajustare a trendului

Vom presupune că seria de timp combină aditiv, sau multiplicativ, o componentă deterministă (trendul  $T_t$ ), cu o componentă aleatoare (perturbația  $u_t$ ):

$$Y_t = T_t + u_t, \text{ sau } Y_t = T_t \cdot u_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Despre componenta deterministă  $T_t$  se face în plus ipoteza că reprezintă o funcție analitică de timp ( $t$ ). Tipul funcției analitice depinde de modul în care evoluează fenomenul. Astfel,  $T_t$  poate fi explicat printr-o funcție liniară, parabolică, hiperbolică, exponențială, logistică, etc.

#### A. Funcția analitică liniară

Se utilizează pentru ajustarea trendului unui fenomen sau proces a cărui evoluție în timp se poate reprezenta aproximativ printr-o dreaptă:

$$T_t = a + b \cdot t, \text{ deci } Y_t = T_t + u_t = a + b \cdot t + u_t, \quad t = \overline{1, n}$$

Aplicarea metodei celor mai mici pătrate ordinare (CMMPO) acestui model, revine la a minimiza criteriul:

$$\arg \min_{a,b} F(a,b) = \sum_{t=1}^n u_t^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - a - b \cdot t)^2$$

ceea ce conduce la sistemul de ecuații normale:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(a,b)}{\partial a} = -2 \cdot \sum_{t=1}^n (y_t - a - b \cdot t) = 0 \\ \frac{\partial F(a,b)}{\partial b} = -2 \cdot \sum_{t=1}^n (y_t - a - b \cdot t) \cdot t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum_{t=1}^n t = \sum_{t=1}^n y_t \\ a \cdot \sum_{t=1}^n t + b \cdot \sum_{t=1}^n t^2 = \sum_{t=1}^n t \cdot y_t \end{cases}$$

Estimațiile  $a$  și  $b$  (corespunzătoare metodei CMMPO) se exprimă atunci ca soluții ale sistemului precedent, prin relațiile:

$$\begin{cases} b = \frac{\sum (t - \bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum (t - \bar{t})^2} \\ a = \bar{y} - b \cdot \bar{t} \end{cases}$$

Cum, în general,  $t \in N$ , se poate realiza o translație, convenabil aleasă, a originii sistemului de axe, astfel încât  $\sum_{t=1}^n t = 0$ . Atunci, se obține:

$$b = \frac{\sum t \cdot y_t}{\sum t^2}; \quad a = \bar{y}$$

#### B. Funcția exponențială (log-liniară)

Se utilizează pentru ajustarea trendului unui fenomen sau proces care evoluează în timp după un ritm aproximativ constant:

$$T_t = a \cdot b^t, \text{ deci } Y_t = T_t \cdot u_t = a \cdot b^t \cdot u_t, \quad t = \overline{1, n}$$

Modelul poate fi liniarizat, mai întâi, prin logaritmare:

$$\log Y_t = \log a + t \cdot \log b + \log u_t \Leftrightarrow Z_t = A + B \cdot t + v_t$$

după care se aplică metodei celor mai mici pătrate ordinare modelului liniarizat. În final, se determină estimațiile  $a$  și  $b$  prin antilogaritmare.

#### C. Funcția hiperbolică

Se utilizează pentru ajustarea trendului unui fenomen sau proces a cărui evoluție în timp se poate reprezenta aproximativ printr-o hiperbolă:

$$T_t = a + \frac{b}{t}, \text{ deci } Y_t = a + \frac{b}{t} + u_t, \quad t = \overline{1, n}$$

Aplicarea metodei celor mai mici pătrate ordinare (CMMPO) acestui model, revine la a minimiza criteriul:

$$\arg \min_{a,b} F(a,b) = \sum_{t=1}^n u_t^2 = \sum_{t=1}^n \left(y_t - a - \frac{b}{t}\right)^2$$

ceea ce conduce la sistemul de ecuații normale:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(a,b)}{\partial a} = -2 \cdot \sum_{t=1}^n \left(y_t - a - \frac{b}{t}\right) = 0 \\ \frac{\partial F(a,b)}{\partial b} = -2 \cdot \sum_{t=1}^n \left(y_t - a - \frac{b}{t}\right) \frac{1}{t} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum_{t=1}^n \frac{1}{t} = \sum_{t=1}^n y_t \\ a \cdot \sum_{t=1}^n \frac{1}{t} + b \cdot \sum_{t=1}^n \frac{1}{t^2} = \sum_{t=1}^n \frac{1}{t} \cdot y_t \end{cases}$$

Estimațiile a și b se deduc ca soluții ale sistemului precedent.

#### D. Funcția logistică

Ajustarea trendului printr-o funcție logistică se utilizează atunci când, într-o primă perioadă, fenomenul înregistrează o creștere accentuată, urmată de o perioadă de încetinire a creșterii, până la atingerea unui prag de saturație. Modelul se scrie:

$$T_t = \frac{c}{1 + a \cdot e^{-bt}}, \text{ deci } Y_t = \frac{c}{1 + a \cdot e^{-bt}} + u_t, \quad a, b, c \in \mathfrak{R}, b, c > 0, t = \overline{1, n}$$

Prezentăm, în continuare, câteva proprietăți ale funcției logistice:

- ▶  $\lim_{t \rightarrow \infty} T_t = c$ , ceea ce arată că funcția logistică are un prag de saturație.
- ▶ Pentru  $a, b, c > 0$ , funcția logistică este crescătoare, adică derivata sa de ordinul întâi în raport cu timpul este pozitivă:

$$\begin{aligned} 0 < \frac{dT_t}{dt} &= \frac{abc}{(1 + a \cdot e^{-bt})^2} \cdot e^{-bt} = \frac{c}{(1 + a \cdot e^{-bt})^2} \cdot [(ae^{-bt} + 1) - 1] \cdot b = \\ &= -\left(\frac{c}{1 + a \cdot e^{-bt}}\right)^2 \cdot \frac{b}{c} + \frac{c}{1 + a \cdot e^{-bt}} \cdot b = -(T_t)^2 \cdot \frac{b}{c} + T_t \cdot b \end{aligned}$$

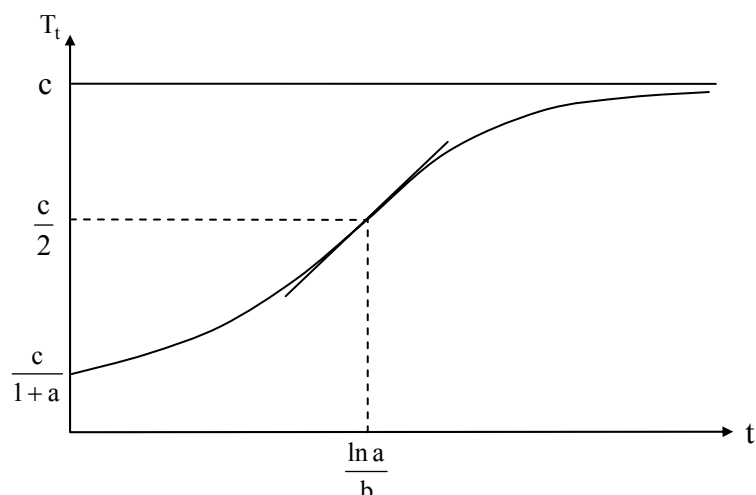
- ▶ Dinamica procesele logistice este însă accelerată pe intervalul  $t \in \left[0, \frac{\ln a}{b}\right)$ , unde derivata a doua este pozitivă (deci funcția este convexă), respectiv decelerată (încetinită) pe intervalul  $t \in \left(\frac{\ln a}{b}, \infty\right)$ , unde derivata a doua este negativă (deci funcția este concavă); punctul  $I = \left(t = \frac{\ln a}{b}, T_t = \frac{c}{2}\right)$  este punct de inflexiune. Într-adevăr:

$$\frac{d^2 T_t}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left[ -(T_t)^2 \cdot \frac{b}{c} + T_t \cdot b \right] = -2 \cdot \frac{b}{c} \cdot T_t + b = 0 \Rightarrow T_t = c/2$$

de unde:

$$\frac{c}{1 + a \cdot e^{-bt}} = \frac{c}{2} \Rightarrow t = \frac{\ln a}{b}$$





**Fig.6.1.** Funcția logistică

Pentru estimarea parametrilor funcției logistice se pot utiliza mai multe metode. În continuare, prezentăm două dintre acestea:

➤ **Metoda celor 3 puncte.** Constă în alegerea a 3 momente  $t_1 < t_2 < t_3$ , situate la începutul, la mijlocul, respectiv la sfârșitul seriei. Acelor momente le vor corespunde valorile:  $y_1, y_2, y_3$ . Prin înlocuirea celor 3 perechi de puncte în expresia funcției logistice se obține un sistem în necunoscutele  $a, b$  și  $c$ , care prin rezolvare dă:

$$c = \frac{y_1 y_2 y_3 - y_2^2 (y_1 + y_3)}{y_1 y_3 - y_2^2}; \quad a = \log \frac{c - y_1}{y_1}; \quad b = -\frac{1}{n} \log \frac{y_1 (c - y_2)}{y_2 (c - y_1)}$$

➤ **Metoda liniarizării, când se cunoaște pragul de saturație  $c$ .**

În acest caz, pentru estimarea parametrilor se parcurg etapele:

1. Din  $T_t = \frac{c}{1 + a \cdot e^{-bt}}$ , rezultă  $\frac{c}{T_t} - 1 = a \cdot e^{-bt}$

2. Se liniarizează ultima relație prin logaritmare:

$$\log \left( \frac{c}{T_t} - 1 \right) = \ln a - bt \Leftrightarrow z_t = A - b \cdot t$$

unde: 
$$z_t = \log \left( \frac{c}{T_t} - 1 \right), \quad A = \ln a$$

3. Se aplică metoda CMMPO funcției liniare  $z_t = A - b \cdot t$  și se estimează parametrii  $A$ , respectiv  $b$ . Prin antilogaritmare, se obține apoi  $a = e^A$ .

**Observație:** În general, când nu se cunoaște pragul de saturație  $c$ , se poate recurge la liniarizare prin dezvoltare în serie Taylor, în jurul unui punct inițial  $(a_0, b_0, c_0)$ , ales arbitrar. Estimarea parametrilor se poate face atunci printr-o procedură iterativă.

# SONDAJE ȘI ANCHETE STATISTICE

## 1. LOCUL ȘI ROLUL CERCETĂRILOR PARȚIALE ÎN CADRUL CERCETĂRII STATISTICE

Obiectivul fundamental al „Statisticii” nu îl constituie studiul entităților individuale, ci acela de a extrage informația reprezentativă, tipică, pentru colectivități ample de unități. De pildă, în procesele de producție din industrie când se studiază calitatea unor produse, statistica urmărește determinarea procentului produselor cu defecte și nu de defectul apărut la un anumit produs, așa cum o face ingineria. De asemenea, în domeniul demografiei, în studiul mortalității, statistica se concentrează pe structura deceselor pe cauze și nu pe cauza particulară a decesului unei anumite persoane, așa cum o face medicina. Așadar, noțiunea fundamentală în statistică este cea de *populație*, care desemnează o mulțime de unități statistice echivalente, în legătură cu care se observă una sau mai multe caracteristici, numite variabile statistice.

### 1.1. Principalele metode de observare statistică

Observarea statistică este de două tipuri: *observare totală* și *observare parțială*.

**A. Observarea totală** constă în înregistrarea caracteristicilor tuturor unităților din populația statistică. Principalele metode de observare totală sunt:

**a) recensământul** – este considerată cea mai veche metodă de observare statistică și urmărește o „fotografiere” a fenomenului la un moment dat. Se utilizează cu precădere în studiul populației, dar și în alte domenii. Organizarea unui recensământ trebuie să se bazeze pe următoarele principii: universalitate și simultaneitate a înregistrării, periodicitate, comparabilitatea datelor;

**b) rapoartele statistice** – sunt documente oficiale, prin care fiecare operator economic este obligat să raporteze periodic forului în drept (Institutul Național de Statistică, ministere etc.) rezultatele obținute în activitatea sa, într-o anumită perioadă de timp. Cele mai cunoscute tipuri de astfel de înregistrări sunt cele cu caracter fiscal.

**B. Observarea parțială** constă în înregistrarea caracteristicilor unei părți dintre unitățile populației statistice. Principalele metode de observare parțială sunt:

**a) sondajul statistic** – presupune înregistrarea caracteristicilor numai pentru o parte din colectivitatea supusă observării (*eșantion*). Eșantionul trebuie să asigure *condiția de reprezentativitate*, în sensul de a avea aceeași structură, trăsături esențiale și valori tipice ca și populația statistică din care provine. Abaterile dintre rezultatele unui sondaj și rezultatele unei observări totale sunt numite *erori de sondaj*. *Avantajele* sondajului statistic, comparativ cu înregistrările totale, sunt date de faptul că este mai economic și mai operativ;

**b) ancheta statistică** – presupune colectarea informațiilor, îndeosebi de la populație, prin chestionare speciale de observare. Eșantionul *nu asigură, de regulă, reprezentativitatea* la nivelul întregii populații, iar răspunsurile sunt benevole. Ca urmare, se obțin informații orientative, de calitate mai redusă decât în cazul sondajului statistic. Exemplul clasic al unei astfel de cercetări îl constituie sondarea opiniei publice în cadrul târgurilor și expozițiilor;

**c) observarea părții principale** – se folosește atunci când se studiază o colectivitate care prezintă variații calitative substanțiale de la o grupă la alta, astfel încât unele grupe au o influență hotărâtoare la formarea indicatorilor pe întreaga colectivitate, iar altele au o influență nesemnificativă. În consecință, în cadrul unei colectivități pot fi preponderente anumite grupe și, în acest caz, este suficient să se supună observării numai partea principală a colectivității și, cu anumite rezerve, să se caracterizeze întregul ansamblu;

**d) panelul** – este o metodă de investigație repetitivă pentru urmărirea evoluției unui fenomen prin solicitări de informații de la aceleași persoane, unități de desfacere etc. Panelul se bazează pe un eșantion fix pentru care se culeg date la diferite intervale de timp;

**e) monografia** – permite caracterizarea cât mai completă a unei entități statistice complexe din toată populația statistică. De exemplu, se poate întocmi monografia unui oraș, unei întreprinderi etc.

## 1.2. Necesitatea cercetărilor parțiale

Cercetările selective (sau parțiale) nu trebuie confundate cu metoda anchetei sau cu sondajele de opinie. Pe de o parte, există situații de anchetă în care cercetarea este exhaustivă, completă, deci când este abordat fiecare membru al populației (exemplul cel mai cunoscut îl constituie recensământul populației). Pe de altă parte, cercetări selective se întâlnesc și în alte investigații economico-sociale, dar și în alte domenii (științe sociale, științe ale naturii etc.).

Chiar în viața de zi cu zi, oamenii dobândesc multe din cunoștințele necesare vieții prin acest procedeu, fie că este vorba de situații când intră în relație cu semenii lor, fie că sunt obligați să investigheze o altă realitate ce nu se lasă nici ea percepută integral. Un medic ce prelevează o probă de sânge pentru a fi analizată, este un bun exemplu pentru această practică, dat fiind că el evidențiază o trăsătură esențială a multor tipuri de abordări selective: imposibilitatea de a cuprinde tot universul vizat. Și nu e vorba numai de o imposibilitate fizică, ci și de una rațională: pacientul ar muri, dacă i s-ar scoate tot sângele pentru a fi analizat. Situații similare se regăsesc și în activități tehnice, în special în controlul calității produselor, problemă extrem de importantă și de o mare amploare, ceea ce explică de ce tocmai în astfel de aplicații s-au pus la punct procedurile de eșantionare și de evaluare a rezultatelor acestui gen de investigație. Fac apel la astfel de tehnici numeroase întreprinderi a căror producție constă într-un număr foarte mare de obiecte aparent identice (becuri, CD-uri, cărămizi, țigle etc.), produse care nu pot fi controlate riguros fiecare separat, așa cum se procedează cu un autoturism sau un avion. De asemenea, controlul unor asemenea produse poate presupune distrugerea lor: rezistența unei cărămizi se testează presând-o până se sfărâmă. În astfel de cazuri se impune un control de calitate doar asupra unui număr mic de produse, alese de așa manieră încât să reflecte calitățile întregii producții.

Aceste exemple simple evidențiază faptul că ceea ce este acceptabil, evident și fără probleme pentru toată lumea, în domeniile menționate, apare ca fiind ceva misterios sau dubios atunci când este vorba de a cunoaște comportamentele, opiniile sau atitudinile oamenilor. Faptul că, pe baza unui eșantion de o mie de persoane, se prezintă opțiunile politice ale tuturor românilor pare ceva extrem de hazardat în ochii multor oameni. Din păcate, educația în spiritul raționării în termeni statistici sau probabilistici este încă deficitară, oamenii fiind învățați să judece aproape totul în termeni de „da/nu” sau de „adevărat/fals”. Vom găsi multe voci care să afirme că nu este posibil ca din 1500 de păreri să se poată deduce opiniile a milioane de oameni.

Problema acestor raționamente este că, deși pornesc de la o caracteristică reală a studiilor selective, ea este, însă, exacerbată și contrapusă naturii altor modalități de cunoaștere. În orice studiu pe eșantion, rezultatul se obține cu *o anumită eroare* și intervine *un anumit risc* în încadrarea într-o marjă de eroare rezonabilă. Se uită că, în realitatea empirică, orice evaluare este însoțită de o eroare și, de asemenea, orice acțiune umană de cunoaștere este supusă riscului intervenției unor factori care pot să deformeze rezultatul vizat.

Cercetările selective nu posedă nici o însușire misterioasă, ele sunt intrate în uzul cunoașterii științifice, folosirea lor impunându-se atunci când realitatea empirică este constituită dintr-o mulțime de unități, diferite unele de celelalte, din punctul de vedere al caracteristicilor ce urmează a fi evaluate. Prin investigarea unei părți mici din populație, se urmărește reproducerea în eșantion a structurilor populației cu o precizie suficient de bună, pentru a satisface cele mai exigente cerințe.

## 2. CARACTERISTICILE SONDAJULUI STATISTIC

**Sondajul statistic** aparține categoriei cercetărilor statistice parțiale. Este folosit, de regulă, în cazurile în care se dorește caracterizarea unor fenomene și procese social-economice pentru care nu dispunem de date suficiente, care nu pot fi studiate în totalitate sau pentru unitățile statistice supuse studiului sunt distruse în urma cercetării.

### 2.1. Domeniile de utilizare a sondajului statistic

Cercetarea prin sondaj cunoaște o largă răspândire, mai ales după anul 1989, fiind utilizată în practică din ce în ce mai mult, atât de instituțiile din cadrul sistemului statistic național, cât și de întreprinderi și diferite instituții de cercetări științifice, de firme private etc. Domeniile de aplicare ale sondajului sunt foarte variate. În ultimii ani, sondajele de opinie au invadat mass-media, noțiunea de sondaj statistic tinzând să fie identificată de marele public doar cu sondajele de opinie. Dar, sondajele de opinie nu reprezintă decât o parte din domeniul de aplicare a teoriei sondajului.

Sondajul își găsește aplicabilitate preponderent în domenii cum ar fi:

- **social** – este evaluat comportamentul populației față de anumite bunuri, servicii, probleme sociale, dintre care problemele legate de muncă ocupă un loc deosebit. Analiza nivelului de trai al populației este posibilă numai folosind sondajul pe baza bugetelor de familie;
- **economic** – întâlnit în diversele ramuri ale economiei naționale, după cum urmează:
  - ♦ *în industrie* – utilizat pentru: determinarea productivității muncii; cercetarea calității produselor; determinarea volumului transportului intern productiv; depistarea cauzelor care provoacă fluctuația forței de muncă; normare, salarizare etc.; studierea capacităților de producție, a suprafețelor de producție, cantitatea de materii prime consumată etc.;
  - ♦ *în comerț* – la recepția calitativă a produselor livrate de către furnizori, la testarea nivelului de acceptare a noilor produse, la estimarea volumului și structurii stocurilor de mărfuri; determinarea structurii desfacerilor de mărfuri; cunoașterea evoluției prețurilor etc.;
  - ♦ *în marketing* – la cercetarea cererii și ofertei de bunuri;
  - ♦ *în agricultură* – determinarea recoltei probabile, determinarea pierderilor după recoltare; analiza eficienței folosirii măsurilor tehnice înaintate;
  - ♦ *în domeniul fiscal* – pentru estimarea încasărilor statului din taxele și impozitele percepute de la populația unei zone geografice;
- **științe politice** – pentru estimarea opțiunilor politice ale populației;
- **sport** – pentru realizarea testelor antidoping în cadrul diverselor competiții sportive;
- **medicină** – la identificarea cauzelor care determină apariția anumitor boli, pentru determinarea dozajului corect al medicamentelor, a stării de sănătate a populației etc.;
- **mediu** – evaluarea acțiunii diferiților factori de mediu.

Rezultate foarte bune sunt obținute prin sondajul statistic și în celelalte domenii ale vieții social-economice, încât aproape că nu există domeniu unde sondajul statistic – datorită avantajelor pe care le prezintă, cât și a exactității rezultatelor – să nu fie folosit. Alte domenii în care sondajul își găsește utilizarea sunt: educație, biologie, fizică, meteorologie etc.

### 2.2. Avantajele utilizării sondajului statistic

Observarea parțială implicată de sondajul statistic, comparativ cu o cercetare totală, prezintă o serie de avantaje, cum ar fi:

- ♦ *erori mai mici în culegerea datelor* – prin restrângerea câmpului observațiilor și sporul de competență asigurat de personalul calificat, sondajul permite un control mai riguros colectării datelor și o acuratețe ridicată a înregistrărilor. Un sondaj poate fi mai fiabil decât un recensământ, nivelul scăzut al erorilor de observare putând compensa erorile de eșantionare;
- ♦ *rapiditate în obținerea indicatorilor* – în studiul unui fenomen există puțin timp disponibil între momentul în care se stabilesc cerințele cercetării și cel al utilizării rezultatelor. Cum

eșantioanele sunt mai mici decât populația de referință, are loc reducerea timpului de culegere și de prelucrare a datelor, reducându-se, astfel, și timpul necesar pregătirii observării;

- ♦ *cheltuieli mai mici* – fiind înregistrate datele numai pentru o parte a populației, costul informației este redus. Este posibil ca, pe baza eșantionului, să obținem date ce caracterizează suficient de bine populația de referință;
- ♦ *se poate utiliza în situații în care o cercetare totală nu este posibilă* – de pildă, când cercetarea presupune distrugerea produselor studiate (în studiul calității produselor) sau când volumul populației de bază este foarte mare, culegerea și prelucrarea datelor presupunând o perioadă de timp atât de mare încât rezultatele cercetării nu mai sunt utilizabile la momentul obținerii lor;
- ♦ *rezultatele sondajului pot fi verificate* prin alt sondaj sau printr-o cercetare totală (invers nu).

Principalul dezavantaj al sondajului constă în greutatea surprinderii schimbărilor ce se petrec în evoluția fenomenului studiat, chiar și în perioade foarte scurte de timp. Sondajele reflectă numai o situație concretă de moment. Totuși, o anchetă prin sondaj, bine efectuată, cu un eșantion științific constituit, dă rezultate mai bune decât cercetarea totală.

### 2.3. Etapele de realizare a sondajului statistic

Realizarea obiectivelor în cadrul unui sondaj este condiționată de pregătirea minuțioasă a acestuia, pe baza unui program care să permită obținerea unor informații cât mai veridice. Organizarea sondajului presupune pregătirea unor elemente și executarea unor operații complexe, ce se regăsesc într-un **plan de sondaj**, care cuprinde:

- *obiectivele sondajului* - explicitarea scopului urmărit și modalitățile de utilizare a rezultatelor;
- *baza de sondaj* - reprezintă mulțimea unităților statistice din care se face selecția. Unitățile pot fi: populații umane, din domeniul industrial, din domeniul agricol, piese etc.;
- *eșantionul* - face obiectul nemijlocit al cercetării prin sondaj;
- *schema (procedul) de extragere*;
- *forma de colectare a datelor* - este realizată pe diverse căi: prin interviu, prin completarea de chestionare, prin telefon, prin corespondență etc.;
- *urmărirea modului de desfășurare* - asigurarea corectitudinii procedurale prin supervizarea întregului proces de către persoane care oferă garanții de probitate profesională și morală;
- *perioada de colectare*;
- *perioada de referință* - permite specificarea exactă a momentului la care se referă înregistrările;
- *datele colectate* - se stabilesc în funcție de scopul urmărit.

Sondajul presupune parcurgerea unui ansamblu de etape prin care se realizează culegerea și prelucrarea datelor, respectiv estimarea parametrilor populației de referință. **Principalele etape** ale sondajului statistic sunt următoarele:

**1. stabilirea obiectivelor** – în această etapă are loc: definirea clară a obiectivelor; identificarea și delimitarea spațio-temporală a populației; identificarea surselor de date; stabilirea variabilelor și a modalității de înregistrare a acestora; stabilirea bugetului; stabilirea necesarului de personal și alcătuirea echipei de cercetare;

**2. extragerea eșantionului** – pe baza caracteristicilor populației și a cerințelor de precizie în estimarea parametrilor cercetării, se stabilește modul în care va fi extras eșantionul. Calitatea eșantionului determină precizia estimărilor și gradul de realism al rezultatelor obținute și a interpretărilor acestora;

**3. elaborarea chestionarului** – chestionarul constituie instrumentul utilizat de cele mai multe ori pentru culegerea datelor în cadrul sondajului. Calitatea acestuia este determinantă în reducerea erorilor de înregistrare și, implicit, calitatea datelor;

**4. culegerea datelor** – este cea mai amplă etapă a cercetării, sub aspectul efortului și a resurselor necesare. Acum se realizează efectiv înregistrarea valorilor pentru variabilele cuprinse în planul cercetării. Există multiple tehnici de culegere a datelor, dintre care menționăm: culegere directă, completarea unui chestionar, interviu prin telefon, prin corespondență etc.;

**5. codificarea și prelucrarea primară a datelor** – se identifică și se elimină datele eronate;

**6. prelucrarea propriu-zisă a datelor** – în această etapă realizăm: evidențierea erorilor apărute în cercetare; calculul parametrilor la nivelul eșantionului; estimarea parametrilor la nivelul populației de bază; ameliorarea estimatorilor obținuți prin utilizarea de date auxiliare;

**7. analiza și interpretarea rezultatelor** – constă în selectarea procedeelelor necesare pentru verificarea semnificației valorilor sondajului și de extindere a rezultatelor asupra întregii populații.

## 2.4. Principalele tipuri de sondaj statistic

La construirea eșantionului pot fi folosite numeroase procedee de extragere a unităților din colectivitatea generală. Procedeele de eșantionare ales este condiționat de volumul colectivității generale, de volumul eșantionului și de gradul de omogenitate al bazei de sondaj (prin prisma caracteristicilor studiate). Departajarea tipurilor de sondaje statistice este realizată cu ajutorul a numeroși factori, dintre care cei mai importanți sunt următorii:

- **modul de organizare a populației de bază:**
  - populație neorganizată;
  - populație organizată pe grupe;
- **variantele procedeelelor tip loterie folosite:**
  - sondaj repetat;
  - sondaj nerepetat;
- **numărul de unități extrase deodată din populația de bază:**
  - o unitate simplă;
  - un grup de unități (unitate complexă sau serie);
- **algoritmii de extragere a eșantionului:**
  - sondaje aleatoare;
  - sondaje dirijate;
  - sondaje mixte;
- **volumul eșantionului:**
  - sondaje de volum mare;
  - sondaje de volum redus;
- **numărul etapelor parcurse la formarea eșantionului:**
  - sondaje simple – când se parcurge o singură etapă;
  - sondaje în trepte – când se parcurg cel puțin două etape.

Din combinația factorilor de influență rezultă o paletă foarte variată de sondaje bazate pe procedeele aleatoare de eșantionare, dintre care:

- **sondaj simplu cu probabilități egale / inegale** (repetat sau nerepetat);
- **sondaj stratificat proporțional / optimal** (repetat sau nerepetat);
- **sondaj cu stratificare a posteriori** (repetat sau nerepetat);
- **sondaj de serii cu probabilități egale / inegale** (pentru serii de volum egal sau inegal);
- **sondaj în mai multe trepte, cu probabilități egale / inegale** (repetat sau nerepetat);
- **sondaj în mai multe faze** (cu dublă eșantionare sau cu reînnoire parțială a eșantioanelor);
- **sondaj cu eșantionare secvențială.**

Mai mare importanță, din punct de vedere al teoriei și practicii economico-sociale, prezintă următoarele trei tipuri: sondajul simplu, sondajul stratificat și sondajul de serii.

## 3. EȘANTIONAREA

Una dintre cele mai delicate teme pe care trebuie să o rezolve organizatorul unei cercetări parțiale este legată de eșantionare (sau selecție). Desemnăm prin acest termen setul de operații cu ajutorul cărora, din ansamblul populației vizate de cercetare, se alege o parte (numită eșantion) ce va fi supusă în mod nemijlocit investigației. Alegerea trebuie făcută astfel încât, prin intermediul

acestui studiu redus, să se obțină concluzii cu valabilitate generală, adică dând seamă de caracteristicile întregului univers de indivizi constituenți ai populației.

### 3.1. Etapele procesului de eșantionare

Procesul de eșantionare constă în desfășurarea unor operații cuprinse în mai multe faze / etape, după cum urmează:

1. **definirea populației țintă** – se realizează în funcție de: elementele componente (caracteristici demografice, situația familială, venituri etc.), aria teritorială, factorul timp;

2. **stabilirea cadrului de eșantionare (a bazei de sondaj)** – vizează delimitarea clară a populației de bază supusă studiului (de exemplu: listele de abonați telefonici, liste de membri ai asociațiilor, liste electorale, anuare de firme etc.);

3. **alegerea metodei de eșantionare** – este realizată în funcție de mai multe opțiuni;

4. **determinarea mărimii eșantionului** – se calculează numărul unităților statistice pentru care vor fi culese date referitoare la indicatorii studiați;

5. **elaborarea și testarea procedurilor de eșantionare** – presupune adoptarea unor decizii legate de procedura de eșantionare utilizată în sondaj.

### 3.2. Reprezentativitatea eșantionului

*Reprezentativitatea* constă în capacitatea eșantionului de a reproduce cât mai fidel structura și caracteristicile populației din care este extras. Noțiunea de reprezentativitate, definită într-un mod intuitiv și imprecis, capătă o semnificație foarte exactă în contextul teoriei probabilităților, teorie prin care se fundamentează întreg câmpul problematic legat de eșantionare. Această cale matematică de abordare conduce la o exprimare cantitativă a gradului de reprezentativitate a unui eșantion, în care intervin două entități diferite ca natură:

- ♦ *eroarea maximă ( $e$ )* – reprezintă diferența cea mai mare pe care o acceptăm să apară între o valoare  $v^*$ , găsită pe eșantion, și valoarea corespunzătoare,  $v$ , din populație;
- ♦ *nivelul de probabilitate ( $P$ )* – arată ce șanse sunt ca eroarea reală să nu depășească limita  $e$ .

Eroarea  $e$  vizează o *caracteristică* a populației, respectiv o *valoare* (mărime) a acesteia, ce urmează a fi estimată. De exemplu, o caracteristică ar putea fi „greutatea” iar valoarea sa „media” de vârstă; o altă caracteristică poate fi „sexul” iar valoarea căutată „proporția (procentul)” bărbaților (sau al femeilor). Eroarea  $e$ , în acest context, ne arată cu cât poate să se abată greutatea medie a indivizilor din eșantion de la greutatea medie a celor din populație sau cu cât poate să difere procentul real al bărbaților din eșantion de cel înregistrat în populație. Cu alte cuvinte, determinând o valoare  $v^*$ , pentru eșantion (de genul celor menționate: medie, proporție, dispersie, coeficient de corelație etc.), cu ajutorul erorii  $e$ , se construiește un interval  $(v^*-e, v^*+e)$ , în interiorul căruia se va găsi valoarea căutată,  $v$ . Deci, pentru un eșantion în cadrul căruia ponderea bărbaților este de 47%, o eroare de 2% ne permite să spunem că, în populația întreagă, proporția sexului masculin este cuprinsă între 45% și 49% (47-2, 47+2).

Însă, trebuie remarcat faptul că nu avem siguranța că eroarea de eșantionare a unei investigații concrete este mai mică decât o valoare  $e$  (plasarea lui  $v$  pe intervalul menționat nu este niciodată certă). Așadar, reprezentativitatea trebuie exprimată și evaluată întotdeauna prin ambii termeni: și eroarea maximă și nivelul de probabilitate cu care este de așteptat să se întâlnească o eroare reală inferioară lui  $e$ . Rezultă că *reprezentativitatea unui eșantion este dată de cuplul ( $e, P$ )*. De asemenea, nu putem vorbi despre reprezentativitatea unui eșantion în general, ci numai *în raport cu o caracteristică dată*. Deci, un eșantion are o reprezentativitate în raport cu greutatea, și o altă reprezentativitate în raport cu sexul etc.

*Reprezentativitatea este o noțiune relativă*, în sensul că un eșantion este mai mult sau mai puțin reprezentativ, nu doar reprezentativ sau nereprezentativ. Compararea reprezentativității a două eșantioane se poate face în felul următor: dacă la un nivel de probabilitate dat, pentru aceeași caracteristică, eroarea  $e$  este mai mică în primul eșantion, atunci acesta este mai reprezentativ. Dacă,

la aceeași eroare, nivelul de încredere,  $P$ , în primul eșantion este mai ridicat, din nou acest eșantion va fi mai reprezentativ. Dacă pentru un eșantion avem o eroare mai mică și o probabilitate mai mare, atunci el va fi mai reprezentativ decât cel cu care se compară.

Deși în practică se folosește expresia eșantion reprezentativ (sau nereprezentativ), e vorba, totuși, de o însușire graduală. În general, se consideră că o anumită eroare este „suficient de mică” și o anumită probabilitate „suficient de mare” pentru ca eșantionul să fie „bun”, adică să corespundă cerințelor respective. Pentru probabilitate, valoarea minimă acceptată este de 95%, ceea ce înseamnă că șansele de a greși estimarea nu trebuie să fie mai mari de 5%. În majoritatea studiilor se obișnuiește să se evidențieze tocmai această probabilitate de „a greși”, notată cu  $p$ , și care este complementară celei despre care am vorbit mai sus:  $p=1-P$ . Pentru eroarea  $e$  este dificil de precizat cât de mică trebuie să fie, dat fiind că ea este exprimată în mărimi diferite, ca natură și ca unități de măsură. În studiile socio-economice aplicate, pentru proporții, o eroare mai mică de 3% este considerată acceptabilă. Pentru alte mărimi, putem generaliza acest ordin de mărime, considerând că o eroare de 2-3% din mărimea estimată este acceptabilă.

Gradul de reprezentativitate a eșantionului depinde, în principal, de: caracteristicile populației, mărimea eșantionului și procedura de eșantionare. Pentru estimarea unor valori ale caracteristicilor în raport cu care populația este omogenă, este nevoie de un număr mic de indivizi. Dacă numărul unităților este dat, eșantionul va fi mai reprezentativ pentru acele caracteristici ce evidențiază o mai mare omogenitate și, invers, va fi mai puțin reprezentativ pentru cele ce determină o eterogenitate ridicată.

Reprezentativitatea crește odată cu creșterea numărului de indivizi cuprinși în eșantion. Însă, *sporul de reprezentativitate nu este direct proporțional cu creșterea volumului eșantionului*, respectiv, dependența dintre reprezentativitate și numărul de indivizi din eșantion nu e liniară.

În privința mărimii și reprezentativității eșantionului, *nu intervine deloc problema mărimii populației*, adică un eșantion de un anumit volum are aceeași reprezentativitate, indiferent de mărimea populației din care este extras. Totuși, trebuie precizat că nu toate procedurile de eșantionare conduc la formule de calculare a erorii în care nu intervine efectivul populației. Dar și în acelea în care intervine, el apare doar în componența unor factori de corecție, a căror influență este de cele mai multe ori neglijabilă (în cazul populațiilor mari).

### 3.3. Procedee de selecție ale sondajului statistic

Teoria și practica sondajului demonstrează că asigurarea reprezentativității eșantionului presupune respectarea cu strictețe a următoarelor condiții:

- includerea în eșantion a unităților în mod obiectiv, fără a acorda preferință unora dintre ele, fiecare unitate fiind extrasă după principiul hazardului cu o probabilitate calculabilă egală și diferită de zero;
- eșantionul stabilit să fie suficient de mare ca să permită redarea trăsăturilor esențiale ale populației, ceea ce va permite obținerea unor indicatori cu un grad mare de stabilitate;
- includerea unei unități în eșantion trebuie să se facă independent de alte unități.

Satisfacerea acestor condiții are loc prin alegerea celui mai adecvat procedeu de eșantionare. Se recomandă alegerea procedurii de selecție în funcție de mărimea colectivității generale și în funcție de omogenitatea sau eterogenitatea acesteia. Procedeele uzuale folosite la extragerea eșantionului sunt de două tipuri: aleatoare și nealeatoare.

#### A. Procedee aleatoare (probabiliste)

Procedeele aleatoare sunt astfel concepute încât să conserve șansele naturale ale unităților de a fi incluse în eșantion, asigurând obiectivitatea reprezentării. În acest fel, fiecare unitate va avea o probabilitate nenulă de extragere, cunoscută apriori. Construirea eșantioanelor prin metode probabiliste conduce, de regulă, la o eroare mai mică decât în eșantionarea nealeatoare și, în plus, devine posibil calculul efectiv al erorii de eșantionare și aprecierea calității estimațiilor. Procedeele aleatoare clasice sunt: procedeul loteriei, procedeul mecanic, tablele cu numere aleatoare.



**Procedeu loteriei (tragerii la sorti)** este utilizat, cu precădere, pentru colectivități omogene, care poate fi realizat pe baza schemei bilei revenite sau schemei bilei nerevenite.

- **Procedeu loteriei - schema bilei revenite** – presupune formarea eșantionului prin extragerea unitate cu unitate din lotul de bază. Caracteristic acestui procedeu este faptul că după fiecare extragere unitatea se reintroduce în lot, astfel încât volumul lotului de bază rămâne constant pe toată durata extragerii (probabilitatea de extragere a oricărei unități este aceeași:  $p = 1/N$ ). La sfârșitul extragerii rămân în lotul de bază  $N-1$  unități (1 este ultima unitate extrasă). Dezavantajul principal al procedeuului este că o unitate poate fi extrasă de mai multe ori, conducând la erori mai mari față de alte procedee. Acest procedeu dă rezultate bune atunci când lotul de bază este alcătuit dintr-o populație foarte omogenă.

- **Procedeu loteriei - schema bilei nerevenite** – presupune formarea eșantionului în același mod ca la procedeu anterior cu deosebirea că, odată extrase, unitățile nu se reintroduc în lot. Ca atare, pe măsură ce se extrag unitățile, volumul lotului de bază se micșorează conducând la creșterea probabilității de a fi extrase pentru unitățile rămase  $\left( p_1 = \frac{1}{N}, p_2 = \frac{1}{N-1}, \dots, p_n = \frac{1}{N-(n-1)} \right)$ . La finalul extragerii, în lotul de bază se găsesc

$N-n$  unități. Prin folosirea acestui procedeu se obțin erori mai mici decât în cazul anterior, întrucât o unitate statistică nu poate fi extrasă de mai multe ori.

Pentru a evita constituirea urnelor cu bile sau, pur și simplu, pentru selecția aleatoare a unităților din colectivitatea generală, se pot folosi tabele cu numere aleatoare sau programe de calculator care să genereze numere aleatoare.

**Procedeu mecanic (al pasului de numărare)** se utilizează în cazul în care populația statistică din care urmează să extragem eșantionul este deja organizată după un anumit criteriu (spre exemplu, studenții unei facultăți ordonați după numărul matricol, sau muncitorii după marcă). Este un procedeu foarte operativ dar nu asigură o selecție strict aleatoare, doar primul element din eșantion se extrage la întâmplare, restul intrând în componența eșantionului ca urmare a poziției ocupate. Pentru aplicarea acestui procedeu se calculează mai întâi pasul de numărare  $k \left( k = \frac{N}{n} \right)$ .

Din primele  $k$  elemente se extrage la întâmplare unul, acesta devenind primul element al eșantionului. Numărul de ordine al celorlalte elemente se află adunând succesiv  $k$ . Nefiind o extragere complet întâmplătoare, rezultatele procedeuului mecanic sunt mai puțin exacte decât în cazul utilizării procedeuului loteriei - schema bilei nerevenite.

**Tabelele cu numere aleatoare.** Procedeu are la bază un tabel, sub forma unei cărți, în paginile căreia sunt așezate numerele la întâmplare. Un astfel de tabel este cel construit de M.G. Kendall (cu 100.000 de numere). Pentru a forma eșantionul, se deschide cartea la întâmplare și se rețin numerele aleatoare ce aparțin lotului de bază. Tehnicile moderne de calcul permit generarea numerelor aleatoare cu ajutorul calculatorului, în funcție de mărimea populației și a eșantionului.

### **B. Procedee nealeatoare**

Procedeele nealeatoare sunt utilizate la extragerea eșantioanelor pentru populații cu volum redus, caz în care cu procedeele aleatoare ar da rezultate mai slabe decât dacă un specialist ar alcătui un eșantion subiectiv. Bazându-se pe experiența acumulată, specialistul poate să alcătuiască un eșantion reprezentativ pentru populația de bază. Principala caracteristică a procedeelelor nealeatoare este „alegerea rațională” a unităților, utilizând anumite informații despre populație. Faptul că subiecții umani intervin nemijlocit în formarea eșantionului face ca alegerea unităților să fie una subiectivă. Întrucât prin arbitrariul alegerii se modifică șansele naturale ale unităților de a accede în eșantion, nu pot fi estimate probabilitățile de realizare ale evenimentelor respective. Mai mult, nimeni nu ne poate asigura că toate unitățile au șanse nenule de a fi incluse în eșantion. De asemenea, nu este posibilă estimarea dispersiei și nici a calității estimatorilor (nedeplasare, eficiență etc.) prin care se aproximează parametrii populației.

### 3.4. Principalele metode de eşantionare

#### A. Eşantionarea simplă aleatoare

Este procedura cea mai simplă, în sensul că nu presupune nici un fel de operații prealabile de grupare a unităților sau de repetare a selecției. Unitățile ce formează eşantionul sunt alese în mod uniform și cu o probabilitate practic identică pentru fiecare. Procedura „tipic-ideală” de selecție simplă aleatoare este cea a *loteriei* sau a „tragerii la sorți”. Pentru populații mari a încerca efectuarea unei asemenea trageri la sorți, respectând toate regulile de asigurare a unei probabilități egale pentru toți indivizii aflați în „urnă”, este imposibilă. Metoda este, însă, întotdeauna menționată pentru că furnizează schema teoretică de selecție în raport cu care se aplică principiile teoriei probabilităților și se stabilesc formulele de calcul pentru reprezentativitate sau alte aspecte. Când se dorește utilizarea practică, în mod riguros, a eşantionării simple aleatoare, e preferabil să se recurgă la un procedeu ce reproduce, în condiții aproape perfecte, exigențele matematice (este vorba de procedura tabelelor cu numere aleatoare).

#### B. Eşantionarea stratificată

Eşantionarea stratificată se utilizează atunci când colectivitatea investigată poate fi structurată folosind diferite criterii (geografice, demografice, comportamentale). Această procedură probabilistică, în forma sa cea mai simplă, prevede că se pornește de la o diviziune a populației ( $N$ ) după un criteriu (o caracteristică),  $A$ , în  $h$  clase, de efective  $N_1, N_2, \dots, N_h$ . Alegerea unui eşantion de volum  $n$  se va face în  $h$  etape, selectând, cu o procedură simplă aleatoare,  $h$  subeşantioane, de mărime  $n_1, n_2, \dots, n_h$ , fiecare dintre ele provenind din câte un strat al populației și fiind proporțional cu mărimea stratului respectiv:

$$n_1/N_1 = n_2/N_2 = \dots = n_h/N_h.$$

În ciuda intervenției cercetătorului în gruparea populației pe straturi, procedura își păstrează caracterul pur aleator, alegerea subeşantioanelor proporționale cu mărimea straturilor asigurând tuturor indivizilor o probabilitate egală de a intra în eşantion.

În general, se admite că factorii de stratificare au o legătură de tip statistic cu caracteristicile urmărite și, din acest motiv, considerăm că eşantionarea prin stratificare este „mai bună” decât cea simplă aleatoare, în sensul că, dintre două eşantioane de volum egal, cel realizat prin stratificare are o reprezentativitate superioară celei a eşantionului obținut prin tehnica simplă aleatoare.

#### C. Eşantionarea multistadială

Este o metodă ce presupune existența unor grupuri de unități de observare deja construite. Esența metodei constă în faptul că populația poate fi privită ca fiind formată din indivizii ce aparțin unor grupuri în cadrul cărora ei se găsesc în proximitate spațială, grupuri care, la rândul lor, sunt formate din altele mai mici și așa mai departe, până se ajunge la nivelul individului. Într-un prim stadiu, vom selecta un eşantion de grupuri de rang unu (1), apoi din fiecare dintre acestea un eşantion de grupuri de rangul doi (2) etc. În final, se va alege un eşantion de indivizi, care cuprinde întreg efectivul ultimului set de grupuri. Eşantionul multistadial se deosebește fundamental de cel stratificat, chiar dacă uneori același factor poate fi folosit și pentru grupare și pentru stratificare, în cazul eşantionării multistadiale. Un eşantion multistadial este mai puțin reprezentativ, la volum egal, decât unul simplu aleator. Eficacitatea practică a acestui tip de eşantionare prevalează asupra inconvenientelor teoretice, eşantioanele multistadiale fiind des folosite în anchete și sondaje.

#### D. Eşantionarea multifazică

Este o metodă bazată pe faptul că reprezentativitatea eşantionului este legată de caracteristica studiată, adică nu este aceeași la un volum dat. Pentru a asigura eşantionului aceeași reprezentativitate, pentru fiecare întrebare dintr-un chestionar, este nevoie de eşantioane de mărimi diferite, specifice fiecărei întrebări. De asemenea, în cercetările socio-economice se simte nevoia de a aprofunda în mod diferit anumite aspecte cercetate, ceea ce implică utilizarea unor eşantioane de mărime variabilă, întrucât un studiu de mare adâncime nu poate fi efectuat, cu costuri rezonabile, decât pe loturi mai reduse.

Eşantionarea multifazică presupune ca din baza de eşantionare să se selecteze aleator un număr de componente care formează un eşantion de selecție primară (de dimensiune mare), apoi

selecția continuă cu determinarea unor eșantioane secundare, terțiare etc., până la eșantionul final. De exemplu, pe un eșantion mare putem aplica un chestionar cu un număr mic de întrebări, pe probleme simple și folosind modalități foarte clare și ușoare de înregistrare a răspunsurilor. Un subeșantion poate fi supus apoi chestionării cu un instrument mai complicat, atât în privința numărului de întrebări, a naturii acestora, cât și a formelor de înregistrare a răspunsurilor, în scopul aprofundării unor aspecte. Procedura poate continua, alegându-se, în faza a treia, un eșantion și mai mic, dintre persoanele supuse celei de a doua chestionări, cărora li se vor aplica, de pildă, teste de cunoștințe, de atitudini, interviuri de profunzime sau alte instrumente de un mai mare rafinament.

#### **E. Eșantionarea pe cote**

Este cea mai cunoscută și mai utilizată metodă de *eșantionare nealeatoare*. Ea încearcă să limiteze subiectivitatea operatorilor în alegerea subiecților de anchetat, prescriind încadrarea acestor alegeri în anumite „cote”, adică arătând frecvențele indivizilor care prezintă anumite însușiri. Formal, procedeul se aseamănă cu eșantionarea prin stratificare, în sensul că se folosesc aceiași factori de stratificare. Metoda se bazează pe definirea caracteristicilor de structurare a populației de referință. Astfel, pentru fiecare caracteristică, structura eșantionului trebuie să fie similară cu cea a populației din care este prelevat. Se definesc variabilele de control ca ansamblul caracteristicilor reținute pentru a asigura identitatea între eșantion și populația de referință. Stabilirea variabilelor de control are în vedere obiectivul studiului și tipul populației.

Motivul principal pentru care se folosește selecția pe cote constă în faptul că nu se dispune de un cadru de eșantionare suficient de bine pus la punct, care să nu deformeze structurile populației. Decât un eșantion probabilistic pe asemenea cadre de eșantionare distorsionate și distorsionante, mai bine unul pe cote, ales cu multă grijă și folosind o gamă largă de parametri de stratificare. Este o metodă ușor de pus în practică și nu necesită existența unei liste a întregii populații, dar nu permite stabilirea unui interval de încredere și, în plus, presupune că acele categorii alese pentru determinarea cotelor sunt corelate cu obiectivul în studiu, ceea ce este destul de dificil de stabilit. Această metodă este cea mai utilizată în studiile de piață, deoarece necesită un buget redus de cheltuieli, fiind mai puțin costisitoare decât orice metodă de eșantionare aleatoare, proiectarea nu este laborioasă, rezultatele se obțin operativ, într-un timp scurt. De fapt, dacă nu există bază de sondaj, este singura metodă posibilă.

#### **F. Eșantioane fixe (panel)**

Cercetarea prin eșantioane fixe nu este o procedură specială *de alegere* a unui eșantion, ci o modalitate deosebită de *exploatare* a unui eșantion odată ales, indiferent de tehnica utilizată. Eșantioanele fixe sunt supuse unei investigații repetate, cu un același instrument (chestionar) sau cu unele apropiate. Tehnica panel se folosește pentru evidențierea schimbărilor petrecute, în cadrul unei populații, în ceea ce privește opiniile, atitudinile, comportamentele etc. Avantajele pe care le prezintă folosirea aceluiași eșantion în anchete repetate sunt de *accesibilitate* (economii financiare, sarcini mai ușoare ale operatorului, facilități legate de selecția și instruirea operatorilor, promptitudinea cu care se culeg rezultatele etc.) și de *cunoaștere* (raportul operator-subiect devine mai favorabil culegerii informației corecte, non-răspunsurile vor fi extrem de rare, înregistrările conduc la detectarea schimbărilor structurale). Dezavantajele sunt legate de faptul că nici un eșantion nu este sută la sută fix, dar și de „uzura morală” a eșantionului.

### **3.5. Determinarea mărimii eșantionului**

Dimensionarea volumului eșantionului reprezintă una dintre etapele importante ale sondajului statistic. Stabilirea volumului eșantionului se face pe baza unui compromis între opțiunea pentru *eșantioane de volum mare* (care să asigure un grad mare de reprezentativitate și un grad ridicat de încredere pentru parametrii estimați ai populației), și opțiunea pentru *eșantioane de volum mic* (ce presupun costuri reduse). Dimensiunea minimă a eșantionului trebuie să asigure o reprezentativitate acceptabilă în procesul inferenței statistice, care să nu ducă la distorsiuni.

Mărimea eșantionului depinde de numeroși factori (controlabili sau necontrolabili pentru cercetător), dintre care, mai importanți sunt următorii: a) gradul de omogenitate a populației; b)

precauția acceptată în cercetarea populației prin rezultatele obținute la nivelul eșantionului; c) dimensiunea minimă a eșantionului; d) gradul de exactitate cu care se dorește să se estimeze caracteristicile populației de referință; e) mărimea erorilor de sondaj; f) legea numerelor mari; g) metoda de eșantionare; h) numărul categoriilor prin care vor fi analizate datele; i) bugetul disponibil; j) timpul disponibil; k) resursele de personal disponibile.

În funcție de gradul de omogenitate al colectivității, în practică se operează cu eșantioane de volum redus (la estimarea erorilor se folosește legea repartiției Student) și eșantioane de volum normal (pentru care se folosește legea de repartiție Laplace). Conform legii numerelor mari, cu cât crește volumul eșantionului, cu atât precizia rezultatelor este mai mare.

Un alt factor de influență este faptul că sondajul, în general, urmărește rezultatele privitoare la mai multe caracteristici. Un eșantion suficient de mare pentru estimarea intervalului de încredere pentru o caracteristică poate să fie insuficient pentru alta. Problemele se complică în cazul sondajelor stratificate, caz în care trebuie estimată mărimea eșantionului pe fiecare strat și apoi, prin însumare, va rezulta eșantionul pe total populație. În cazul sondajului multistadial trebuie făcută o estimare a dispersiilor în interiorul și între unitățile din primul stadiu. Toate aceste dificultăți de natură tehnică pot fi evitate printr-o documentare prealabilă corespunzătoare.

Cele mai cunoscute și folosite expresii de estimare a mărimii eșantionului sunt:

- $n = z^2 \cdot \sigma^2 / e^2$  – pentru caracteristici continue,
- $n = z^2 \cdot p(1 - p) / e^2$  – pentru caracteristici alternative,

unde:  $z$  - valoarea teoretică aferentă probabilității cu care se lucrează;

$\sigma$  - abaterea medie pătratică a distribuției caracteristicii care stă la baza elaborării eșantionului ( $\sigma^2$  = dispersia sau varianța);

$p$  - proporția în care populația cercetată posedă caracteristica de eșantionare;

$e$  - eroarea limită de reprezentativitate admisă.

La o anumită valoare a lui  $\sigma$  sau  $p$  și o valoare impusă a lui  $e$  rezultă în mod automat o anumită valoare a lui  $n$ . Dificultatea cea mai mare constă tocmai în obținerea informațiilor referitoare la distribuția caracteristicilor de eșantionare, respectiv valorile  $\sigma$  sau  $p$ .

**Dimensiunea corectată a eșantionului.** Când dimensiunea colectivității este redusă, se calculează indicele de sondaj, ca raport dintre dimensiunea calculată a eșantionului și dimensiunea colectivității. Dacă indicele de sondaj este mai mare decât o valoare de referință prestabilită, atunci se calculează dimensiunea corectată a eșantionului ( $n_c$ ):

$$n_c = \frac{n \cdot N}{n + N}.$$

**Metode nestatistice de stabilire a eșantionului.** O primă metodă nestatistică presupune alocarea unui număr de 100 de unități de observare fiecărei categorii specifice rezultate în urma structurării bazei de eșantionare în raport cu un criteriu. Colectivitatea se împarte în „straturi” după unul dintre criterii. O altă metodă constă în stabilirea mărimii eșantionului pe baza unei dimensiuni minime de referință care să permită reprezentarea fiecărui segment al colectivității investigate cu un minim de unități de observare, proporțional cu dimensiunea fiecăruia. În esență, este vorba de o adaptare a eșantionării stratificate proporționale pentru stabilirea dimensiunii eșantionului.

## 4. ERORI ȘI SURSE DE ERORI ÎN CERCETĂRILE SELECTIVE

### 4.1. Noțiunea de eroare. Tipuri de erori

Noțiunea de eroare este fundamentată pe presupunerea că în procesul de cunoaștere se dorește evaluarea stării unui fenomen descris printr-o formă de manifestare obiectivă, pe care cercetătorul se străduiește să o surprindă cu ajutorul percepției directe sau cu diferite aparate și instrumente. Eroarea se poate defini cel mai clar în procesul de măsurare, când se pornește de la premisa că există o valoare reală, fixă, independentă, care, din cauza imperfecțiunilor aparatelor sau

organelor de simț, nu poate fi înregistrată exact, ci numai cu o anumită aproximație. Prin urmare, considerăm că o caracteristică  $x$  posedă o anumită valoare reală  $v$ , care va fi aproximată printr-o valoare  $v'$ . Diferența dintre cele două mărimi poartă numele de eroare, și va fi:

$$e = |v - v'|.$$

Dorința permanentă de reducere a numărului și a amplitudinii erorilor se traduce în practică prin operații ce vizează definirea și identificarea tipurilor principale de erori ce pot să acționeze atunci când se aplică o metodă de culegere a informației. Există, firește, tipuri generale de erori, ce se regăsesc practic în orice cercetare, și altele specifice.

**O clasificare generală a erorilor** împarte erorile în *sistematice* și *întâmplătoare*. Primele provin din acțiunea constantă a unor factori, care produc o „deplasare” a valorilor înregistrate; celelalte sunt rezultatul acțiunii unor factori aleatori. O eroare implicată într-o singură înregistrare poate fi de un fel sau de celălalt, natura erorilor dezvoltându-se cel mai bine pentru un număr mare de înregistrări. Atunci când se repetă o acțiune de măsurare pe mai multe entități, se produce o agregare a erorilor individuale, ajungându-se la o eroare totală. Dacă ne interesează numai rezultatul final, la nivel de grup, atunci unele din erorile individuale se vor compensa cu altele, fiind produse în sens invers. Eroarea finală obținută după compensarea erorilor individuale se numește *eroare netă*. Însumând toate erorile individuale, fără a ține seama de semnul lor, se obține *eroarea brută*. În majoritatea cercetărilor este suficient să se evalueze erorile nete, însă apar situații când devine importantă și amplitudinea erorii brute. În cazul erorilor întâmplătoare, dacă numărul probelor în care acestea apar este ridicat, eroarea netă este aproape nulă. Acesta este motivul pentru care, în astfel de investigații, toată atenția se îndreaptă spre eliminarea oricărui factor cu acțiune sistematică. Acțiunea unui atare factor poate compromite total rezultatul unei cercetări dat fiind că, de regulă, noi nu suntem capabili să evaluăm, nici înainte, nici la finele cercetării, efectul său, chiar dacă suntem conștienți de prezența lui.

Importanță prezintă și distincția dintre *erorile intenționate* și *erorile neintenționate*. Aceste erori sunt prezente atât la nivelul respondentului, cât și la cel al operatorului, și chiar la nivelul constructorului de chestionare. Chiar dacă și erorile neintenționate pot conduce la erori sistematice, cele intenționate sunt, prin natura lor, destinate să producă astfel de rezultate distorsionate.

**În funcție de sursele majore de erori**, acestea se împart în două categorii:

- ♦ *erori de observație*, care afectează în mai mare măsură un recensământ decât un sondaj;
- ♦ *erori de eșantionare*, proprii doar cercetărilor selective și datorate extrapolării rezultatelor de la parte (eșantionul) la întreg (populația în ansamblul său).

## 4.2. Erori legate de eșantionare

Erorile sunt specifice cercetărilor selective, organizatorul studiului urmărind să ofere un caracter totalmente aleator acestei erori. Numai într-o astfel de situație se poate estima amploarea ei, estimare care este posibilă datorită faptului că erorile întâmplătoare se distribuie în jurul valorii zero după o curbă normală. O parte însemnată a teoriei probabilităților este legată de problema erorilor (curba normală mai este denumită și „curbă a erorilor”).

În cazul eșantionării probabilistice, este posibilă determinarea, în cazul fiecărui indicator folosit, unei mărimi numite „eroare standard”, care arată cât este eroarea comisă atunci când înlocuim valoarea din cadrul populației cu cea din eșantion. Caracterul nealeator al unui eșantion poate fi probat, de regulă, prin existența unor factori de distorsiune (factori cu acțiune constantă).

O problemă asemănătoare întâmpinăm în cazul **non-răspunsului**, în sensul că el produce distorsiuni prin deformarea eșantionului, care, inițial, a fost ales în mod corect. Prin non-răspuns înțelegem fie lipsa răspunsurilor la anumite întrebări, fie lipsa răspunsului la întregul chestionar. În fapt, datorită non-răspunsurilor, un eșantion  $E$ , ales în faza pregătitoare a cercetării se transformă într-un eșantion  $E'$ , cel pe care se prelucrează, în final, rezultatele. Dificultatea rezultată nu este doar de volum, ci este, în primul rând, de structură, căci subiecții care nu răspund pot avea alte trăsături decât cei ce răspund. O proporție însemnată de non-răspunsuri introduce distorsiuni.

Non-răspunsurile au ca principale surse următoarele: unități care au dispărut din baza de sondaj (case demolate, decese, adrese fictive), diverse infirmități ale celor incluși în eșantioane, schimbări de adrese, absența de la domiciliu, refuzul de a coopera. Toate aceste tipuri de non-răspunsuri se referă la interviurile ce urmează a fi luate la domiciliu. Situația se prezintă, desigur, altfel în cazul interviurilor luate în întreprinderi, birouri etc. Aceste tipuri de non-răspunsuri devin irelevante în cazul eșantionelor pe cote, când operatorul are latitudinea să înlocuiască, fără restricții, un membru al eșantionului cu orice altă persoană, cu condiția să-și realizeze cota.

Proporția efectivă de non-răspunsuri depinde de foarte mulți factori: țara în care se efectuează, prestigiul instituției care face investigația, tema cercetării, tehnica de anchetă, subpopulația vizată, calitatea operatorilor.

### 4.3. Erori legate de construcția chestionarului

*Chestionarul* poate deveni o sursă importantă de erori. La anchetele orale, o bună parte din deficiențele chestionarului pot fi eliminate de către operator, care va explica subiectului chestionarele pe care acesta nu le înțelege. Nu trebuie exagerat acest aport al operatorilor, căci intervenția lor se soldează, uneori, cu consecințe negative pentru cercetare. De aceea, operatorii primesc instrucțiuni stricte, ce merg pe linia limitării la maximum a inițiativelor personale.

O încercare de clasificare a genurilor de erori datorate construcției chestionarului ne poate duce la identificarea următoarelor tipuri:

- **erori produse de formularea întrebărilor** – problema vizează, în primul rând, forma, respectiv limbajul utilizat în compunerea chestionarului, limbaj care trebuie să îndeplinească simultan mai multe condiții, care sunt greu de conciliat. Trebuie utilizate cuvinte sau expresii din limbajul comun, cunoscute de către toată lumea. Se vor evita neologismele, cuvintele cu circulație mai restrânsă, cuvinte sau expresii cu un puternic conținut emoțional (care ar putea provoca subiectului reacții de respingere). În al doilea rând, problema se referă la conținutul întrebărilor. În raport cu ceea ce dorim să aflăm de la subiect, se va încerca elaborarea de întrebări cât mai specifice, într-o formă de maximă concretețe și precizie. O greșală des întâlnită este cuprinderea a două întrebări în una singură (trebuie evitate sau descompuse în două). De asemenea, se va evita construcția întrebărilor în forme care să sugereze răspunsuri. Sugerarea răspunsurilor se poate produce prin folosirea unor cuvinte sau expresii cu o rezonanță deosebită, care canalizează răspunsurile într-o anumită direcție, prin formulări care să lase impresia existenței unui răspuns „corect” sau „potrivit”, prin construcția scalei variantelor de răspuns etc. O situație oarecum similară se produce atunci când e vorba de o sugestie indirectă sau involuntară, reprezentată de cazurile ce se referă la aspecte natural dezirabile sau despre care subiectul crede că sunt de dorit pentru cel ce efectuează cercetarea;
- **erori generate de numărul și ordinea întrebărilor în chestionar** – numărul întrebărilor poate fi privit ca o potențială sursă de erori în cazul în care el depășește anumite limite. Dacă durata unui sondaj este prea mare, subiectul va începe să dea semne de nerăbdare, de plictiseală, de dezinteres, așa încât întrebările din partea finală vor primi răspunsuri superficiale, eronate. Prelungirea unei întrevederi poate conduce la oboseala subiectului și a operatorului și, deci, la superficialitate și la înmulțirea greșelilor întâmplătoare. Ordinea întrebărilor într-un chestionar poate genera erori în situații destul de frecvente. Astfel, datorită unei întrebări dificile sau referitoare la o situație delicată, neplăcută pentru subiect, acesta poate să-și schimbe atitudinea față de operator și să refuze continuarea discuției sau să-și cenzureze opiniile, să-și ascundă faptele etc. Asemenea întrebări vor fi așezate spre sfârșitul chestionarului, dacă e absolută nevoie de ele. O altă categorie de probleme este legată de contaminarea răspunsurilor la o întrebare, ce urmează, în chestionar, după o alta referitoare la același subiect sau la unul apropiat. O atenție deosebită trebuie acordată așa-numitelor întrebări filtru. Existența sau nonexistența unei întrebări filtru într-o succesiune de întrebări poate conduce la rezultate cu totul diferite, fiind un factor generator de erori;

- **erori generate de forma de răspuns** – rezultă din forma necorespunzătoare de înregistrare a răspunsurilor: întrebare închisă sau întrebare deschisă. Sunt invocate erorile legate de întrebările închise și care țin de faptul că subiectului i se sugerează variante de răspuns atunci când el, în fapt, nu are un răspuns. În replică, se argumentează că întrebările deschise introduc, la rândul lor, cel puțin tot atâtea erori dat fiind că: oamenilor nu le place să scrie; în ancheta orală, răspunsul trebuie înregistrat de operator, care va introduce erori; nu e sigur că subiectul își poate exprima opinia în cuvintele cele mai potrivite; variantele de răspuns pot fi înțelese diferit de către persoane diferite; o opinie poate exista într-o stare latentă sau un fapt ar putea fi ignorat și, deci, la întrebarea deschisă n-am obține nici un răspuns; în procesul de post-codificare, numărul erorilor este foarte ridicat. Întrebările închise sunt afectate mai puțin de non-răspuns decât cele deschise. La anchetele orale pot interveni situații când o întrebare deschisă îi pune în încurcătură pe subiecți, în timp ce, la întrebările închise, simpla alegere a unei variante de răspuns îi poate scoate din încurcătură fără prea mari complicații;
- **erori generate de construcția grafică a chestionarului** – forma de tipărire a unui chestionar este o operație importantă, în special în cazul anchetelor indirecte, când subiectul rămâne singur cu chestionarul în față. Dar și în ancheta orală acest aspect merită toată atenția, întrucât operatorii pot fi ei înșiși puși în fața unui chestionar, fără o instruire aprofundată, și atunci din textul redactat trebuie să înțeleagă exact ce au de făcut. Dacă întrebările nu sunt clar delimitate una de alta ca și de variantele proprii de răspuns, prin spații și caractere diferite, vom avea un număr superior de non-răspunsuri ori un număr superior de alte greșeli. O cantitate însemnată de erori sunt introduse de întrebările filtru, mai ales dacă subiectul nu este suficient atenționat asupra caracterului selectiv al întrebării. O greșeală elementară o constituie continuarea seriei de variante de răspuns la o întrebare de pe o pagină pe alta. Indiferent de tehnica de anchetă, chestionarul trebuie pus în pagină cu deosebită grijă; caracterele folosite vor fi suficient de mari, de bine accentuate și diversificate în funcție de natura textului.

#### 4.4. Erori datorate operatorilor

În cazul anchetei orale, cel mai important factor generator de erori îl constituie operatorul. În toate manualele se insistă asupra calităților operatorilor, deci al caracterului foarte serios al selecției lor, asupra necesității instruirii și controlului muncii lor. În general, o anchetă nu poate fi mai bună decât chestionarul ei, iar o anchetă orală nu poate fi mai bună decât operatorii folosiți.

O primă categorie de erori datorate operatorilor o constituie cele ce pot fi puse pe seama unor trăsături de personalitate, trăsături care nu au nici o legătură cu tema studiului efectuat, fiind factori generali ce conduc la erori. E vorba de însușiri ce merg de la aspectul fizic, caracteristicile vocii și până la temperament, nivel de cunoștințe, trăsături morale etc. Efectele negative pot fi: un număr mai mare de refuzuri din partea subiecților, frecvența sporită a greșelilor de codificare, o informație neconformă cu realitatea. Aceste aspecte nu sunt deloc de neglijat în cazul cercetărilor făcute ocazional, de persoane sau instituții care nu dispun de o rețea constituită de operatori. De altfel, unul dintre criteriile de evaluare folosite de beneficiarul care lansează o licitație pentru efectuarea unui sondaj îl constituie calitatea rețelei de operatori.

O a doua categorie de erori o reprezintă cele imputabile corelației dintre tema anchetei și atitudinea sau opiniile operatorului referitoare la problemele cercetate. Deformarea rezultatelor din partea operatorilor în conformitate cu opțiunile lor morale și politice se poate face intenționat de către aceștia. Dar chiar în cazul în care admitem că ei sunt onești și scrupuloși, sistemul lor valorico-atitudinal ajunge să afecteze răspunsurile subiecților și înregistrarea lor.

A treia categorie de erori este cea rezultată din anticipațiile operatorului, anticipații ce sunt generate de conjunctura concretă a anchetei. Operatorul poate comite trei tipuri de erori:

a) *anticipații de structură-atitudine* – operatorul evaluează, după răspunsul la primele întrebări, structura atitudinală a subiectului, referitor la tema cercetată. Subiectul este clasificat într-o anumită categorie și, la toate întrebările care vor urma, fără să-și dea seama, operatorul va interpreta răspunsurile în virtutea acestei imagini pe care și-a format-o;

b) *anticipații de rol* – derivă din imaginea pe care operatorul și-o face asupra subiectului, plecând de la unele date factuale, obiective, obținute prin întrebări sau prin observație directă. Operatorul, intrând într-o locuință, va percepe imediat vârsta persoanelor, statusul social al familiei și chiar nivelul veniturilor;

c) *anticipații de probabilitate* – constau în supoziții ale operatorilor referitoare la distribuția pe care este de așteptat să o aibă răspunsurile la anumite întrebări. Dacă, pe parcursul completării chestionarelor, acesta constată că ipoteza lui nu se verifică, va considera că ceva nu este în regulă și va avea tendința de a încadra răspunsurile în categoriile ce i se par că nu sunt suficient de des alese.

Erorile de anticipație stau sub semnul tendinței operatorului de a extrapola în sensul consonanței răspunsurilor, adică anticipațiile și extrapolările se produc cu mai mare pondere în sensul structurilor axiologice ale operatorului. De subliniat că intervenția factorilor și mecanismelor cognitiv-axiologice are loc în condițiile unor situații și răspunsuri mai puțin definite.

#### 4.5. Erori datorate respondenților

Erorile datorate respondenților au multiple cauze, însă determinante pot fi considerate cele legate de: sensibilitatea la natura temelor, dezirabilitatea socială, limitele memoriei umane, procesarea și interpretarea informației.

##### A. Sensibilitatea la natura temelor

În primul rând, trebuie spus că sursele de eroare nu sunt doar cele cauzate de nesinceritatea răspunsurilor oferite de subiecții din eșantion. De aceea, îndemnul ca răspunsul să fie sincer nu rezolvă problema. Intervin o serie de alte surse de distorsiune, care deformează în aceeași direcție rezultatele. Un al doilea lucru foarte important de reținut este că prezența și volumul erorilor, fie că e vorba de cele intenționate, fie de cele neintenționate, depinde de *ce întrebăm* și *cum întrebăm*. Nesinceritatea, reținerea sau memoria selectivă sunt provocate cu o probabilitate mai mare de teme sensibile – cum ar fi, de exemplu, onestitatea, sustragerea de la plata impozitelor și taxelor, consumul de alcool, violența în familie etc. – decât altele, precum alimentația, îmbrăcămintea, petrecerea timpului liber etc.

##### B. Dezirabilitatea socială

Prin „dezirabilitate socială” înțelegem, în sens larg, tendința subiecților de a da răspunsuri în conformitate cu ceea ce e de dorit din punct de vedere social, de a apărea într-o lumină favorabilă, în concordanță cu normele și valorile socialmente acceptate. De-a lungul timpului, direcția principală a cercetărilor a fost cea referitoare la *unidimensionalitatea și universalitatea dezirabilului*, adică toți subiecții percep, în esență, același dezirabil, că fiecare item are o încărcătură specifică absolută de dezirabil. Însă, logica și diferitele studii în domeniu au arătat că dezirabilul nu este atât de omogen; e necesar să avem în vedere și grupul de referință al subiectului, dar și concepția personală despre dezirabil. S-a adeverit experimental că evaluările diferiților itemi referitoare la dezirabil sunt relativ altele, în funcție de instrucțiunile date subiectului: „ce e important în general”, „ce e important pentru tine”, „ce e important pentru alții”. Pe de altă parte, trebuie avut în vedere că răspunsurile subiecților afectate de dezirabilitatea socială pot avea, în anumite limite, o importanță în predicția comportamentului ulterior. Dacă un individ consimte să subscrie unui set de norme și valori în împrejurarea în care e interviuat, sunt șanse ca el să ofere răspunsuri saturate de dezirabil și în alte situații controlate de normele și valorile respective. Sunt importante, deci, felul și gradul în care indivizii se raliază acestor norme și valori prin răspunsurile verbale date la chestionar. De reținut mai este și faptul că, dezirabilitatea nu se pune exclusiv în termeni de sinceritate-nesinceritate. Aderarea la valorile și normele socialmente dezirabile comportă și reacții spontane de adaptare la situație, de apărare a eului; individul tinde să apară într-o lumină favorabilă nu numai „pentru ceilalți”, ci și în fața propriului eu. O cale eficientă de a diminua acțiunea dezirabilității ar fi înlăturarea întrebărilor care se expun foarte mult respectivei tendințe.

##### C. Limitele memoriei umane

Memoria de lungă durată, care este solicitată în cercetările pe bază de anchetă, constituie o altă sursă de erori sistematice. Memoria contribuie nu numai la reconstituirea a ceea ce au simțit și



gândit indivizii, ci și la întrebările factuale, la evenimente, activități, acțiuni. O primă constatare este una logică, și anume: cu cât intervalul de timp dintre petrecerea unui eveniment și cel al chestionării este mai mare, cu atât probabilitatea de a apărea răspunsuri greșite sau non-răspunsuri crește. A doua constatare este legată de faptul că aceasta este selectivă. În funcție de caracteristicile evenimentelor și situațiilor, ele vor fi evocate cu mai mică sau mai mare acuratețe. Deși „relevantul” diferă de la o persoană la alta, și de la conjunctură la alta, se pot distinge caracteristici și „filtre” comune care conferă selectivitate în reproducerea evenimentelor, faptelor, în ciuda trecerii timpului, și anume:

- ♦ evenimente neobișnuite, diferite de cele cotidiene (naștere, nuntă, divorț, deces etc.);
- ♦ evenimente cu implicații socio-economice puternice (cumpărarea unei case, falimentul etc.);
- ♦ evenimente cu consecințe continue în viața personală (angajarea într-o slujbă, emigrarea etc.).

#### **D. Procesarea și interpretarea informației**

Distorsiuni intervin și la nivelul percepției, al procesării și interpretării informației ce se culege prin intermediul chestionarului. Subiectul are propria perspectivă asupra problemelor puse în discuție prin chestionare, el plasându-se în așa-numitele cadre de referință. Nu e vorba de faptul că indivizii au păreri diferite despre fapte, evenimente, personalități etc., ci de acela că obiectul întrebării nu este același. Este vorba de înțelesul diferit pe care subiecții îl atribuie unui cuvânt, intervenind astfel un factor necontrolat. Funcționarea mecanismelor prin cadre de referință, scheme mentale, atribuirii vizează și relația cognitivă respondent-operator. Operatorul face o serie de presupuneri și anticipații în legătura cu persoana și răspunsurile interviuatului. Într-o manieră similară, și acesta din urmă atribuie caracteristici și intenții operatorului sau celui ce a întocmit chestionarul, lucrând cu o imagine despre natura și scopul cercetării. Pentru a reduce aceste erori, se impune o cât mai bună explicitare, în fața respondenților, a rolului celui ce pune întrebări sau expediază un chestionar și a scopului cercetării.

Majoritatea erorilor ce apar în faza de culegere a informației, prin anchete și sondaje, se produce ca interacțiune a celor trei entități: instrument, operator, respondent. Cercetătorul poate controla direct acuratețea instrumentului, în mare măsură munca operatorilor și numai indirect acuratețea răspunsurilor subiecților, și aceasta doar prin intermediul instrumentului și operatorilor.

## **5. CONSTRUCȚIA CHESTIONARULUI**

*Chestionarul* este un instrument, respectiv o tehnică de investigare, constând dintr-un ansamblu de întrebări scrise și, eventual, imagini grafice, ordonate logic și psihologic care, prin administrarea de către operatorii de anchetă sau autoadministrare determină din partea persoanelor anchetate răspunsuri ce urmează a fi înregistrate în scris. Crearea unui chestionar este o activitate complexă care are ca scop obținerea datelor primare, cu minimum de erori. Conceperea unui chestionar adecvat obiectivelor cercetării fenomenelor economico-sociale, trebuie să răspundă unor așteptări exprimate prin următoarele întrebări:

- a) Ce trebuie să întrebăm?
- b) Cum să formulăm întrebările?
- c) Care trebuie să fie ordinea de aranjare a întrebărilor?
- d) Cum se prezintă legăturile dintre întrebări?
- e) Care modalitate de prezentare a chestionarului va servi cel mai bine obiectivelor cercetării?
- f) Cum trebuie pretestat chestionarul?

### **5.1. Clasificarea chestionarelor**

Multitudinea de forme în care se pot regăsi chestionarele utilizate în cercetările selective, permit clasificarea lor în diverse categorii în raport de numeroase criterii, dintre care, cu semnificație ridicată din punct de vedere teoretic și practic, sunt următoarele:

- ♦ **în funcție de conținutul informațiilor colectate**, chestionarele pot fi:

- *de date factuale*: conțin date obiective (vârstă, gen, profesie, nivel de instrucție);
- *de opinie*: colectează date despre opinii, motivații, nevoi, aspirații, atitudini;
- *de cunoștințe*;
- ♦ **în funcție de cantitatea informației**, chestionarele se împart în:
  - *speciale, cu o singură temă* – se centrează doar pe o anumită problemă;
  - *omnibus, cu mai multe teme* – sunt instrumente ce urmăresc culegerea de informații cu natură diferită, în scopuri diferite și chiar pentru beneficiari diferiți. Institutele de sondare folosesc astfel de instrumente pentru a răspunde solicitărilor mai multor clienți;
- ♦ **după forma întrebărilor**, chestionarele sunt:
  - *cu întrebări închise*;
  - *cu întrebări deschise*;
- ♦ **în funcție de modul de administrare**, regăsim chestionare:
  - *administrare de către operatori de interviu*;
  - *poștale* – reprezintă cea mai rapidă și ieftină metodă de culegere a informațiilor;
  - *publicate în reviste / Internet*;
  - *autoadministrare colectiv* – prezintă avantajul că informația se culege rapid cu un cost scăzut și cu un procent mai redus de non-răspuns.

## 5.2. Regulile de formulare a întrebărilor

Conceperea unui chestionar începe cu specificarea clară și detaliată a temei cercetate. Problemele economico-sociale au, de regulă, un grad de complexitate care impune descompunerea lor în mai multe dimensiuni. Aceste dimensiuni sunt traduse, la rândul lor, în indicatori, deci în modalități empirice de detectare a prezenței, a absenței, a stării sau a intensității unor caracteristici. Indicatorii vor fi traduși, până la urmă, sub forma unui text, a unei întrebări ce va apărea în chestionar. Întrebarea reprezintă un indicator, dar un indicator prelucrat, tradus, ajustat, astfel încât să fie valid și funcțional în procesul comunicării dintre cercetător și subiect.

Elementele generale de care trebuie ținut cont, care influențează răspunsurile la întrebările conținute de chestionare, sunt:

- personalitatea subiectului anchetat;
- situația de desfășurare a anchetei;
- tema chestionarului;
- timpul când are loc chestionarea;
- structura chestionarului;
- personalitatea operatorului de interviu.

Formularea cu profesionalism a întrebărilor presupune respectarea unui set de **reguli**. De maximă importanță pentru eficiența culegerii datelor, considerăm că sunt următoarele:

- ♦ folosirea unor cuvinte simple, care să asigure înțelegerea facilă și unitară de către toți subiecții;
- ♦ se va ține seama de populația căreia îi sunt adresate întrebările;
- ♦ formularea întrebării trebuie să se facă într-o manieră directă;
- ♦ formularea precisă, fără ambiguități a întrebării;
- ♦ evitarea jargoanelor;
- ♦ evitarea cuvintelor lungi, cu multe silabe;
- ♦ evitarea întrebărilor care sugerează sau indică o anumită variantă de răspuns;
- ♦ evitarea întrebărilor care sugerează răspunsuri dezirabile sub aspect social sau care au încărcătură emoțională;
- ♦ nu trebuie puse întrebări compuse, care se referă simultan la mai multe aspecte;
- ♦ întrebările legate de vârstă, ocupație, educație și venit trebuie puse cu mare grijă;
- ♦ întrebările nu trebuie să fie lungi;
- ♦ gradul de abstracție a întrebării trebuie să fie rezonabil;
- ♦ folosirea cu precauție a întrebărilor intime;
- ♦ folosirea cu precauție a întrebărilor care solicită capacitatea de observație a subiectului;

- ♦ evitarea întrebărilor care suprasolicită gândirea;
- ♦ evitarea întrebărilor care obosesc subiectul;
- ♦ evitarea întrebărilor plicticoase;
- ♦ folosirea cu precauție a întrebărilor care generează teamă;
- ♦ folosirea cu precauție a întrebărilor care creează o reacție de prestigiu;
- ♦ folosirea cu precauție a întrebărilor care generează conflicte cu idealul propriu;
- ♦ întrebările închise trebuie să ofere răspunsuri mutual exclusive;
- ♦ întrebările nu trebuie formulate negativ: „Nu considerați că ...?”;
- ♦ evitarea invocării unei autorități, organizații de prestigiu, în favoarea a ceva.

### 5.3. Structura chestionarelor

Indiferent de tema cercetată, un chestionar trebuie să cuprindă cinci părți:

- a) *adresa* organizației care conduce ancheta;
- b) *denumirea* anchetei, deci implicit a chestionarului;
- c) *data* anchetării unității respective;
- d) *un text explicativ* al naturii și a obiectivelor anchetei;
- e) *întrebările* propriu-zise.

La structurarea chestionarelor se folosesc, de regulă, două tehnici, și anume: a) *tehnica pâlniei*, în care are loc trecerea de la general la particular, de la întrebări deschise la cele închise, și b) *tehnica pâlniei răsturnate*, în care trecerea se face de la particular la general.

La redactarea chestionarului se are în vedere stabilirea întrebărilor luând în considerare conținutul, tipul și modul lor de formulare. Sub aspectul conținutului întrebărilor, acestea trebuie să asigure culegerea datelor necesare pentru a putea răspunde obiectivelor cercetării. Întrebările trebuie să țină cont de două mari categorii de fenomene: *mentale* (nu pot fi observate în mod direct: opinii, atitudini, intenții etc.), și *comportamente* (teoretic, pot fi observate, dar este mai practic și economic de a le măsura pe baza răspunsurilor la întrebări).

Un chestionar cuprinde numeroase *tipuri de întrebări*, definite în raport cu diferite *criterii*, după cum urmează:

- **în funcție de tipurile de întrebări conținute** – structura unui chestionar este reprezentată de:
  - ♦ *întrebări introductive* – au rolul de a da respondentului încrederea în operatorul de interviu;
  - ♦ *întrebări de trecere* – marchează o nouă grupă de întrebări referitoare la o problemă diferită;
  - ♦ *întrebări filtru* – opresc trecerea unor categorii de subiecți la întrebările succesive;
  - ♦ *întrebări bifurcate* – separă sensurile pro și contra dintr-o întrebare. Se folosesc, de regulă, la întrebările alternative;
  - ♦ *întrebări „de ce”* – propune explicații pentru diferitele opinii exprimate;
  - ♦ *întrebări de control* – testează consistența opiniei exprimate;
  - ♦ *întrebări de identificare* – conțin variabile socio-demografice;
- **în funcție de conținutul informației vizate**, distingem trei mari categorii:
  - ♦ *întrebări factuale*;
  - ♦ *întrebări de opinie*;
  - ♦ *întrebări de cunoștințe*;
- **în funcție de modul în care i se cere subiectului să răspundă**, avem:
  - ♦ *întrebări închise* – subiectul alege unul sau mai multe din răspunsurile posibile propuse. Întrebările închise sau cu alternative pot fi: întrebări simple; întrebări cu o alegere unică din partea subiectului, dintr-un set de alternative; întrebări cu o alegere unică din mai multe alternative de frecvență; întrebări cu o alegere multiplă dintre mai multe variante propuse;
  - ♦ *întrebări deschise* – sunt acelea care presupun un răspuns după cum crede de cuviință subiectul. El are deplina libertate de a da un răspuns așa cum gândește;
- **în funcție de subiectul de referință**, întâlnim:
  - ♦ *întrebări directe* – sunt concepute pentru situațiile firești, când se pleacă de la ipoteza că subiectul, în mod normal, poate și dorește să răspundă corect;

- ♦ *întrebări indirecte* – sunt utilizate atunci când există temerea că unele persoane vor evita să dea răspunsuri corecte, deseori și din considerente de prestigiu social;
- **în funcție de prezența / absența sprijinului** pe care îl oferă întrebările subiecților, deosebim:
  - ♦ *întrebări ajutătoare* – au menirea de a stimula în grade diferite procesul reamintirii de către subiect a unui aspect care interesează cercetătorul;
  - ♦ *întrebări neajutătoare* – au în vedere un grad maxim de reamintire din partea subiecților.

#### **5.4. Pretestarea chestionarului**

Pentru buna desfășurare a oricărei cercetări selective, o operație extrem de importantă, o constituie pretestarea chestionarului. Pentru evitarea / limitarea erorilor datorate chestionarului, după conceperea acestuia urmează o fază în care chestionarul trebuie aplicat unor persoane ce vor răspunde la întrebări. Trebuie să se selecteze un eșantion redus, reprezentativ, căruia să-i aplice chestionarul. Prin folosirea unui pretest, cercetătorul poate detecta deficiențele pe care nu le-a observat în faza de concepție. Rolul pretestării chestionarului rezultă din următoarele:

- ♦ indică sursa erorilor de măsurare din întrebările și chestionarele existente;
- ♦ examinează oportunitatea revizuirii întrebărilor și chestionarelor existente;
- ♦ examinează noile întrebări;
- ♦ examinează efectele întrebărilor alternative și a modului de colectare a datelor;
- ♦ verifică acuratețea răspunsurilor oferite de proiectul chestionarului, efectele contextului, fluiditatea întrebărilor;
- ♦ verifică nivelul instruirii anchetatorilor;
- ♦ verifică abilitatea respondenților de a oferi datele necesare;
- ♦ verifică gradul de înțelegere al respondenților.

Pot fi identificate probleme sau zone cu încurcături în partea introductivă, în alegerea tipurilor de întrebări, în formularea și succesiunea întrebărilor. La returnarea răspunsurilor de la pretestare, trebuie să se verifice următoarele elemente:

- ♦ instrucțiunile confuze despre natura și formatul răspunsurilor;
- ♦ rata mare a variantelor de răspunsuri de genul „nu știu”;
- ♦ rata mare a non-răspunsurilor;
- ♦ varietatea ridicată a răspunsurilor la întrebările deschise;
- ♦ obținerea unor răspunsuri multiple la întrebări închise la care trebuia dat un singur răspuns;
- ♦ răspunsuri scrise deși nu sunt cerute;
- ♦ nici o variație a răspunsurilor când aceasta este anticipată și dorită pentru analiză sau o mare variație a lor când este anticipată una mică;
- ♦ dificultăți în citirea răspunsurilor întrebărilor închise.

Oricare din aceste elemente trebuie să alerteze cercetătorul să reexamineze instrumentul. Răspunsurile pot oferi chiar soluții la diferite probleme.

## **6. COLECTAREA ȘI PRELUCRAREA DATELOR ÎN CERCETĂRILE PARȚIALE**

În acest capitol avem în vedere, pe de o parte, detalierea unor aspecte practice legate de eșantionare și interviuri, iar, pe de altă parte, fixarea unor probleme ce vizează prelucrarea datelor din cercetările parțiale.

### **6.1. Aspecte practice ale procesului de eșantionare**

Un eșantion reprezentativ constituie obiectivul oricărui cercetător care proiectează o cercetare parțială. De oricâte mijloace materiale ar dispune organizatorii, pentru desfășurarea în bune condiții a tuturor operațiilor, nu au la îndemână un cadru de eșantionare demn de încredere

pentru a putea alege un eșantion după toate regulile probabilistice. În realitate, sunt puține cazurile când eșantionul poate fi obținut aleator, astfel încât calculele de reprezentativitate să aibă o întemeiere statistico-matematică riguroasă. Aceasta nu constituie, însă, o piedică în utilizarea eșantioanelor construite de o manieră semi-probabilistică, care sunt privite ca echivalente cu unele extrase în modul cel mai riguros. În funcție de diversele situații concrete, se folosesc diferite proceduri pentru a suplini lipsa unui cadru exact de eșantionare sau pentru a ușura identificarea unităților cercetate.

#### **A. Procedura „pasului”**

Procedura pasului constă în aplicarea procedurii mecanic descris în paragraful 3.3. *Procedee de selecție ale sondajului statistic.* Astfel, dacă indivizii ce formează populația ( $N$ ) se găsesc pe o listă, atunci, pentru a alege un eșantion ( $n$ ), putem calcula raportul  $k=N/n$  (numit „pas”), care arată al câtelea individ din populație intră în eșantion. Din primii  $k$  indivizi de pe listă se extrage unul aleator, să zicem individul al  $m$ -lea, și apoi restul se vor determina prin adăugarea la  $m$  a pasului  $k$ :  $m, m+k, m+2k, m+3k, \dots$

Se observă, fără dificultate, caracterul cvasi-aleator al procedurii: odată cu alegerea primului individ, toți indivizii din eșantion sunt deja aleși. Această situație nu are consecințe grave asupra reprezentativității decât dacă ordinea de pe listă este generată de un factor urmărit în cercetare. În realitate, însă, asemenea cazuri sunt aproape excluse și procedura poate fi folosită identificând-o cu o eșantionare simplă aleatoare. Aplicarea procedurii nu solicită neapărat o listă. Spre exemplu, pentru a extrage un eșantion cu elevii școlilor dintr-un județ, putem stabili o ordine a școlilor, apoi, în cadrul fiecăreia, a claselor, iar la final, cataloagele, „lista” fiind una formală, teoretică, fără legătură cu ceea ce regăsim „pe teren”.

#### **B. Metoda areolară sau pe zone**

Utilizarea unor proceduri de delimitare de areale sau de zone pe suprafața geografică ocupată de populația de cercetat, poate suplini lipsa unui cadru de eșantionare riguros. Această suprafață se împarte într-o mulțime de zone mai mici, care devin ele însele obiect de selecție aleatoare, simplă sau stratificată. În cadrul zonelor alese, se poate proceda la un nou stadiu de selecție sau, dacă unitățile sunt mici, se anchetează toate persoanele existente. Natura arealelor delimitate este foarte diversă și depinde de dimensiunea cercetării și de problematica urmărită. Dacă este vorba de studiul opiniilor locuitorilor unui oraș cu privire la condițiile de locuit, atunci orașul poate fi divizat în zone cât mai mici, până la cvartalele delimitate de străzi, alei, cursuri de apă etc. În cadrul unităților selectate se va întocmi o listă cu toate locuințele din care se vor extrage aleator cele ce vor forma eșantionul. La nivel național, vom folosi hărți la scară mare, cu ajutorul cărora se pot evidenția unitățile de selecție. În principiu, sunt posibile două feluri de alegeri: o selecție a unor arii delimitate grafic pe hartă, respectiv, o selecție de zone delimitate prin unități naturale. Fiecare are avantajele și dezavantajele sale. De reținut este riscul pe care-l prezintă o alegere formală a unor pătrate, dat fiind că populația este concentrată în unități de habitat, care nu sunt uniform repartizate pe teren. Astfel, dacă un pătrat de pe hartă acoperă o suprafață reală extinsă, există șanse însemnate ca un oraș mare să intre în totalitate într-un asemenea pătrat și care să nu apară în eșantion.

#### **C. Metoda itinerariilor**

În multe situații, după alegerea localităților, pentru a ajunge la persoanele de interviu, se identifică, mai întâi, locuințele în care trăiesc acestea. Pe baza unei scheme aleatoare sau cvasi-aleatoare, se aleg punctele de sondaj, respectiv adresele de la care începe itinerarul unui operator. Aceste puncte pot fi determinate prin tragerea la sorți a unui număr de străzi și apoi, de pe străzile alese, a unei adrese. Se poate folosi, de asemenea, cartea de telefon, de unde se alege, la întâmplare, adresele ce constituie punctele de pornire pentru operatori. Odată cu indicarea primei adrese, operatorul primește instrucțiuni pentru a ajunge la locuințele de unde trebuie să aleagă persoane de interviu. Aceste instrucțiuni îi prescriu ruta pe care o are de parcurs, precizând un „pas” pe care-l va folosi pentru a trece de la o adresă la alta.

#### **D. Alegerea persoanei de anchetat**

Din procedura precedentă s-a observat că operatorul ajunge la persoana pe care trebuie s-o interviueze prin intermediul familiei (gospodăriei, locuinței) acesteia. În lipsa unor liste cu

persoanele dintr-o populație, se va apela fie la utilizarea locuințelor, ca entități ușor de identificat pe teren, fie la documente conținând o situație a gospodăriilor (cum ar fi listele abonaților la rețeaua electrică, la televiziune, listele de impozite de la secțiile financiare etc.), de unde se prelevează adresele exacte ale familiilor din eșantion. Odată ajuns la o familie, problema operatorului este legată de selecția persoanei care-i va răspunde la întrebările chestionarului. Această alegere nu trebuie lăsată la latitudinea operatorului, sau nu trebuie lăsată în întregime la latitudinea sa, ci trebuie realizată pe baza unei proceduri riguroase. În principiu, se poate proceda și aici fie de o manieră aleatoare, absolut obiectivă, fie indicându-i-se operatorului un sistem de cote pe care trebuie să le respecte. Teoretic, prima situație este preferabilă, mai cu seamă că nu este deloc greu să se găsească modalități de a alege la întâmplare o persoană, chiar dacă nu știm dinainte câți membri sunt în gospodărie.

## 6.2. Aspecte practice ale interviurilor

### A. Tipuri de interviuri

Comunicarea întrebărilor și culegerea datelor se face, în general, prin trei metode: a) interviul direct; b) interviul prin telefon, și c) chestionarele trimise prin poștă.

**a) Interviul direct.** În cazul studiului populațiilor umane, metoda de culegere a datelor cea mai des folosită este interviul direct, deși este caracterizat de o mulțime de erori și distorsiuni. Amploarea acestora depinde de grija cu care s-a făcut recrutarea și instruirea operatorilor. Interviul direct este făcut între operator și respondent la o întâlnire față în față. Întrebările pot fi structurate, operatorul înmânând respondentului o listă cu întrebări. Astfel, operatorul folosește metoda chestionarului personal. Operatorul dă chestionarul respondentului și îl ia după completarea lui. Deși un interviu personal poate fi nestructurat (constând într-o conversație între operator și respondent), este mai probabil să fie parțial structurat. Operatorul are o listă de întrebări care sunt puse în ordinea prezentării lor. El poate încerca să obțină răspunsuri mai complexe.

**b) Interviul prin telefon.** Un interviu la telefon poate fi structurat sau nestructurat. Deoarece operatorul nu poate înmâna o listă cu întrebări fixe, interviul prin telefon nu poate fi administrat personal. Din alte puncte de vedere este ca și interviul personal. Comparativ cu cel direct, interviul prin telefon se caracterizează prin costuri reduse, durata de interviu mică, și o rată scăzută a non-răspunsurilor.

**c) Chestionarele trimise prin poștă.** Chestionarele pot fi expediate și prin poștă, pentru a fi completate fără nici o asistență din partea operatorilor. Întrucât nu există nici o garanție că nu se vor obține unele răspunsuri fanteziste, metoda este considerată discutabilă. Principalul argument în favoarea ei ține de faptul că este, în general, mai ieftină și mai rapidă decât alte metode. O altă problemă pe care o întâmpină această metodă o reprezintă numărul mare al non-răspunsurilor. Proporția răspunsurilor la un chestionar trimis prin poștă depinde de mai mulți factori, cum ar fi: populația, natura întrebărilor, complexitatea acestora, comanditarii sondajelor, exactitatea adreselor, măsura în care scrisoarea însoțitoare reușește să trezească interesul adresanților.

### B. Conținutul și principiile de bază ale interviului

Operatorul este obligat să respecte câteva cerințe legate de conținutul interviului. În principiu, aceste cerințe presupun să ceară respondentului:

- ♦ să parafrazeze sau să repete întrebările cu propriile lui cuvinte;
- ♦ să includă sau să excludă anumite tipuri de informații din răspunsuri;
- ♦ să cunoască definițiile și cuvintele cheie;
- ♦ să ofere exact informația cerută din chestionar.

**Principiile de bază ale interviurii** sunt legate de elemente cheie ale interviului, și anume:

1) *punerea întrebărilor* – recomandările pentru interviuator sunt: a) să citească întrebarea exact așa cum este scrisă, fără explicații, discuții, accentuări; b) să repete întrebarea și variantele de răspuns dacă respondentul o cere; c) să nu schimbe ordinea întrebărilor; d) să nu completeze întrebările care lipsesc sau care sunt neadecvate; e) să utilizeze intonația vocii pentru a sublinia

terminarea opțiunilor de răspuns; f) dacă interviatorii și respondenții au dificultăți cu interpretarea unor întrebări, trebuie să informeze supervizorii;

2) *stabilirea vitezei interviului* – vom prezenta câteva aspecte, cum ar fi: a) interviatorii neantrenați, de obicei, citesc întrebările prea repede; b) cel mai adecvat ritm este de două cuvinte pe secundă; c) citirea mai rară dă respondentului timp să gândească;

3) *verificarea* – interviatorul trebuie să repete răspunsul dat de respondent, pentru a obține o confirmare din partea acestuia că s-a înțeles ceea ce a vrut să spună. De regulă, respondentul nu știe ce și cât de mult ar trebui să răspundă;

4) *întărirea și recompensele* – recompensele sunt sub forma unor semnale (verbale sau nonverbale) care se transmit respondentului atunci când răspunde la întrebări;

5) *refuzurile* – întrebările frecvent refuzate se referă la informații demografice ca venitul, vârsta, culoarea politică, situația familială. Operatorul trebuie să sublinieze de la început că aceste întrebări sunt pentru scopuri statistice și că interviul este strict confidențial.

### **C. Rolul și influența operatorului**

Rolul operatorului este fundamental în cercetările selective, motiv pentru care acesta trebuie să îndeplinească anumite cerințe. Calitățile pe care trebuie să le îndeplinească orice operator, ar fi: onestitate și scrupulozitate; conștiință profesională; adaptabilitate; personalitate.

Interviatorii nu trebuie să se îngrijoreze în legătură cu tendințele pe care ar putea să le observe în răspunsurile obținute de la subiecți. În primul rând, numărul de interviuri pe care le realizează fiecare operator este prea mic pentru a sprijini vreo concluzie valabilă, iar, în al doilea rând, chiar dacă rezultatele la sondaj sunt proaste, acest lucru nu trebuie să îngrijoreze, deoarece scopul sondajului este tocmai de a afla adevărul, înainte de a fi prea târziu.

Relativ la operator, putem spune că atunci când este luat un interviu personal sau la telefon, prezența operatorului poate avea o influență (favorabilă sau nefavorabilă) atât asupra respondentului, cât și asupra răspunsurilor. Acest lucru poate apărea din două motive:

- ♦ atitudinea respondentului la prezența operatorului și a percepției operatorului;
- ♦ atitudinea, comportamentul, percepțiile, tonul vocii, vocabularul operatorului.

*Efectele favorabile ale prezenței operatorilor* sunt următoarele: a) operatorul poate proba și asigura informații suplimentare obținute prin întrebări; b) operatorul poate măsura veridicitatea răspunsurilor; c) prezența operatorului împiedică respondentul să schimbe răspunsurile date în funcție de informațiile primite în ultimele întrebări; d) neînțelegerile respondentului pot fi lămurite de operator. *Dezavantaje datorate prezenței operatorului* sunt următoarele: a) prezența operatorului poate determina respondentul să inventeze răspunsuri; b) prezența unui operator scade sentimentul de anonimitate și reduce disponibilitatea respondentului de a participa la interviu; c) prezența unui operator poate determina înregistrarea unor erori la transcrierea răspunsurilor lungi date în răspunsuri scurte, în declarații scrise pentru chestionar; d) operatorul poate falsifica răspunsurile sau poate să completeze chestionare fără să susțină un interviu.

## **6.3. Prelucrarea datelor din cercetările parțiale**

### **A. Tehnici de completare și de codificare a răspunsurilor**

Înainte de prelucrarea efectivă a datelor este necesară verificarea modului cum au fost completate chestionarele. Verificarea se face sub un triplu aspect: obținerea răspunsurilor solicitate, exactitatea răspunsurilor, și uniformitatea interpretării de către operatori a instrucțiunilor și întrebărilor. După verificare, se trece la operațiunile de codificare și analiză. Prin codificare se înțelege traducerea informațiilor culese pe teren într-un limbaj determinat, într-un cod, în vederea transcrierii acestora pe un suport ce poate fi prelucrat electronic (bază de date). Pentru realizarea unei codificări eficiente trebuie respectate o serie de reguli, cum ar fi: a) uniformitatea codurilor; b) asigurarea corespondenței dintre numărul de ordine al unei înregistrări din baza de date cu cel al chestionarului; c) identificarea facilă a fiecărui câmp din baza de date; d) asigurarea corespondenței dintre câmpurile din baza de date și ordinii în care figurează întrebările în chestionar; e) întrebările se pot codifica pe chestionar (dacă nu există riscul apariției greșelilor).

## B. Corectarea erorilor și validarea datelor

Este preferabilă introducerea datelor în calculator cu ajutorul unui SGBD (Sistem de Gestiune a Bazelor de Date) sau al unui program de calcul tabelar, întrucât oferă o serie de avantaje, cum ar fi: accesibilitatea crescută a calculatorului, un sistem de comunicare om-calculator prietenos, un timp relativ redus între introducerea datelor și obținerea rezultatelor, posibilitatea corectării interactive a erorilor. SGBD permite și o verificare a codificării pe fiecare nivel al chestionarului în funcție de criteriile stabilite. Astfel, la orice eroare apărută are loc re poziționarea cursorului în căsuța unde codul sau informația este invalidat(ă).

Introducerea datelor este urmată de o etapă de editare a erorilor de tastare sau de completare a chestionarului prin intermediul unor proceduri de detectare și corectare a erorilor. În primul rând, sunt editate acele linii care au fost introduse de mai multe ori, chiar dacă numărul liniilor introduse este egal cu mărimea eșantionului. Următorul pas constă în editarea erorilor semnalate de procedurile de control logic prin: a) verificarea valorilor variabilelor pentru fiecare întrebare; b) verificarea consistenței interne; c) verificarea completitudinii culegerii datelor; d) detectarea unor tendințe neobișnuite. În funcție de natura datelor înregistrate și de legăturile dintre ele urmează să fie efectuat și controlul validității datelor. Printr-un software adecvat se pot obține situații tabelare și grafice care pot ușura mult verificarea datelor.

Prelucrarea datelor din baza de date se poate realiza cu ajutorul unor pachete de programe care gestionează eficient fișierele de date. Cele mai utilizate programe de aplicații pentru gestiunea fișierelor și parțial pentru prelucrare sunt SGBD-urile care oferă o serie de facilități pentru procesarea unei cercetări prin sondaj. Pentru prelucrarea propriu-zisă a datelor obținute în sondaj există o serie de pachete de programe de analiză statistică, precum: „Statistical Package for Social Science” (SPSS), Statistica, Statistical Analysis System (SAS). Mulți utilizatori fac apel la programe de aplicații de tipul Lotus, Excel, care pot opera asupra datelor prezentate sub formă de tabele, având posibilitatea efectuării unor calcule de o complexitate diversă și posibilitatea de a obține grafice foarte sugestive. Acestea sunt suficiente dacă mărimea eșantionului este redusă, necesitățile de gestiune a fișierelor sunt mici și calculele nu necesită o complexitate deosebită. Totuși, aceste programe nu pot fi folositoare unor cercetări ample, deoarece nu pot face față unor eșantioane de dimensiuni foarte mari sau nu pot rezolva probleme dificile de gestiune a fișierelor și nu pot răspunde necesităților unor analize statistice aprofundate.

## 7. SONDAJUL SIMPLU ÎNTÂMPLĂTOR

*Sondajul simplu întâmplător* este fundamental, întrucât reprezintă modelul teoretic de bază, din care au fost derivate toate celelalte metode, cu atât mai sofisticate cu cât structura populației este mai complexă. Sondajul simplu vizează cel mai elementar nivel de reprezentare (populații omogene) și se caracterizează prin faptul că unitățile populației au probabilități cunoscute a priori și egale de a fi incluse în eșantion. Obiectivul fundamental al sondajului îl constituie estimarea unor parametri ai populației cu ajutorul unor statistici calculabile plecând de la datele unui eșantion.

Vom nota cu  $X$  o variabilă sau un vector de variabile aleatoare care descriu populația studiată;  $(X_i)_{i=1,n}$  sunt variabile de selecție, asociate eșantioanelor posibile de volum  $n$ . Notăm cu  $n$  un eșantion, care presupune un set de realizări ale variabilelor de selecție, iar cu  $\theta$  un parametru reprezentând o caracteristică numerică a variabilei  $X$  ce descrie populația. Cele mai simple cazuri sunt acelea în care parametrul  $\theta$  desemnează caracteristici numerice (media  $\bar{x}_0$  sau anumite momente centrate ale populației - de obicei, dispersia  $\sigma_0^2$ ).

Media colectivității de bază ( $\bar{x}_0$ ) reprezintă indicatorul cel mai potrivit pentru caracterizarea de ansamblu a populației studiate. Media de eșantion ( $\bar{x}_s$ ) va diferi mai mult sau mai puțin de la media reală dar necunoscută din populația generală. Cum indicatorii statistici de sondaj diferă de la



un eșantion la altul, rezultă că ei pot fi interpretați ca variabile aleatoare. Astfel, indicatorii estimați pe baza sondajului, pentru a putea fi extinși la întreaga populație, trebuie să fie:

- ♦ *estimații nedepășate* – valoarea medie a indicatorului de sondaj, pentru un volum  $n$  finit, trebuie să fie egală cu parametrul din populația generală;
- ♦ *valori consistente* – indicatorul de sondaj să convergă în probabilitate, pentru valori mari ale lui  $n$ , către parametrul din populația generală;
- ♦ *valori eficiente* – să aibă dispersie minimă.

Pentru determinarea indicatorilor sondajului vom folosi următoarele notații și formule de calcul (tabelul 1):

**Tabelul 1**

<i>Indicator</i>	<i>Nivel</i>	<i>Populația de bază</i>	<i>Eșantion</i>
- variabila studiată		$X$	$X$
- volumul		$N$	$n$
- media variabilei $X$		$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_i}{N}$	$\bar{x}_s = \frac{\sum x_i}{n}$
- dispersia variabilei $X$		$\sigma_0^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_0)^2}{N}$	$\sigma_s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_s)^2}{n}$

### 7.1. Estimații punctuale în selecția repetată

Principalii parametri ai populației ce trebuie estimați sunt media  $\bar{x}_0$  și dispersia  $\sigma_0^2$ . Media de selecție  $\bar{X}_s$ , exprimată ca funcție de variabilele de selecție  $X_1, X_2, \dots, X_n$ :

$$\bar{X}_s = h(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

reprezintă un *estimator* al mediei generale  $\bar{x}_0$ .

O valoare numerică  $\bar{x}_s^{(j)}$  a acestei funcții, obținută pentru realizările efective ale variabilelor aleatoare  $X_j$ , în cadrul unui eșantion, poartă numele de *estimație punctuală* a parametrului  $\bar{x}_0$ . Reprezentativitatea estimației este dependentă de o serie de calități intrinseci ale estimatorului. În continuare, reproducem un rezultat particular de o importanță deosebită. Media de selecție  $\bar{x}_s$ , obținută prin sondaj simplu repetat, este un estimator absolut corect al mediei populației  $\bar{x}_0$ , adică:

- ♦ este nedepășat (fără distorsiune):  $E(\bar{X}_s) = \bar{x}_0$ , unde:  $E(\bar{X}_s)$  - speranța matematică;

- ♦ are dispersie asimptotic nulă:  $Var(\bar{X}_s) = \sigma_{\bar{X}_s}^2 = \frac{\sigma_0^2}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ ,

unde:  $Var(\bar{X}_s)$  - dispersia teoretică a mediilor de selecție.

Diferența  $\bar{x}_s^{(j)} - \bar{x}_0$  cu care media de selecție se abate de la media generală, desemnează *eroarea de reprezentativitate* asociată acestuia și constituie element de definiție pentru dispersia mediilor de selecție în raport cu media generală, respectiv:

$$\sigma_{\bar{X}_s}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_s^{(j)} - \bar{x}_0)^2 n_j}{\sum n_j}.$$

Pentru a putea calcula valoarea medie de reprezentativitate, ar trebui să avem toate mediile de eșantioane posibile și frecvențele lor de apariție. De regulă, nu se cunoaște decât un eșantion. În cazul unui sondaj simplu, pentru o variabilă numerică, s-a demonstrat că între dispersia lotului de bază  $\sigma_0^2$  și dispersia mediilor eșantioanelor de la media generală există următoarea relație:

$$\sigma_0^2 = n \cdot \sigma_{\bar{X}_s}^2 \Rightarrow \sigma_{\bar{X}_s}^2 = \frac{\sigma_0^2}{n}.$$

De aici rezultă *eroarea medie de reprezentativitate* (sau *eroarea standard a selecției*), în varianta repetată, care constituie o măsură a fluctuației mediilor de selecție față de valoarea reală a parametrului estimat, și se determină astfel:

$$\sigma_{\bar{X}_s} = \sqrt{\sigma_{\bar{X}_s}^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\sigma_{\bar{X}_s} = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n}}} \Rightarrow \boxed{\sigma_{\bar{X}_s} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}.$$

Deseori, însă, abaterea standard  $\sigma_0$  a populației nu este cunoscută,  $\sigma_0$  fiind un parametru care face el însuși obiectul unei inferențe statistice. În astfel de situații, se apelează la o estimare bazată pe un eșantion oarecare, și anume abaterea de selecție  $\sigma_s$ . Utilizarea lui  $\sigma_s$  introduce o sursă suplimentară de erori. În primul rând, se remarcă faptul că dispersia de selecție se determină ca un moment de ordinul doi, centrat aleator:

$$\tilde{\sigma}_s^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X}_s)^2}{n},$$

adică în raport cu media de selecție, care nu este un centru invariabil al distribuției, ci se modifică de la un eșantion la altul. Din acest motiv, estimatorul asociat dispersiei de selecție, în varianta de calcul dată de relația anterioară, este deplasat, neîndeplinind calitățile unui estimator absolut corect.

Problema se rezolvă dacă înmulțim cu factorul de corecție  $n/(n-1)$ . Astfel se obține estimatorul nedepășat al dispersiei  $\sigma_0^2$ , ca funcție de variabilele de selecție  $X_i$ :

$$\boxed{\sigma_s^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X}_s)^2}{n-1}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\sigma_{\bar{X}_s} \approx \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}}}.$$

## 7.2. Estimații prin intervale de încredere

După cum s-a văzut,  $\bar{X}_s$  este un estimator nedepășat al lui  $\bar{x}_0$ . Totuși, coincidența reală dintre o valoare particulară  $\bar{x}_s$  și  $\bar{x}_0$  nu se produce decât prin excepție și nu poate fi garantată. Un grad de încredere convenabil aferent inferenței este asigurat dacă asociem estimației punctuale  $\bar{x}_s$  un interval ce delimitează probabilistic zona de siguranță, numit **interval de încredere**:

$$\boxed{\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm \text{eroarea de estimatie}}.$$

Mărimea marjei de eroare depinde atât de amploarea fluctuațiilor lui  $\bar{X}_s$ , cât și de garanțiile oferite. Așadar, va trebui să decidem și asupra nivelului de încredere cu care dorim ca intervalul de estimare centrat în  $\bar{x}_s$  să încadreze valoarea reală a lui  $\bar{x}_0$ , respectiv cu ce probabilitate să fie el acoperitor pentru  $\bar{x}_0$ . Vom distinge două situații: a) când se cunoaște dispersia  $\sigma_0^2$  asociată populației, și b) când nu se cunoaște dispersia  $\sigma_0^2$  asociată populației.

### A. Dispersia $\sigma_0^2$ asociată populației este cunoscută

Fie  $Z = \frac{\bar{X}_s - \bar{x}_0}{\sigma_{\bar{X}_s}} = \frac{\bar{X}_s - \bar{x}_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$  variabila aleatoare derivată, prin standardizare, din  $\bar{X}_s$ .

Vom nota cu  $z$  o valoare critică a variabilei  $Z$ , corespunzând condiției ca:

$$\left| \frac{\bar{X}_s - \bar{x}_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| < z \Leftrightarrow \bar{X}_s \in \left( \bar{x}_0 - z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \bar{x}_0 + z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\Leftrightarrow \bar{x}_0 \in \left( \bar{X}_s - z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \bar{X}_s + z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \right),$$

respectiv condiției ca **intervalul de încredere** definit prin:

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm z \cdot \sigma_{\bar{X}_s} = \bar{x}_s \pm z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

să fie astfel dimensionat încât să acopere parametrul  $\bar{x}_0$  cu o probabilitate specificată:

$$\phi(z) = P\left( \frac{|\bar{x}_s - \bar{x}_0|}{\sigma_0 / \sqrt{n}} < z \right),$$

adică

$$\phi(z) = P\left( \bar{x}_s - z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} < \bar{x}_0 < \bar{x}_s + z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \right).$$

Atunci când se precizează probabilitatea  $\phi(z)$ , din tabelul funcției Gauss-Laplace se poate deduce valoarea argumentului  $z$ , care, împreună cu eroarea standard  $\sigma_{\bar{X}_s}$  dată de fluctuația mediilor  $\bar{x}_s$  în jurul țintei  $\bar{x}_0$ , determină nivelul general al erorii de estimare – **eroarea limită admisă**:

$$\Delta x = z \cdot \sigma_{\bar{X}_s}.$$

### B. Dispersia $\sigma_0^2$ asociată populației nu este cunoscută

Cum dispersia  $\sigma_0^2$  nu este cunoscută, abaterea standard a mediilor de selecție  $\sigma_{\bar{X}_s}$  trebuie calculată plecând de la estimatorul nedeplasat al parametrului  $\sigma_0^2$ , adică:

$$\sigma_s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_s)^2}{n-1}.$$

Atunci,  $\sigma_{\bar{X}_s}$  va fi estimat prin:

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}_s} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}},$$

iar variabila standardizată a mediei de selecție devine:

$$T_{n-1} = \frac{\bar{X}_s - \bar{x}_0}{\hat{\sigma}_{\bar{X}_s}} = \frac{\bar{X}_s - \bar{x}_0}{\sigma_s / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}.$$

Statistica  $T_{n-1}$  urmează o distribuție Student cu  $(n-1)$  grade de libertate.  $T_{n-1}$  nu mai depinde de parametrul  $\sigma_0^2$ , ceea ce face posibil apelul la distribuția Student în locul distribuției normale, ori de câte ori  $\sigma_0^2$  este necunoscut. Astfel, dacă desemnăm prin  $t$  cuantila de ordinul  $1-\alpha/2$  a legii Student cu  $n-1$  grade de libertate, intervalul  $\bar{x}_0 \in \left( \bar{X}_s - t \cdot \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}}, \bar{X}_s + t \cdot \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}} \right)$  este un *interval de încredere de nivel  $1-\alpha$*  pentru  $\bar{x}_0$ .

Având în vedere cele două moduri de exprimare ale erorii standard a selecției:

- $\sigma_{\bar{X}_s} = \sigma_0 / \sqrt{n}$  - când se cunoaște  $\sigma_0^2$ , și
- $\hat{\sigma}_{\bar{X}_s} = \sigma_s / \sqrt{n}$  - când nu se cunoaște  $\sigma_0^2$ ,

este posibilă analiza factorilor ce influențează amplitudinea intervalului de încredere:

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}},$$

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}}$$

Abaterea standard reflectă caracteristicile de variabilitate intrinseci ale fenomenului, fiind un factor de influență cu un nivel dat, nesupus controlului. În schimb, volumul  $n$  al eșantionului și argumentul  $z$  constituie parametri de control importanți. Astfel, o mărire a lui  $n$  produce diminuarea erorii standard și a intervalului de încredere, respectiv creșterea preciziei.

Ridicând la pătrat ambii membri ai egalității:

$$\Delta x = z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \text{ sau } \Delta x \approx t \cdot \frac{\sigma_s}{\sqrt{n}},$$

se obține **volumul necesar al eșantionului** pentru un nivel impus al erorii limită admise și o valoare precizată a probabilității  $\phi(z)$ :

$$n = \frac{z^2 \cdot \sigma_0^2}{\Delta x^2}$$

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma_s^2}{\Delta x^2}$$

În cazul în care valorile individuale  $x_i$  sunt însumabile, se poate estima **nivelul totalizat al variabilei X**, relativ la întreaga populație:

$$\sum_{i=1}^N x_i \in N \cdot (\bar{x}_s - \Delta x, \bar{x}_s + \Delta x)$$

### 7.3. Estimații în sondajul simplu nerepetat

Rezultatele prezentate în paragrafele anterioare au presupus că eșantionul a fost obținut din populația de bază în urma unui *sondaj repetat*. Acest procedeu de eșantionare a asigurat ca variabilele  $X_1, X_2, \dots, X_n$  să fie independente și să aibă caracteristici aleatoare identice cu ale variabilei  $X$ . Numeroase situații impun în practica statistică efectuarea unor *sondaje nerepetate*, când unitatea observată nu mai participă la extracțiile ulterioare. Evident, apariția sa ca realizare a unei variabile de selecție  $X_i$  constituie un eveniment de natură să limiteze posibilitățile de realizare ale celorlalte variabile din secvență ( $X_{i+1}, \dots, X_n$ ) și, prin urmare, să inducă non-independența acestora. Consecințele sunt numai de natură conceptuală și de calcul; ele nu afectează eficiența procedurii de eșantionare care, dimpotrivă, prezintă unele avantaje relativ la precizia estimațiilor.

Media de selecție  $\bar{X}_s$ , obținută prin sondaj simplu nerepetat, este un estimator absolut corect al mediei populației  $\bar{x}_0$ , adică:

▶ este nedepășat:  $E(\bar{X}_s) = \bar{x}_0$ ;

▶ are dispersie asimptotic nulă:  $\text{Var}(\bar{X}_s) = \sigma_{\bar{x}_s}^2 = \frac{\sigma_0^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ .

În *sondajul simplu nerepetat*, dispersia mediilor de selecție este:

$$\sigma_{\bar{x}_s}^2 = \frac{\sigma_0^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

Termenul  $\frac{N-n}{N-1} \approx 1 - \frac{n}{N}$ , denumit *factor de exhaustivitate*, indică faptul că dispersia mediilor de selecție în sondajul nerepetat este mai mică decât în sondajul repetat.

**Rezultă eroarea medie de reprezentativitate**, corespunzând sondajului simplu nerepetat:

$$\sigma_{\bar{x}_s} = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}} \approx \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

Deseori, pentru valori  $\frac{n}{N} < 0,2$ , coeficientul de corecție nu se ia în considerare în calcule.

Rezultă o observație importantă: erorile sondajelor ce cuprind o parte neînsemnată din colectivitatea generală depind numai de numărul absolut de observații și de mărimea abaterii medii pătratice din colectivitatea generală. În general, precizia estimăției lui  $\bar{x}_0$  prin  $\bar{x}_s$  depinde foarte puțin de volumul  $N$  al populației, ea depinzând mai mult de volumul eșantionului. Când  $n$  crește, precizia crește aproximativ de  $\sqrt{n}$  ori după cum, aproximativ în același raport, se micșorează abaterea medie pătratică  $\sigma_{\bar{x}_s}$ . Dependența lui  $\sigma_{\bar{x}_s}$  de  $n$  dă posibilitatea utilizării în practică a sondajelor cu volumul nu prea mare, deoarece o creștere ușoară nu influențează prea mult precizia estimăției, iar pentru a ridica semnificativ precizia sunt necesare volume foarte mari ale eșantioanelor.

Pentru a putea opera cu eroarea medie de reprezentativitate este necesar să se formeze toate eșantioanele posibile și să se calculeze erorile. În practică nu se pot extrage toate eșantioanele, de aceea se folosește indicatorul de estimare *eroarea-limită admisă*.

Deducem **eroarea limită admisă și intervalul de încredere**, astfel:

$$\Delta x = z \cdot \sigma_{\bar{x}_s},$$

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm \Delta x = \bar{x}_s \pm z \cdot \sigma_{\bar{x}_s},$$

**Volumul eșantionului**, pentru nivele precizate ale erorii limită și a gradului de încredere, se determină pornind de la formula erorii-limită admise, rezultând:

$$n = \frac{N \cdot z^2 \cdot \sigma_0^2}{(N-1) \cdot \Delta x^2 + z^2 \cdot \sigma_0^2} \Rightarrow n \approx \frac{z^2 \cdot \sigma_0^2}{\Delta x^2 + \frac{z^2 \cdot \sigma_0^2}{N}}.$$

Atunci când dispersia  $\sigma_0^2$  a populației este necunoscută, se pune problema să determinăm un estimator nedeplasat al acesteia, adaptat condițiilor de eșantionare ale sondajului simplu nerepetat. În acest scop, vom pleca tot de la momentul de ordinul doi, centrat aleator:

$$\tilde{\sigma}_s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_s)^2}{n}.$$

Aplicând lui  $\tilde{\sigma}_s^2$  factorul de corecție corespunzător, obținem estimatorul nedeplasat al dispersiei, pentru sondajul simplu nerepetat:

$$\sigma_s^2 = \tilde{\sigma}_s^2 \frac{n}{n-1} \cdot \frac{N-1}{N} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_s)^2}{n} \cdot \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{1}{N}\right) \Rightarrow \sigma_s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_s)^2}{n-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right).$$

Această relație pune în evidență faptul că un eșantion de volum  $n$  are o dispersie mai mică în sondajul simplu nerepetat, decât în sondajul simplu repetat. În plus, estimația depinde de volumul populației de bază ( $N$ ).

#### 7.4. Sondajul simplu pentru variabila alternativă

Rezultatele obținute în cazul **sondajului simplu repetat și nerepetat** se pot particulariza cu ușurință pentru **variabila alternativă (binară)**. În acest caz, vom utiliza aceeași metodologie de calcul pentru indicatorii sondajului, ținând cont de modul specific de determinare a mediei și a dispersiei pentru acest tip de variabilă. Notațiile și formulele folosite sunt (tabelul 2):

**Tabelul 2**

<i>Indicator</i>	<i>Nivel</i>	<i>Populația de bază</i>	<i>Eșantion</i>
- media variabilei $X$		$p$	$w$
- dispersia variabilei $X$ (volum mare)		$\sigma_p^2 = p(1-p)$	$\sigma_w^2 = w(1-w)$

### Estimația nedeplasată a dispersiei

$$\sigma_s^2 = w(1-w) \cdot \frac{n}{n-1} \quad - \text{ pentru sondajul simplu repetat}$$

$$\sigma_s^2 = w(1-w) \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right) \quad - \text{ pentru sondajul simplu nerepetat}$$

### Eroarea medie de reprezentativitate

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\sigma_p^2}{n}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad - \text{ pentru sondajul simplu repetat}$$

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\sigma_p^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad - \text{ pentru sondajul simplu nerepetat}$$

### Eroarea limită admisă

$$\pm \Delta w = z \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad - \text{ pentru sondajul simplu repetat}$$

$$\pm \Delta w = z \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad - \text{ pentru sondajul simplu nerepetat}$$

### Intervalul de încredere

$$p = w \pm \Delta w \Rightarrow$$

$$w - \Delta w \leq p \leq w + \Delta w \text{ sau}$$

$$[w - \Delta w; w + \Delta w]$$

### Nivelul totalizat al variabilei X

$$\sum_{i=1}^N x_i \in N \cdot [w - \Delta w, w + \Delta w].$$

### Volumul eșantionului

$$n = \frac{t^2 \cdot p(1-p)}{\Delta_w^2} \quad - \text{ pentru sondajul simplu repetat}$$

$$n = \frac{N \cdot z^2 \cdot p(1-p)}{(N-1) \cdot \Delta_w^2 + z^2 \cdot p(1-p)} \approx \frac{z^2 \cdot p(1-p)}{\Delta_w^2 + \frac{z^2 \cdot p(1-p)}{N}} \quad - \text{ pentru sondajul simplu nerepetat}$$

## 7.5. Aplicații

1. Pentru analiza nivelului mediu al cheltuielilor destinate produselor alimentare se culeg date pe un eșantion de 500 de familii, reprezentând 10% din colectivitatea generală. Rezultatele vor fi garantate cu o precizie de 99,73% ( $z=3,0$ ) și vor fi calculate pentru varianta repetată și varianta nerepetată. Distribuția familiilor în funcție de nivelul cheltuielilor a fost (tabelul 3):

**Tabelul 3**

<i>Cheltuieli pentru alimente (lei)</i>	<i>Număr de familii</i>
→200	20
200-400	60
400-600	280
600-800	120
800→	20
<b>Total</b>	<b>500</b>

$$\bar{x}_s = 524 \text{ lei}; \quad \sigma_s^2 = 26624 \text{ lei}$$

$$\sigma_{\bar{x}_s} = \sqrt{\frac{26624}{500}} = 7,29 \text{ lei}$$

$$\sigma_{\bar{x}_s} = \sqrt{\frac{26624}{500} \left(1 - \frac{500}{5000}\right)} = 6,29 \text{ lei}$$

$$\pm \Delta x_{rep} = 7,29 \times 3,0 = 21,87 \text{ lei}$$

$$\pm \Delta x_{nrep} = 6,29 \times 3,0 = 20,76 \text{ lei}$$

- sondaj repetat:

$$524 - 21,87 \leq \bar{x}_0 \leq 524 + 21,87 \Rightarrow 503,13 \leq \bar{x}_0 \leq 545,87 \text{ lei}$$

- sondaj nerepetat:

$$524 - 20,76 \leq \bar{x}_0 \leq 524 + 20,76 \Rightarrow 503,23 \leq \bar{x}_0 \leq 544,76 \text{ lei}$$

În cazul organizării unui sondaj simplu repetat, nivelul mediu al cheltuielilor alimentare al familiilor din lotul de bază se situează în intervalul [502,13;545,87] lei, rezultate garantate cu probabilitatea de 99,73%, față de [502,23;544,76] lei, interval obținut prin organizarea unui sondaj simplu nerepetat în aceleași condiții.

Dacă dorim să reducem eroarea limită admisă astfel încât ea să nu fie mai mare de  $\pm 10$  lei, în aceleași condiții de probabilitate (99,73%), volumul eșantionului va fi:

$$\text{- sondajul repetat: } n_{rep} = \frac{z^2 \sigma_0^2}{\Delta x^2} = \frac{3^2 \times 26.624}{100} = 2.396 \text{ familii}$$

$$\text{- sondaj nerepetat: } n_{nrep} = \frac{z^2 \sigma_0^2}{\Delta x^2 + \frac{z^2 \sigma_0^2}{N}} = \frac{3^2 \times 26.624}{100 + \frac{3^2 \times 26.624}{5.000}} = 1.620 \text{ familii.}$$

Pentru a estima intervalul de încredere al nivelului mediu al cheltuielilor alimentare a lotului de bază cu o eroare limită admisă de  $\pm 10$  lei, volumul eșantionului crește de la 500 familii (10%), la 1.620 (32,4%) pentru sondajul simplu nerepetat, respectiv la 2.396 (47,9%) pentru cel repetat.

2. Considerând sărace familiile care au cheltuieli alimentare sub 200 de lei (20 familii din eșantionul de 500 observat) să se estimeze procentul familiilor sărace pentru întreaga colectivitate de 5.000 de familii. Rezultatele sondajului anterior se pot scrie într-o altă formă (tabelul 4):

**Tabelul 4**

<i>Starea socială a familiei</i>	<i>Număr de familii</i>	<i>Frecvențe relative</i>
- sărăcie	20	0,04
- non-sărăcie	480	0,96
<b>Total</b>	<b>500</b>	<b>1</b>

$$w=0,04 \text{ (4\%); } \sigma_w^2 = 0,04 \cdot 0,96 = 0,0384$$

$$\sigma_{wrep} = \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,0384}{500}} = 0,00876$$

$$\sigma_{wnrep} = \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 0,00831$$

$$\pm \Delta w_{rep} = z \cdot \sigma_{wrep} = 3,0 \times 0,00876 = 0,0262 \text{ (2,62\%)}$$

$$\pm \Delta w_{nrep} = z \cdot \sigma_{wnrep} = 3,0 \times 0,00831 = 0,0249 \text{ (2,49\%)}$$

$$\text{- sondajul repetat: } 4\% - 2,62\% \leq p \leq 4\% + 2,62\% \Rightarrow 1,38\% \leq p \leq 6,62\%$$

$$\text{- sondajul nerepetat: } 4\% - 2,49\% \leq p \leq 4\% + 2,49\% \Rightarrow 1,51\% \leq p \leq 6,49\%$$

În lotul de bază se estimează că procentul de familii sărace se cuprinde în intervalul  $[1,38;6,62]$ % conform rezultatelor sondajului simplu repetat sau  $[1,51;6,49]$ % conform rezultatelor sondajului simplu nerepetat, care este mai precis.

## 8. SONDAJUL STRATIFICAT

### 8.1. Introducere

**Sondajul stratificat** se utilizează pentru populații statistice care prezintă un grad de omogenitate scăzut. De regulă, selecția stratificată se aplică în studiul fenomenelor economico-sociale care au fost împărțite, în prealabil, în grupe (straturi sau tipuri) omogene după o caracteristică esențială. Variantele acestui tip de sondaj sunt:

- **selecția tipică simplă** – extragerea unităților din fiecare grupă se face la întâmplare fără a se ține seama de ponderea unităților din fiecare grupă a colectivității generale;
- **selecția tipică proporțională** – volumul subeșantioanelor diferă în raport cu ponderea pe care o are fiecare grupă în colectivitatea generală și se respectă proporția de selecție;
- **selecția tipică optimă** – eșantionarea ține cont de ponderea pe care o au grupele în colectivitatea generală și de mărimea variației din interiorul grupelor.

Alegerea numărului de straturi impune două observații. Prima observație este de ordin teoretic: ideală este stratificarea la maximum, adică alegerea unui număr cât mai mare de grupe. Cea de-a doua observație este de ordin practic: rareori se pot depăși 10 straturi și, de obicei, limitele straturilor sunt impuse de informațiile disponibile din baza de sondaj.

În general, pentru definirea straturilor se folosesc diferite caracteristici economico-sociale. Pentru împărțirea unei populații pe straturi, sugerăm folosirea următoarelor caracteristici: nivelul pregătirii profesionale a indivizilor, regiunile geografice sau unitățile administrative, sexul indivizilor, naționalitatea, grupele de vârstă.

Prin repartizarea eșantionului pe straturi se urmărește asigurarea reprezentativității acestuia în raport cu un număr cât mai mare de caracteristici din planul de cercetare pentru întreaga populație, și nu pentru fiecare strat în parte. Pentru a asigura și reprezentativitatea la nivelul straturilor trebuie ca dimensiunea eșantionului din fiecare strat să fie suficient de mare.

Pentru aplicarea tehnicii de eșantionare stratificată se parcurg următoarele **etape**:

- 1) populația este repartizată pe straturi;
- 2) se stabilește dimensiunea eșantionului;
- 3) se stabilește dimensiunea subeșantionului din fiecare strat;
- 4) se generează eșantionul fiecărui strat.

Dispersia totală se determină cu ajutorul formulei:

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^k \sum_{j=1}^{N_h} (x_{hj} - \bar{x}_0)^2 = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^k \sum_{j=1}^{N_h} (x_{hj} - \bar{x}_h + \bar{x}_h - \bar{x}_0)^2 = \sum_{h=1}^k (\bar{x}_h - \bar{x}_0)^2 \frac{N_h}{N} + \sum_{h=1}^k \sigma_{0h}^2 \frac{N_h}{N}$$

care permite scrierea ecuației analizei dispersionale:

$$\sigma_0^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}^2,$$

Aceasta reflectă relația dintre cele trei variante de selecție stratificată: simplă, proporțională și optimă. În ultima relație, termenii sunt următorii:

- $\sigma_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_0)^2}{N}$  - reprezintă *varianța globală* a seriei ce cuantifică dispersarea termenilor seriei

în jurul mediei acesteia. Acest parametru este folosit în evaluarea performanțelor estimatorilor definiți în cazul sondajului simplu;



- $$\delta^2 = \frac{\sum_{h=1}^k (\bar{x}_h - \bar{x}_0)^2 N_h}{N}$$
 - reprezintă *dispersia inter-straturi* și cuantifică diferențele care există între straturile populației de referință. Dacă ponderea acestei varianțe în cadrul varianței globale este mare, eșantionarea stratificată oferă rezultate mai eficiente decât cea simplă;
- $$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_{h=1}^k \sigma_{0h}^2 N_h}{N}$$
 - desemnează *dispersia intra-straturi* și cuantifică gradul de dispersare a unităților fiecărui strat în raport cu media parțială a stratului. Pentru evaluarea performanțelor estimatorilor definiți în cazul eșantionării stratificate se utilizează această mărime.

## 8.2. Sondajul stratificat proporțional

Dacă populația este eterogenă în raport cu fenomenul studiat, devine esențială posibilitatea de a identifica o structură, adică de a găsi un criteriu de grupare, semnificativ corelat cu variabila supusă analizei, care să inducă pe domeniul de valori al acesteia clase omogene. Există un criteriu care structurează populația de bază în  $k$  grupe, numite *straturi*, de volume  $N_1, \dots, N_k$ :  $N = \sum_{h=1}^k N_h$ .

Procedura de eșantionare constă în extragerea a  $n_h$  unități din fiecare strat  $h$ , după una din schemele probabilistice simple, astfel încât volumul global al eșantionului să fie:  $n = \sum_{h=1}^k n_h$ .

Dacă  $n_h / N_h = n / N = f$ ,  $\forall h = 1, 2, \dots, k$ , **sondajul stratificat** este de tip **proporțional**.

Din eșantionul fiecărui strat se determină media și dispersia:

$$\bar{x}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} x_{hi}}{n_h} \quad \text{și} \quad \sigma_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} (x_{hi} - \bar{x}_h)^2}{n_h - 1},$$

cu semnificația de estimatii ale parametrilor necunoscuți ai stratului respectiv.

O estimatie nedeplasată a mediei populației este:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum_{h=1}^k \bar{x}_{0h} N_h}{N}.$$

Estimațiile nedeplasate  $\bar{x}_h$  (de eșantion) ale mediilor reale de grupă ( $\bar{x}_{0h}$ ) se determină prin:

$$\bar{x}_s = \frac{\sum_{h=1}^k \bar{x}_h N_h}{N}$$

Această estimatie reprezintă și media de eșantion doar în cazul particular al sondajului stratificat proporțional, când  $N_h / N = n_h / n$ .

Referitor la calculul *erorii medii de reprezentativitate*, rațiunea organizării eșantionării pe straturi este ca să se elimine sursele sistematice de variație. Vom nota cu  $\sigma_h^2$  estimatorul nedeplasat al dispersiei  $\sigma_{0h}^2$ , corespunzător stratului  $h$ . Presupunând că în toate straturile se adoptă aceeași strategie de eșantionare, dispersia mediilor de selecție față de media generală se definește astfel:

**a. sondaj stratificat repetat:**

$$\sigma_{\bar{x}_s}^2 = \sum_{h=1}^k \frac{\sigma_{0h}^2 N_h^2}{n_h N^2}, \text{ unde } \sigma_{0h}^2 \text{ poate fi estimată fără distorsiune prin:}$$

$$\sigma_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} (x_{hi} - \bar{x}_h)^2}{n_h - 1};$$

**b. sondaj stratificat nerepetat:**

$$\sigma_{\bar{X}_s}^2 = \sum \frac{\sigma_{0h}^2 \cdot \frac{N_h^2}{N^2} \cdot \frac{N_h - n_h}{N_h - 1}}{n_h} \text{ estimatorul nedepasat al lui } \sigma_{0h}^2 \text{ fiind:}$$

$$\sigma_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} (x_{hi} - \bar{x}_h)^2}{n_h - 1} \cdot \left(1 - \frac{1}{N_h}\right)$$

În cazul sondajului stratificat proporțional, relațiile de mai sus se reduc la forme ce pun în evidență rolul important al dispersiei intra-straturi ( $\bar{\sigma}^2$ ) la formarea lui  $\sigma_{\bar{X}_s}^2$ :

**a. sondaj stratificat proporțional repetat:**

$$\sigma_{\bar{X}_s}^2 = \sum_{h=1}^k \sigma_{0h}^2 \frac{N_h}{N} \cdot \frac{N_h}{n_h} \cdot \frac{n}{N} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^k \sigma_{0h}^2 \frac{N_h}{N}$$

deci (s-a utilizat identitatea:  $(N_h / n_h) \cdot (n / N) = 1$ ):

$$\sigma_{\bar{X}_s}^2 = \frac{\bar{\sigma}^2}{n}$$

**b. sondaj stratificat proporțional nerepetat:**

$$\sigma_{\bar{X}_s}^2 = \sum_{h=1}^k \sigma_{0h}^2 \frac{N_h}{N} \cdot \frac{N_h}{n_h} \cdot \frac{n}{N} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{N_h - n_h}{N_h - 1} = \frac{1}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1} \sum_{h=1}^k \sigma_{0h}^2 \frac{N_h}{N}$$

deci (deoarece  $(N_h - n_h) / (N_h - 1) = (N - n) / (N - 1)$ ):

$$\sigma_{\bar{X}_s}^2 = \frac{\bar{\sigma}^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}$$

Principalii indicatori ai sondajului stratificat proporțional sunt următorii:

► **Eroarea standard a selecției:**

**a. în sondajul repetat:**

$$\sigma_{\bar{X}_s} = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n}}$$

**b. în sondajul nerepetat:**

$$\sigma_{\bar{X}_s} = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}} \approx \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

► **Eroarea limită admisă:**

**a. în sondajul repetat:**

$$\Delta x = z \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n}}$$

**b. în sondajul nerepetat:**

$$\Delta x = z \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}} \approx z \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

► **Intervalul de încredere:**

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm \Delta x \Rightarrow$$

$$\bar{x}_s - \Delta x \leq \bar{x}_0 \leq \bar{x}_s + \Delta x \text{ sau}$$

$$[\bar{x}_s - \Delta x; \bar{x}_s + \Delta x].$$

► **Volumul eșantionului:**

**a. în sondajul repetat:**

$$n = \frac{z^2 \cdot \bar{\sigma}^2}{\Delta x^2}$$

**b. în sondajul nerepetat:**

$$n = \frac{N \cdot z^2 \cdot \bar{\sigma}^2}{(N - 1) \cdot \Delta x^2 + z^2 \cdot \bar{\sigma}^2} \approx \frac{z^2 \cdot \bar{\sigma}^2}{\Delta x^2 + \frac{z^2 \cdot \bar{\sigma}^2}{N}}$$

### 8.3. Sondajul stratificat optim

Repartizarea proporțională a eșantionului pe straturi pornește de la ipoteza că straturile au aceeași omogenitate, aceasta fiind, însă, o condiție foarte rar îndeplinită în practică. Așadar, trebuie găsite alte modalități de alocare a eșantionului pe straturi. Se pot introduce diverse restricții pentru optimizarea alocării. În fiecare caz în parte se urmărește obținerea unei precizii optime, deci determinarea varianței minime a estimatorului mediei. Funcția utilizată pentru determinarea unei structuri optime a eșantionului este:

$$\min_{n_1 \dots n_k} \left[ \sum_{h=1}^k \frac{N_h^2}{N^2} (1-f) \frac{\sigma_h^2}{n_h} \right].$$

În raport cu restricția impusă se aplică un anumit program de optimizare. În cele ce urmează prezentăm două programe ce urmăresc alocarea optimă a eșantionului pe straturi.

**Cazul 1: Alocarea optimă.** Se minimizează funcția în raport cu structura eșantionului pe straturi, sub restricția că suma unităților repartizate pe straturi este egală cu volumul total al eșantionului:  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ . Se obține o alocare optimă a eșantionului pe straturi.

**Cazul 2: Alocarea economică.** Se minimizează funcția obiectiv, sub restricția costului ce poate fi suportat pentru organizarea cercetării prin sondajul stratificat. Restricția va fi  $C = \sum_{h=1}^k c_h n_h$ , unde  $c_h$  este costul unitar ocazionat de observarea unei unități statistice din stratul  $h$ . În această situație se obține o repartizare economică a eșantionului pe straturi.

Alocarea optimă a eșantionului pe straturi va fi definită de relația următoare:

$$n_h = \frac{N_h \sigma_h}{\sqrt{c_h}} \cdot \frac{C}{\sum_{i=1}^k N_i \sigma_i \sqrt{c_i}}.$$

În cazul în care costurile unitare pe fiecare strat sunt egale, se obține formula de calcul pentru alocarea optimă a eșantionului pe straturi, respectiv:

$$n_h = n \frac{N_h \sigma_h}{\sum_{h=1}^k N_h \sigma_h}.$$

Eficiența sondajului stratificat optim se poate cunoaște calculând  $\bar{\sigma}^2$ , în care  $n_h$  se înlocuiesc cu valorile date de formula de alocare optimă a eșantionului pe straturi, și se obține:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{N^2} \left[ \frac{\left( \sum_{i=1}^k N_i \sigma_i \right)^2}{n} - \sum_{h=1}^k N_h \sigma_h^2 \right].$$

Avantajul acestui tip de cercetare constă, în principal, în minimizarea dispersiei mediei de sondaj comparativ cu varianta sondajului proporțional. Pe baza acestui indicator se poate stabili și intervalul de încredere pentru nivelul mediu al caracteristicii studiate, la nivelul întregii populații.

### 8.4. Sondajul stratificat pentru variabila alternativă

Pentru variabila alternativă, media generală:

$$p = \frac{\sum_{h=1}^k p_h N_h}{N}$$

se estimează fără distorsiune prin:  $w = \frac{\sum_{h=1}^k w_h N_h}{N}$ ,

unde  $w_h$  sunt estimațiile nedepasate ale mediilor  $p_h$  ale fiecărui strat  $h$ .

Indicatorii sondajului se vor determina ținând cont de modul de calcul al mediei și dispersiei pentru acest tip de variabilă.

#### Eroarea medie de reprezentativitate

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\overline{\sigma}_p^2}{n}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

- pentru sondajul stratificat repetat

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\overline{\sigma}_p^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

- pentru sondajul stratificat nerepetat

#### Eroarea limită admisă

$$\pm \Delta w = z \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

- pentru sondajul stratificat repetat

$$\pm \Delta w = z \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

- pentru sondajul stratificat nerepetat

#### Intervalul de încredere

$$p = w \pm \Delta w \Rightarrow$$

$$w - \Delta w \leq p \leq w + \Delta w \text{ sau } [w - \Delta w; w + \Delta w]$$

#### Nivelul totalizat al variabilei X

$$\sum_{i=1}^N x_i \in N \cdot [w - \Delta w, w + \Delta w].$$

#### Volumul eșantionului

$$n = \frac{z^2 \overline{\sigma}_p^2}{\Delta x_{rep}^2}$$

- pentru sondajul stratificat repetat

$$n = \frac{z^2 \overline{\sigma}_p^2}{\Delta x_{nrep}^2 + \frac{t^2 \overline{\sigma}_p^2}{N}}$$

- pentru sondajul stratificat nerepetat

## 8.5. Aplicații

1. Pentru analiza nivelului mediu al veniturii lunare se culeg date pe un eșantion de 1.000 de persoane, reprezentând 10% din colectivitatea generală. Rezultatele vor fi garantate cu o precizie de 99,73% ( $z=3,0$ ) și vor fi calculate pentru varianta repetată și varianta nerepetată. Distribuția persoanelor în funcție de venitul lunar a fost (tabelul 5):

**Tabelul 5**

Nivelul veniturii	Număr de persoane – $n_h$	Venitul mediu lunar (lei)	Coeficientul de variație
- mic	200	373	3,7
- mijlociu	400	626	6,3
- mare	300	914	9,5
- foarte mare	100	1.285	3,2
<i>Total</i>	<i>1.000</i>	<i>*</i>	<i>*</i>

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_h^2 n_h}{\sum n_h} = 3091,156 \text{ lei} \quad \sigma_h^2 = C v_h^2 \cdot \bar{x}_h^2$$

$$\sigma_{\bar{x}_{s rep}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma}_s^2}{n}} = \sqrt{\frac{3091,156}{1000}} = 1,758168$$

$$\sigma_{\bar{x}_{s \text{ nrep}}} = \sqrt{\frac{\sigma_s^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{3091,156}{1000} \cdot \left(1 - \frac{1000}{10000}\right)} = 1,582352$$

$$\pm \Delta x_{\text{rep}} = 3 \cdot 1,758168 = 5,274505 \text{ lei}, \quad \pm \Delta x_{\text{nrep}} = 3 \cdot 1,582352 = 4,747055 \text{ lei.}$$

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm \Delta x$$

$$\bar{x}_s = \frac{\sum \bar{x}_h \cdot n_h}{\sum n_h} = 727,7 \text{ lei} \Rightarrow$$

$$\text{- sondaj repetat: } \bar{x}_0 = 727,7 \pm 5,274505 \Rightarrow \bar{x}_0 \in [722,42; 732,97]$$

$$\text{- sondaj nerepetat: } \bar{x}_0 = 727,7 \pm 4,747055 \Rightarrow \bar{x}_0 \in [722,95; 732,45]$$

Cei 10.000 de subiecți au un venit lunar cuprins între  $\bar{x}_0 \in [722,42; 732,97]$ , în varianta sondajului repetat, și  $\bar{x}_0 \in [722,95; 732,45]$ , în varianta nerepetată.

*Volumul eșantionului* dacă eroarea limită se reduce cu 20% și probabilitatea de 99,73%:

$$n_{\text{rep}} = \frac{3^2 \cdot 3091,156}{(5,274505 \cdot 0,8)^2} = 1562,5 \approx 1563 \text{ persoane}$$

$$n_{\text{nrep}} = \frac{3^2 \cdot 3091,156}{(4,747055 \cdot 0,8)^2 + \frac{3^2 \cdot 3091,156}{1000}} = 658,588 \approx 659 \text{ persoane}$$

## 9. SONDAJUL DE SERII

### 9.1. Introducere

În cazul în care populația este eterogenă și nu există posibilitatea structurării sale în clase omogene, colectivitatea generală fiind formată din unități complexe numite serii (cuiburi, pachete, echipe, familii, magazine etc.), vom folosi *selecția de serii*. Unitățile complexe sunt formate din unități simple care prezintă caracteristici ce le deosebesc una de alta, în raport cu unitățile componente ale grupelor tipice care se caracterizează prin omogenitate. În asemenea cazuri, sondajul poate fi organizat astfel încât să se extragă pentru studiu unități complexe, urmând să se cerceteze toate unitățile simple aferente unităților complexe extrase.

Comparativ cu sondajul stratificat, la baza construcției seriilor nu stă un criteriu structural de omogenizare. Din acest motiv, seriile ar trebui să preia, în principiu, caracteristicile de eterogenitate ale populației generale. Sursa eventuală de distorsiuni nu mai este percepută acum la nivelul unității statistice primare, ci la nivelul seriei. Problema reprezentativității se va pune în legătură cu seria însăși, ceea ce conduce la a defini eroarea medie de reprezentativitate exclusiv în funcție de componenta inter-serii a dispersiei.

Pentru evaluarea rezultatelor sondajului de serii se folosesc metodele descrise la sondajul aleator simplu, înlocuind numărul unităților simple din populație,  $N$ , și din eșantion,  $n$ , cu numărul seriilor:  $R$  și  $r$ . În locul dispersiei dintre valorile individuale  $\sigma^2$  se utilizează dispersia dintre serii,  $\delta^2$ , determinată analog cu dispersia dintre grupe. Se presupune că volumul seriilor este egal, ipoteză de calcul care poate fi extinsă și pentru seriile aproximativ egale. Dacă volumul seriilor este mult diferit, sunt necesare alte scheme de calcul, caz în care poate fi asimilat cu un sondaj stratificat.

Acest procedeu se recomandă atunci când dispersia dintre serii este mică, deoarece eroarea medie a sondajului de serii conține dispersia respectivă. O astfel de situație apare atunci când seria reproduce „în mic” întreaga colectivitate. O asemenea reprezentativitate se poate realiza dacă seriile se formează la întâmplare, caz în care, mediile de serie sunt egale  $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \dots = \bar{x}_r = \bar{x}$ , iar dispersia dintre serii va fi nulă, de unde rezultă că și eroarea medie de sondaj este nulă.

În realitatea economico-socială unitățile complexe nu se formează la întâmplare, ci în procesul dezvoltării sale. De aceea unitățile elementare din cadrul unei unități complexe sunt

asemănătoare între ele, și cu cât ele diferă de la o unitate complexă la alta, cu atât diferă și de ansamblul populației. În consecință, seria nu este reprezentativă față de populație. Un număr suficient de mare de serii, însă, poate forma un eșantion reprezentativ. Datorită avantajelor organizatorice pe care le prezintă, sondajul de serii - chiar cu carențele sale de reprezentativitate - se justifică în numeroase domenii ale statisticii, ca, de pildă, în statistica prețurilor pe piața țărănească, statistica bugetelor de familie etc.

## 9.2. Sondajul de serii pentru variabila obișnuită

Sondajul de serii în varianta repetată, deși posibil, este costisitor și redundant, motiv pentru care nu este întâlnit în practică. Ca atare, în continuare va fi prezentat doar sondajul de serii nerepetat. Vom presupune că unitățile populației ( $N$ ) sunt repartizate în  $R$  serii. Seria  $\rho$  ( $\rho=1,2,\dots,R$ ) conține  $N_\rho$  unități ale populației. Se extrage un eșantion de  $r$  serii. Fiecare serie  $g$  ( $g=1,2,\dots,r$ ) din eșantion este studiată complet (toate cele  $N_g$  unități componente).

Pentru calculul indicatorilor sondajului de serii se utilizează dispersia mediilor seriilor de la media generală ( $\delta^2$ ), astfel:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2}{r}$$

Se disting două situații posibile: serii de volume egale și serii de volume inegale.

### A. Serii de volume egale

Dacă se consideră constant numărul de unități al fiecărei serii, se poate scrie:

$$N_\rho = N_0, \quad \forall \rho = 1, 2, \dots, R.$$

Volumul populației și volumul eșantionului au expresiile:

$$N = \sum_{\rho=1}^R N_\rho = \sum_{\rho=1}^R N_0 = R \cdot N_0$$

$$n = \sum_{g=1}^r N_g = \sum_{g=1}^r N_0 = r \cdot N_0$$

și, prin urmare:

$$N_0 = \frac{N}{R} = \frac{n}{r}.$$

Notând mediile de serie cu  $\bar{x}_\rho$ ,  $\rho = 1, 2, \dots, R$ , media populației se poate obține astfel:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum_{\rho=1}^R \sum_{h=1}^{N_\rho} x_{\rho h}}{N} = \frac{\sum_{\rho=1}^R \bar{x}_\rho N_\rho}{N} = \frac{\sum_{\rho=1}^R \bar{x}_\rho}{R},$$

iar un estimator nedeplasat al său va fi definit prin:

$$\bar{x}_s = \frac{\sum_{g=1}^r \sum_{h=1}^{N_g} x_{gh}}{n} = \frac{\sum_{g=1}^r \bar{x}_g N_g}{n} = \frac{\sum_{g=1}^r \bar{x}_g}{r}.$$

Dispersia mediei de selecție pentru sondajul de serii de volume egale, fără revenire, se definește prin:

$$\sigma_{\bar{x}_s}^2 = \frac{\sum_{\rho=1}^R (\bar{x}_\rho - \bar{x}_0)^2}{R} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1} = \frac{\delta^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1}.$$

Dacă media generală  $\bar{x}_0$  nu este cunoscută, dispersia inter-serii:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{\rho=1}^R (\bar{x}_\rho - \bar{x}_0)^2}{R}$$

poate fi estimată fără distorsiune prin:

$$\delta_s^2 = \frac{\sum_{g=1}^r (\bar{x}_g - \bar{x}_s)^2}{r-1} \left( I - \frac{1}{R} \right),$$

ceea ce ne permite să aproximăm pe  $\sigma_{\bar{x}_s}^2$  prin:

$$\sigma_{\bar{x}_s}^2 = \frac{\delta_s^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1} = \frac{\sum_{g=1}^r (\bar{x}_g - \bar{x}_s)^2}{r-1} \cdot \frac{1}{r} \cdot \left( I - \frac{r}{R} \right).$$

### B. Serii de volume inegale

Notăm volumul mediu al unei serii cu:

$$\bar{N} = \frac{\sum_{\rho=1}^R N_{\rho}}{R} = \frac{N}{R}.$$

Numărul  $r$  de serii ce compun un eșantion de volum  $n$  se stabilește din condiția ca:

$$\bar{N} = \frac{\sum_{g=1}^r N_g}{r} = \frac{n}{r}.$$

Media populației are atunci expresia:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum_{\rho=1}^R \sum_{h=1}^{N_{\rho}} x_{\rho h}}{N} = \frac{\sum_{\rho=1}^R \bar{x}_{\rho} N_{\rho}}{N} = \frac{\sum_{\rho=1}^R \bar{x}_{\rho} \frac{N_{\rho}}{R}}{R},$$

iar un estimator nedeplasat al său este dat de relația:

$$\bar{x}_s = \frac{\sum_{g=1}^r \sum_{h=1}^{N_g} x_{gh}}{n} = \frac{\sum_{g=1}^r \bar{x}_g N_g}{n} = \frac{\sum_{g=1}^r \bar{x}_g \frac{N_g}{r}}{r}.$$

Dispersia mediei de selecție pentru sondajul de serii de volume inegale are expresia:

$$\sigma_{\bar{x}_s}^2 = \frac{\sum_{\rho=1}^R (\bar{x}_{\rho} - \bar{x}_0)^2 \frac{N_{\rho}}{R}}{R} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1} = \frac{\delta^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1}.$$

Când parametrul  $\bar{x}_0$  este necunoscut, vom înlocui dispersia inter-serii:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{\rho=1}^R (\bar{x}_{\rho} - \bar{x}_0)^2 \frac{N_{\rho}}{R}}{R} \text{ prin estimăția sa nedeplasată:}$$

$$\delta_s^2 = \frac{\sum_{g=1}^r (\bar{x}_g - \bar{x}_s)^2 \frac{N_g}{R}}{r-1} \left( I - \frac{1}{R} \right),$$

obținând astfel aproximarea *dispersiei mediei de selecție*:

$$\sigma_{\bar{x}_s}^2 = \frac{\delta_s^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1} = \frac{\sum_{g=1}^r (\bar{x}_g - \bar{x}_s)^2 \frac{N_g}{R}}{r-1} \cdot \frac{1}{r} \cdot \left( I - \frac{r}{R} \right).$$

Din formulele dispersiei mediei de selecție pentru sondajul de serii de volume egale, respectiv pentru serii de volume inegale, rezultă eroarea medie de reprezentativitate.

Indicatorii sondajului de serii sunt următorii:

- **eroarea medie de reprezentativitate:**

$$\sigma_{\bar{x}_s} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}_s}^2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1}};$$

- eroarea limită admisă:

$$\Delta x = z \cdot \sigma_{\bar{x}_s} = z \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1}}$$

- intervalul de încredere:

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_s \pm \Delta x \Rightarrow$$

$$\bar{x}_s - \Delta x \leq \bar{x}_0 \leq \bar{x}_s + \Delta x \text{ sau } [\bar{x}_s - \Delta x; \bar{x}_s + \Delta x];$$

- volumul eșantionului:

$$r = \frac{R \cdot z^2 \cdot \delta^2}{(R-1) \cdot \Delta x^2 + z^2 \cdot \delta^2}$$

### 9.3. Sondajul de serii pentru variabila alternativă

Dacă variabila studiată prin sondaj este alternativă, indicatorii sondajului se vor calcula cu ajutorul următoarelor relații:

- eroarea medie de reprezentativitate:

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1}}$$

- eroarea limită admisă:

$$\Delta w = z \cdot \sigma_w = z \cdot \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1}}$$

- intervalul de încredere:

$$p = w \pm \Delta w;$$

- volumul eșantionului:

$$r = \frac{R \cdot z^2 \cdot \delta_w^2}{(R-1) \cdot \Delta w^2 + z^2 \cdot \delta_w^2}$$

### 9.4. Aplicații

1. La nivelul unei întreprinderi se organizează un sondaj prin care se urmărește analiza cheltuielilor anuale cu securitatea muncii. În unitate lucrează 500 de muncitori împărțiți în echipe de câte 10 muncitori. În cadrul sondajului, sunt extrase la întâmplare și nerepetat 5 echipe, rezultatele pentru eșantion fiind (tabelul 5):

**Tabelul 5**

Numărul curent al echipei extrase	Cheltuieli medii anuale cu securitatea muncii (lei)
22	2.800
43	3.000
16	2.890
26	3.250
37	2.900

Să se determine intervalul în care se va încadra nivelul mediu anual al cheltuielilor cu securitatea muncii pentru cei 500 de muncitori, la o probabilitate de 99,31% ( $z=2,7$ ). Să se estimeze cheltuielile totale anuale cu securitatea muncii pentru cei 500 de muncitori.

$$R = \frac{500}{10} = 50 \text{ echipe}; r = 5 \text{ echipe (10\%)}$$

$$\bar{x}_s = \frac{\sum \bar{x}_i}{r} = \frac{2410 + 3600 + \dots + 2900}{5} = 2968 \text{ lei}$$



$$\delta_s^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_s)^2}{r-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{R}\right) = \frac{119480}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{50}\right) = 29.272,6 \text{ lei}$$

$$\sigma_{\bar{x}_s} = \sqrt{\frac{\delta_s^2}{r} \cdot \frac{R-r}{R-1}} = \sqrt{\frac{29.272,6}{5} \cdot \frac{50-5}{50-1}} = 73,325$$

$$\pm \Delta x = z \cdot \sigma_{\bar{x}_s} = 2,7 \cdot 73,325 = 197,978 \text{ lei}$$

$$\bar{x}_s - \Delta x \leq \bar{x}_0 \leq \bar{x}_s + \Delta x$$

$$2968 - 197,978 \leq \bar{x}_0 \leq 2968 + 197,978 \Rightarrow$$

$$2770,022 \leq \bar{x}_0 \leq 3165,978$$

Cheltuiala medie cu securitatea muncii se va încadra în intervalul [2770,022;3165,978] lei.

Cheltuielile totale anuale cu securitatea muncii la nivelul firmei:

$$C = N \cdot [\bar{x}_s \pm \Delta x]$$

$$500 \times 2770,022 \leq C \leq 500 \times 3165,978 \text{ lei} \Rightarrow$$

$$2077516,26 \leq C \leq 2374483,74 \text{ lei}$$

Care va fi volumul eșantionului ce va trebui extras pentru un nou sondaj, dacă probabilitatea cu care garantăm rezultatele va fi 99,49% ( $z=2,8$ ), iar eroarea să nu fie mai mare de  $\pm 150$  lei?

$$r = \frac{R \cdot z^2 \cdot \delta_s^2}{(R-1) \cdot \Delta x^2 + z^2 \cdot \delta_s^2} = \frac{50 \cdot (2,8)^2 \cdot 29.272,6}{(50-1) \cdot 150^2 + (2,8)^2 \cdot 29.272,6} = 8,6148 \approx 9 \text{ echipe.}$$

Dacă îmbunătățim calitatea sondajului (probabilitatea crește, iar eroarea se reduce), trebuie cercetate 9 echipe din cele 50 (18%) în loc de 5 (10%).

## BIBLIOGRAFIE

1. Andrei T., *Statistică și econometrie*, Ed. Economică, București, 2003
2. Biji M., Biji E.M., Lilea E., Anghelache C., *Tratat de statistică*, Ed. Economică, București, 2002
3. Chelcea Septimiu, *Metodologia cercetării sociologice. Metode cantitative și calitative*, Ed. Economică, București, 2001
4. Deming W.E., *Some theory of sampling*. Dower Publications, Inc., New York, 1990
5. Dumitrescu M., *Sondaje statistice și aplicații*, București, Ed. Tehnică, 2000
6. Georgescu, V., *Tehnica sondajului statistic*, Ed. Universitaria, Craiova, 2004
7. Gourieroux C., *Théorie des sondages*. Economica, Paris, 1981
8. Grosbras J.-M., *Méthodes statistiques des sondages*. Economica, Paris, 1987
9. Isaic-Maniu Al., *Tehnica sondajelor și anchetelor*, Ed. Independența economică 2001
10. Murărița I., *Sondaje și Anchete Statistice*, Note de curs, 2010
11. Novak A., *Elemente de tehnica sondajului*, București, Ed. Sylvi, 2000
12. Porojan Dumitru, Ciocănel Bogdan, *Bazele Sondajului*, Ed. Irecson, București, 2007
13. Porojan Dumitru, *Statistica și teoria sondajului*, București, Casa de Ed. Șansa 1993
14. Radu C., Ionașcu C., Murărița I., *STATISTICĂ TEORETICĂ*, Ediția a II-a, Editura Universitaria, Craiova, 2009
15. Rotariu T. (coord.), *Metode statistice aplicate în științele sociale*, Ed. Polirom, 1999
16. Rotariu, T., Iluț, P., *Ancheta sociologică și sondajul de opinie*, Ed. Polirom, Iași, 1999
17. Saporta G., *Enquetes et Sondages*, <http://cedric.cnam.fr/~saporta>
18. Scheaffer R., *Sampling method and Practice*, University of Florida, NCSSM Statistics Leadership Institute 1999

# DEMOGRAFIE

## 1. ANALIZA STATISTICĂ A EFECTIVULUI ȘI STRUCTURII POPULAȚIEI. CARACTERISTICILE PROCESULUI DE ÎMBĂTRÂNIRE DEMOGRAFICĂ A POPULAȚIEI

### 1.1. Efectivul populației

Efectivul populației este un indicator de maximă generalitate care desemnează totalitatea persoanelor în viață la un moment dat, ce locuiesc pe un teritoriu bine delimitat. În funcție de definiția adoptată la recensământ, poate fi exprimat prin *efectivul populației stabile* sau *efectivul populației prezente*. Importanța acestui indicator derivă din faptul că orice fenomen demografic trebuie corelat cu dimensiunea colectivității în cadrul căreia se manifestă; toate țările, chiar și cele cu un sistem informațional demografic mai rudimentar, stabilesc sau estimează acest indicator.

Din punct de vedere *teritorial*, distingem populația unei localități, a unui județ, a unei regiuni, a unei țări, a unui continent sau populația mondială.

În funcție de modalitatea de obținere a informațiilor și de modul de calcul, se deosebesc:

- **Efectivul înregistrat al populației** - categorie de bază, obținută numai cu ocazia unui recensământ al populației;
- **Efectivul calculat al populației** – care poate fi: *estimat, prognozat sau mediu*.

**Efectivul estimat al populației** are la bază datele unui recensământ și ale statisticii mișcării naturale și a celei migratorii; permite aflarea efectivului populației la diferite momente de timp ale unei perioade intercenzitare. Țările cu un sistem informațional demografic modern determină acest indicator la 1 ianuarie și 1 iulie în fiecare an. În funcție de poziția momentului estimării față de momentul de referință al recensământului, acest indicator poate fi calculat:

$$P_{t-1} \leftarrow P_R \rightarrow P_{t+1}$$

- la momente care preced recensământul:

$$P_{t-1} = P_R - (N - M)_{(t-1) \rightarrow R} - (I - E)_{(t-1) \rightarrow R}$$

- la momente care urmează unui recensământ:

$$P_{t+1} = P_R + (N - M)_{R \rightarrow (t+1)} + (I - E)_{R \rightarrow (t+1)}$$

Unde:

- $P_R$  = efectivul populației înregistrate la recensământ;
- $(t - 1)$  = momentul anterior recensământului;
- $(t + 1)$  = momentul următor recensământului;
- $N$  = numărul născuților-vii între momentul critic al recensământului și cel al estimării;
- $M$  = numărul decedaților între momentul critic al recensământului și cel al estimării;
- $\Delta_n = (N - M)$  = sporul natural al populației;
- $I$  = numărul imigranților între momentul critic al recensământului și cel al estimării;
- $E$  = numărul emigranților între momentul critic al recensământului și cel al estimării;
- $\Delta_m = (I - E)$  = sporul migratoriu al populației.

**Efectivul prognozat al populației** reprezintă determinarea unui efectiv probabil al populației pentru o perioadă ulterioară recensământului; se poate determina pe termen scurt, mediu sau lung, iar calculul are la bază efectivul și structura inițiale ale populației și tendințele evolutive ale diferitelor fenomene demografice pentru anumite orizonturi de prognoză.

**Efectivul mediu al populației** este o noțiune abstractă, un efectiv calculat dar care nu se regăsește într-o situație concretă a unei colectivități. Se determină anual sau pe subperioade anuale (lunar, trimestrial, semestrial).

În practica statistică a țărilor dezvoltate, efectivul mediu anual al populației este considerat efectivul calculat la 1 iulie al fiecărui an.

## 1.2. Densitatea populației

Deoarece fiecare populație trăiește pe un anumit teritoriu, ele trebuie analizate sub aspectul repartiției teritoriale, spațiale, geografice. Delimitat în cadrul fiecărei țări, pe baza unei legislații proprii, *teritoriul* este o variabilă complexă care înglobează un ansamblu de factori geografici, istorici, demografici, economici și sociali.

În țara noastră, teritoriul este statistic împărțit în patru macroregiuni de dezvoltare și 8 regiuni de dezvoltare; din punct de vedere administrativ, teritoriul național este împărțit în 42 de județe, 320 de municipii și orașe, 2860 de comune și 12956 de sate (conform organizării administrative a teritoriului existentă la 1 iulie 2009).

Densitatea populației, ca indicator general, reprezintă gradul sau intensitatea de populare a unui anumit teritoriu; pentru ca viața socială și economică într-un anumit teritoriu să se desfășoare normal, efectivul și densitatea populației trebuie să atingă praguri minime.

Densitatea populației poate fi exprimată prin intermediul mai multor indicatori:

- **densitatea generală ( $d_g$ )** – reprezintă numărul locuitorilor ce revin, în medie, la o unitate de suprafață; se calculează ca raport între efectivul populației unui teritoriu (**P**) și suprafața

$$\text{acestuia (S): } d_g = \frac{P}{S}$$

În România, în anul 2009, densitatea populației era de 90,06 locuitori/kmp; județul cel mai dens populat este Prahova iar județul cel mai slab populat este Tulcea; densitatea populației este mai mare în mediul urban decât în cel rural.

- **coeficientul de arealitate ( $a$ )** – reprezintă mărimea medie a suprafeței ce revine unui locuitor și se calculează ca raport între suprafața unui teritoriu și populația aferentă acestuia:

$$a = \frac{1}{d_g} = \frac{S}{P}$$

- **distanța medie între două persoane ( $d$ )** – presupune o repartiție uniformă a populației în teritoriu, fiecare persoană fiind plasată în centrul unui pătrat cu latura egală cu coeficientul de arealitate:  $d = 1.2\sqrt{a}$

## 1.3. Structura populației

Toate fenomenele demografice sunt influențate de structura colectivității umane; considerată factor extern, influența elementelor structurale trebuie cuantificată pentru a putea fi separată de acțiunea factorilor interni care determină variația fiecărui fenomen demografic.

În funcție de natura caracteristicilor luate în considerare, structura populației cuprinde:

- structura demografică
- structura socio-economică
- structura socio-culturală și teritorială

**Structura demografică** cuprinde analiza subcolectivităților umane create pe baza principalelor **caracteristici demografice**:

- sexul
- vârsta
- starea civilă

### 1.3.1. Structura populației pe sexe

Structura populației pe sexe este o structură fundamentală a populației, deoarece influențează toate fenomenele demografice, dar și principalele procese social-economice.

Caracteristica demografică **sexul** este calitativă și alternativă, deoarece împarte o populație umană în două subcolectivități: populația de sex masculin și populația de sex feminin.

Principalii indicatori folosiți în analiza statistică sunt:

- **mărimi relative de structură** ale subpopulațiilor în totalul populației:

- ponderea populației de sex masculin:  $K_m = \frac{\bar{P}_m}{\bar{P}} \cdot 100$

- ponderea populației de sex feminin:  $K_f = \frac{\bar{P}_f}{\bar{P}} \cdot 100$

- disproporția dintre sexe:  $K_{f-m} = \frac{\bar{P}_f - \bar{P}_m}{\bar{P}}$

- **mărimi relative de intensitate** - calculate ca raport procentual între cele două subpopulații:

- raportul de masculinitate:  $r_m = \frac{\bar{P}_m}{\bar{P}_f} \cdot 100$

- raportul de feminitate:  $r_f = \frac{\bar{P}_f}{\bar{P}_m} \cdot 100$

Unde:  $\bar{P}$  = efectivul mediu al populației

$\bar{P}_m$  = efectivul mediu al populației de sex masculin

$\bar{P}_f$  = efectivul mediu al populației de sex feminin.

În general, s-a constatat ca o *legitate în demografie* ponderea mai ridicată a populației de sex feminin în totalul populației, acest dezechilibru derivând din specificul fenomenelor de natalitate și mortalitate și putând fi accentuat sub influența mișcării migratorii a populației:

- s-a constatat că 51% dintre născuții-vii sunt de sex masculin și 49% sunt de sex feminin (supranatalitatea masculină -  $r_m = 105-106$  băieți/100 fete);
- sub impactul supramortalității masculine, prezentă în cadrul tuturor grupelor de vârstă, structura pe sexe evoluează astfel:
  - până în jurul vârstei de 20 de ani – structura este favorabilă sexului masculin
  - ponderea celor două sexe se echilibrează în aria vârstelor medii (20-40 ani)
  - după vârsta de 40 de ani – structura devine favorabilă sexului feminin
  - la vârste înaintate, de peste 70 de ani – proporția normală este de două femei la un bărbat sau chiar trei femei la un bărbat.
- se consideră ca structură pe sexe normală a unei populații – 51% populație de sex feminin și 49% populație de sex masculin.

Principalul factor extern de influență a structurii pe sexe a populației este mișcarea migratorie, care poate accentua dezechilibrele structurale, în funcție și de aspectele specifice ale ocupațiilor pe cele două sexe:

- în zonele (localitățile) în care sunt mai dezvoltate industriile extractivă, metalurgică, siderurgică, ponderea populației masculine este mai mare;
- în zonele unde predomină industria ușoară, populația feminină este majoritară.

### 1.3.2. Structura populației pe vârste

Este tot o structură fundamentală a populației, deoarece influențează direct aproape toate procesele economice, sociale, culturale și teritoriale. Sursa informațiilor: recensământul populației și evidența curentă a mișcării naturale și migratorii a populației.

La recensământ, această caracteristică se poate obține în două moduri, solicitând *data nașterii* sau *vârsta în ani împliniți*. A doua modalitate, mai economică, prezintă dezavantajul favorizării apariției *fenomenului de acumulare a vârstelor*, care constă în supradimensionarea efectivelor de populație pentru vârstele terminate în *zero* sau *cinci* (care devin vârful de

acumulare), în detrimentul vârstelor alăturate (anterioare sau ulterioare) vârfului de acumulare, pe segmente care nu depășesc două nivele.

Cauza fenomenului o reprezintă gradul scăzut de responsabilitate a multor persoane pentru corectitudinea informațiilor furnizate, existând așa-numita *atracție a vârstelor rotunde* (terminate în 0 sau 5) și tentația subdimensionării vârstei pentru sexul feminin la grupele de vârstă adulte și a supradimensionării vârstei pentru persoanele vârstnice de ambele sexe.

Existența fenomenului poate fi constatată prin:

- reprezentarea grafică a datelor brute privind repartiția populației pe vârste (histograma prin batoane);
- determinarea coeficientului de acumulare a vârstelor ( $k_a$ ), care măsoară intensitatea fenomenului, prin raportarea efectivelor populației înregistrate, corespunzătoare vârstelor terminate în 0 sau 5, la efectivul total al populației recensate, micșorat de cinci ori, pentru a asigura comparabilitatea:

$$k_a = \frac{\sum_{x=0}^{19} P_{5x}}{\frac{1}{5} \sum_{x=0}^{100} P_x}$$

Dacă  $k_a \geq 1,05 \Rightarrow$  seria este afectată de acest fenomen. În practică, fenomenul fiind puțin intens la grupele tinere de vârstă (sub 20 de ani) iar prezența lui la vârstele foarte înaintate ne reprezentând implicații economice majore, se recomandă calculul indicatorului pentru vârstele cuprinse între 23 și 62 de ani:

$$k_a = \frac{\sum_{x=5}^{12} P_{5x}}{\frac{1}{5} \sum_{x=23}^{62} P_x}$$

Principalele metode de eliminare a fenomenului de acumulare a vârstelor sunt: metoda ajustării grafice, metoda mediilor mobile și metoda parabolilor mobile.

Pentru analiza structurii populației pe vârste, statistica urmărește curent:

- efectivele populației pe vârste, pe fiecare nivel de la 0 la 100 de ani (vârsta limită  $\omega = 100$  ani); efectivele peste 100 de ani sunt cumulate la ultimul nivel (100 de ani și peste); la noi în țară, datorită speranței de viață la naștere mult mai scăzute decât în țările civilizate, ultima grupă de vârstă este 85 de ani și peste;
- efectivele populației cumulate pe grupe cincinale: 0-4 ani, 5-9 ani, 10-14 ani...85 de ani și peste;
- *grupe de vârstă funcționale*, subordonate unor aspecte demografice, socio-economice sau socio-culturale.

Exemple ale unor astfel de grupe funcționale:

- pentru aspecte privind școlarizarea, se urmăresc grupele funcționale pe cicluri de învățământ, conform legislației din țara respectivă:
  - 0 – 2 ani
  - 3 – 6 ani – învățământul preșcolar
  - 7 – 14 ani - învățământul gimnazial
  - 15 – 18 ani – învățământul liceal
  - 19 – 24 ani – învățământul superior
- pentru studiul reproducerii populației, se folosesc grupele funcționale ale contingentului fertil: 15 – 49 ani pentru sexul feminin și 18 – 54 ani pentru sexul masculin (mai rar);
- pentru aspectele legate de activitatea profesională, se folosesc grupele funcționale ale vieții active: 16 – 57 ani pentru sexul feminin și 16 – 62 ani pentru sexul masculin (aceste grupe se modifică și ele în funcție de legislația muncii);
- pentru studiul procesului de îmbătrânire demografică, se folosesc grupele demoeconomice:

- populația tânără: 0 – 14 ani;
- populația adultă: 15 – 64 ani;
- populația vârstnică: peste 65 de ani.

Principali **indicatori** folosiți în analiza structurii populației pe vârste sunt:

- ponderile fiecărei grupe (sau nivel individual) de vârstă în totalul populației;
- indicatorii tendinței centrale:

- *vârsta medie:*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{x=0}^{100} (x + 0,5) \cdot P_x}{\sum_{x=0}^{100} P_x} \quad \text{- pentru distribuția pe ani de vârstă}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{x=0}^{20} (x + 2,5) \cdot {}_5P_x}{\sum_{x=0}^{20} {}_5P_x} \quad \text{- pentru distribuția pe intervale cincinale de vârstă;}$$

- *vârsta mediană:*

$$M_e = L_i + \left( \frac{\sum_0^{\omega} P_x + 1}{2} - S_n \right) \cdot \frac{k}{f_{M_e}}$$

- *vârsta modală (dominantă):*

$$D_o = L_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot k$$

- reprezentarea grafică cu ajutorul *piramidei vârstelor*, construcție specială alcătuită din două histogramme prin dreptunghiuri răsturnate, care prezintă efectivele populației de sex masculin și feminin pentru fiecare nivel sau grupă de vârstă; *avantajele graficului:*
  - surprinde concomitent structura pe vârste și sexe;
  - redă sugestiv structura populației la un anumit moment (de exemplu: populația României la 18 martie 2002 sau la 1 iulie 2009);
  - poate fi folosit pentru analize comparative în timp sau spațiu – prin suprapunerera mai multor piramide;
  - este foarte util în studiul procesului de îmbătrânire demografică a populației;
  - este folosit și pentru analiza bidimensională a populațiilor economice sau sociale (de exemplu: studiul forței de muncă după sex și vechime).

### 1.3.3. *Procesul de îmbătrânire demografică a populației și consecințele sale social-economice*

*Procesul de îmbătrânire demografică a populației* este un proces legic în demografie, constând în tendința modificării în timp a structurii populației pe vârste, în favoarea vârstelor înaintate. Practic, analizând structura pe vârste într-o colectivitate umană afectată de acest proces, se constată:

- creșterea ponderii populației vârstnice (de peste 65 de ani);
- scăderea ponderii populației tinere (sub 15 ani);
- menținerea relativ constantă a ponderii populației adulte (15-64 ani).

Fenomen **reversibil**, caracteristic perioadei moderne de evoluție a umanității (țărilor dezvoltate), este diferit de *fenomenul de îmbătrânire individuală*, numit și *senescență*, care este un fenomen biologic ireversibil, de uzură progresivă a organismului, de la naștere până la moarte; este de asemenea diferit de fenomenul de creștere a *duratei medii de viață*, numit și *longevitate* sau *speranță matematică de viață*, rezultat al progreselor științelor medicale, al educației și al

îmbunătățirii condițiilor de viață; el este *opus fenomenului de întinerire demografică a populației*, reprezentat de creșterea ponderii populației tinere pe seama scăderii ponderii populației celorlalte două grupe demoeconomice.

**Mecanismul intern** al procesului de îmbătrânire demografică rezultă din evoluția în timp a principalelor fenomene demografice: natalitate, mortalitate, migrație. Pentru **caracterizarea** procesului de îmbătrânire demografică se folosesc următoarele instrumente statistice:

➤ *Ponderile celor trei grupe funcționale demoeconomice:*

$$g_t = \frac{\sum_{x=0}^{14} P_x}{\sum_{x=0}^{100} P_x} \cdot 100 \Rightarrow \text{populație tânără}$$

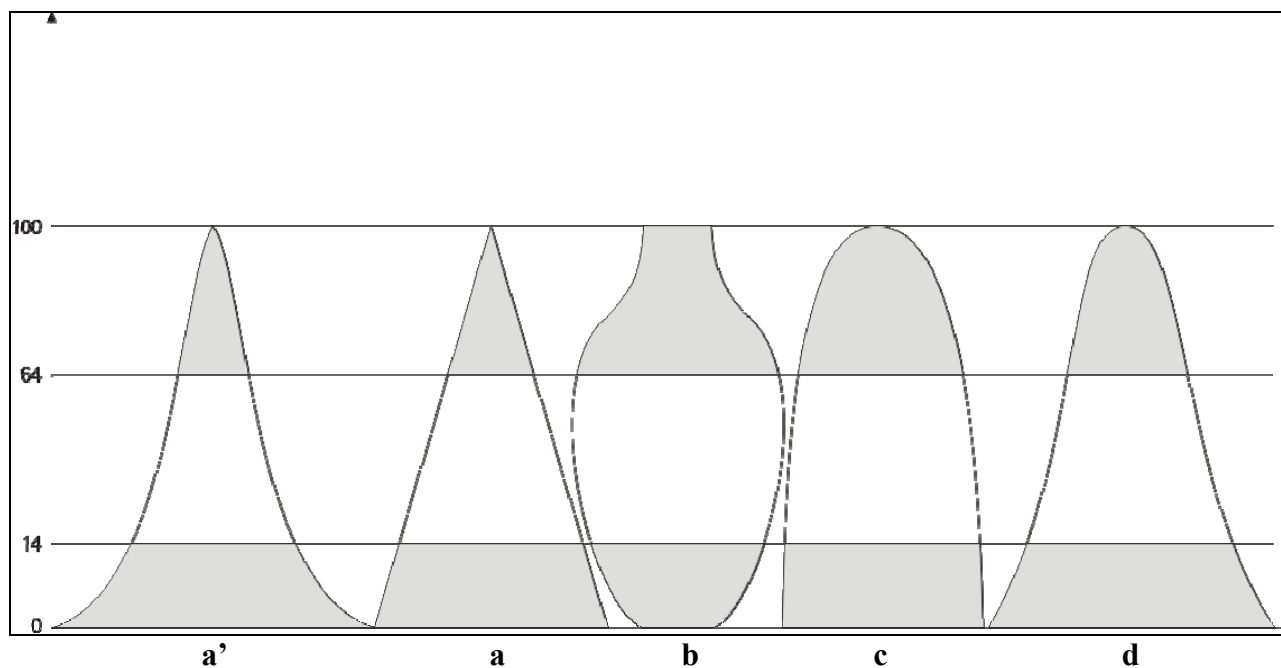
$$g_a = \frac{\sum_{x=15}^{64} P_x}{\sum_{x=0}^{100} P_x} \cdot 100 \Rightarrow \text{populație adultă}$$

$$g_v = \frac{\sum_{x=65}^{100} P_x}{\sum_{x=0}^{100} P_x} \cdot 100 \Rightarrow \text{populație vârstnică}$$

Mărimea acestor indicatori evidențiază *instalarea (existența) și intensitatea* procesului de îmbătrânire demografică:

- $g_v < 7\% \Rightarrow$  populație tânără din punct de vedere demografic;
- $g_v \in [7\%;12\%] \Rightarrow$  populație în curs de îmbătrânire (instalarea procesului de îmbătrânire demografică);
- $g_v > 12\% \Rightarrow$  populație îmbătrânită demografic

➤ *Piramida vârstelor* – formele abstractizate ale acestora (figura 1.1) sunt reprezentative pentru diferitele stadii ale procesului de îmbătrânire demografică:



**Figura 1.1. Piramida vârstelor**

**a)** – caracterizează o populație *tânără* din punct de vedere demografic:

- baza largă a piramidei semnifică o natalitate ridicată;
- forma accentuată de triunghi semnifică scăderea progresivă a efectivelor generațiilor succesive de la 0 la 100 de ani;
- vârful ascuțit al piramidei semnifică nivelul ridicat al mortalității și ponderea redusă a populației vârstnice;

*Notă:* Până în secolul 20, în țările slab dezvoltate (fostele colonii), forma piramidei era cea din figura a', semnificând o natalitate în regim natural (40-48%) și o mortalitate foarte mare la toate grupele de vârstă (de la începutul vieții) – unghiul foarte ascuțit de reducere al efectivelor (exemplu: populația Africii în anul 1992).

- b) - caracterizează o populație *în curs de îmbătrânire*:
- îngustarea bazei piramidei semnifică o scădere a natalității
  - suprafața mai mare a vârfului piramidei semnifică scăderea mortalității la toate grupele de vârstă (exemplu: populația Europei).
- c) – caracterizează o populație *îmbătrânită* din punct de vedere demografic:
- forma piramidei sugerează stabilitate în reproducerea populației, cu generații apropiate ca efective;
  - panta de reducere a efectivelor este lină, cu înclinație redusă mai ales la vârstele tinere și adulte, semnificând o mortalitate redusă la aceste vârste;
  - panta de reducere a efectivelor este mai accentuată la vârstele înaintate, datorită epuizării resurselor biologice la aceste vârste (exemplu: țări dezvoltate în care procesul de îmbătrânire s-a încheiat – Suedia).
- d) – caracterizează o populație *în curs de întinerire*, baza largă a piramidei semnificând o creștere a natalității.

Ținând cont de formele piramidelor vârstelor în evoluția acestui proces demografic, se poate observa că îmbătrânirea se poate realiza prin:

- *baza piramidei* – îngustarea bazei este specifică populațiilor în cadrul cărora tendința de scădere a natalității este mai accentuată decât tendința de scădere a mortalității;
- *vârful piramidei* – lățirea vârfului este specifică populațiilor în cadrul cărora tendința de scădere a mortalității este prezentă la toate grupele de vârstă (creșterea ponderii populației vârstnice); în realitate, procesul de îmbătrânire demografică se realizează prin ambele modalități;
- *migrație* – are intensități diferite pe vârste și sexe (mai accentuată la tineri și adulți și la sexul masculin); are ca *efecte directe* îmbătrânirea demografică și feminizarea în zonele de plecare (exemplu: mediul rural) și întinerirea și masculinizarea zonelor de sosire (exemplu: mediul urban) iar ca *efect indirect*, scăderea natalității în zonele de plecare.

Analiza procesului de îmbătrânire demografică se detaliază pe subcolectivități: pe medii (urban-rural), în profil teritorial.

➤ *Alți indicatori ce caracterizează procesul de îmbătrânire demografică:*

- *vârsta mediană a populației*
- *raportul dintre bătrâni și tineri (indicele de îmbătrânire):*

$$k_{v/t} = \frac{\sum_{x=65}^{100} P_x}{\sum_{x=0}^{14} P_x} \cdot 100(1000)$$

Dacă:  $k_{v/t} < 20\% \Rightarrow$  populația este tânără

$20\% \leq k_{v/t} \leq 40\% \Rightarrow$  populația este în curs de îmbătrânire

$k_{v/t} > 40\% \Rightarrow$  populația este îmbătrânită

- *raportul de dependență de vârstă* (pentru caracterizarea potențialului de activitate al unei populații):

$$k_d = \frac{\sum_{x=0}^{14} P_x + \sum_{x=65}^{100} P_x}{\sum_{x=15}^{64} P_x} 1000$$

**Consecințele procesului de îmbătrânire demografică se manifestă pe mai multe planuri:**



- *Consecințele demografice* sunt, în general, negative; fiind un proces legic, mai devreme sau mai târziu, toate populațiile îl vor parcurge; după instalarea procesului de îmbătrânire demografică, structura populației pe vârste se schimbă, influențând ambele fenomene demografice principale:
  - creșterea ponderii populației vârstnice conduce la creșterea mortalității generale;
  - scăderea ponderii populației tinere conduce la scăderea intensității reproducerii populației (autoîntreținere a tendinței de scădere a natalității);
  - relativa scădere în timp a contingentului fertil feminin (15-49 ani) conduce la scăderea natalității și fertilității și, implicit, la scăderea în mărime absolută a colectivității umane (ritmuri negative ale evoluției populației).

*Observație* – deși scăderea natalității este un *proces obiectiv*, fiind direct influențată de creșterea gradului de civilizație și a nivelului de instruire a populației, ea prezintă și aspecte de ordin *subiectiv*: planificare familială, tradiții, concepții religioase; de aceea, intervenția factorilor sociali (a statului) pentru încetinirea procesului de îmbătrânire demografică prin stimularea natalității poate fi acceptată.

- *Consecințe social-economice*. Datorită creșterii ponderii populației vârstnice și a scăderii ponderii populației tinere (persoane inactice economic) *presiunea economică* asupra populației adulte (populație activă economic) s-ar putea menține sau chiar diminua; cu toate acestea, în ultima fază a procesului de îmbătrânire demografică există tendința de stabilizare a natalității și deci a ponderii populației tinere care, menținându-se constantă o perioadă îndelungată de timp, alături de o pondere tot mai însemnată a populației vârstnice, exercită presiuni tot mai mari asupra populației active (presiuni insuportabile pentru țările slab dezvoltate). De aceea este necesară intervenția statului pentru asigurarea:
  - *protecției sociale* – fonduri sporite de pensii, ajutor social (nu există probleme în țările în care sistemul de asigurări este capitalizat; în țările cu sistem compensatoriu de asigurare a fondului de pensii, sarcina generațiilor active devine inechitabilă);
  - *restructurării activității social-economice și culturale*:
    - *modificări în volumul și structura sferei serviciilor*, deoarece necesitățile de ordin fiziologic, medical, cultural, depind de vârstă;
    - *măsuri speciale de asistență sanitară*;
    - *dezvoltarea sectorului cuaternar* – activitățile pentru ocuparea timpului liber (în țările dezvoltate).

#### 1.3.4. Structura populației după starea civilă

*Starea civilă legală (starea matrimonială)* reprezintă situația unei persoane în raport cu evenimentul demografic **căsătorie**. Această structură este importantă din punct de vedere demografic și socio-economic deoarece influențează fenomenul de reproducere a populației: cea mai mare parte a născuților-vii se regăsesc în cadrul cuplurilor căsătorite; o pondere mare a populației căsătorite (în special în intervalul de vârstă fertilă) este un factor exogen de creștere a natalității.

Principalii *indicatori* de analiză a acestei structuri demografice sunt mărimile relative de structură corespunzătoare celor patru variante ale caracteristicii *stare civilă*: *necăsătorit, căsătorit, divorțat, văduv (pe sexe)*:

- *ponderea persoanelor necăsătorite (celibatare)*:

$$k_{nc}^m = \frac{P_{nc}^m}{P^m} \cdot 100 \quad k_{nc}^f = \frac{P_{nc}^f}{P^f} \cdot 100$$

- *ponderea persoanelor căsătorite*:

$$k_c^m = \frac{P_c^m}{P^m} \cdot 100 \quad k_c^f = \frac{P_c^f}{P^f} \cdot 100$$

- *ponderea persoanelor divorțate*:

$$k_d^m = \frac{P_d^m}{P^m} \cdot 100 \quad k_d^f = \frac{P_d^f}{P^f} \cdot 100$$

- *ponderea persoanelor văduve:*

$$k_v^m = \frac{P_v^m}{P^m} \cdot 100 \quad k_v^f = \frac{P_v^f}{P^f} \cdot 100$$

Sursele de date sunt recensămintele populației și evidența curentă a mișcării naturale și migratorii a populației. Analiza poate fi statică sau dinamică, pe total populație sau detaliată pe sexe, vârste, medii, unități teritoriale, naționalitate etc.

Pentru analiza multidimensională, după starea civilă, sex și vârstă, prezintă importanță deosebită două subcolectivități care formează *populația nupțiabilă* (supusă riscului căsătoriei) – trei sferturi din această categorie de populație este căsătorită:

- 18 – 50 ani – masculin
- 16 – 50 ani – feminin

O importanță deosebită prezintă și structura *contingentului fertil* (15 – 49 ani – feminin și 18 – 54 ani – masculin) după starea civilă.

Analiza structurii populației după starea civilă, sex și vârstă (peste 15 ani) beneficiază de aportul metodologic al graficului piramida vârstelor.

*Starea civilă de fapt* sau *uniunea consensuală* este un tip de aranjament marital neconvențional; această caracteristică a fost înregistrată în România pentru prima dată la recensământul din anul 2002, când s-au declarat 828122 persoane în uniune consensuală, 361668 în mediul urban și 466454 în mediul rural – ponderile fiind favorabile sexului masculin; dubla structură, după starea civilă legală și cea de fapt, a evidențiat faptul că din totalul persoanelor care au declarat că trăiesc în uniune consensuală:

- 73,6% erau necăsătorite (51,3% - masculin și 48,7% - feminin)
- 17,9% erau divorțate (50,5% - masculin și 49,5% - feminin)
- 7,1% erau văduve (38,4% - masculin și 61,6% - feminin)
- 1,4% erau căsătorite (37,5% - masculin și 62,5% - feminin)

## 2. METODE DE ANALIZĂ A FENOMENELOR DEMOGRAFICE

### 2.1. Reprezentarea grafică a informațiilor demografice

Îndeplinirea scopurilor pe care și le propune demografia presupune cercetarea fenomenelor în următoarele etape:

- *observarea* evenimentelor demografice și prezentarea lor într-o formă adecvată care să evidențieze caracteristicile de masă ale acestora;
- *prelucrarea* (analiza) informațiilor culese în scopul determinării indicatorilor demografici generalizatori;
- *cercetarea* cauzalității, a tendințelor în evoluția fenomenelor demografice, a influențelor social-economice.

Calitatea analizei demografice este determinată de îndeplinirea a *două condiții*:

- caracterul complet al informațiilor despre un anumit fenomen demografic, condiție asigurată prin legiferarea obligativității înregistrării fiecărui eveniment demografic;
- delimitarea cu precizie a colectivității ce face obiectul analizei cât și a momentului sau intervalului de timp la care se referă analiza; această condiție beneficiază de aportul unor instrumente specifice demografiei (exemplu: diagrama Lexis).

În analiza demografică **timpul** este o *variabilă fundamentală*, care are două accepțiuni principale:

- *timp calendaristic* – cuprins între două momente succesive;
- *timp măsurat de la apariția unui eveniment anterior*, considerat *eveniment-origine*.

Dacă se consideră o *axă a timpului sub forma unei drepte*:

- fiecărui *punct* al ei îi corespunde un *moment de timp*
  - fiecărui *segment* îi corespunde un *interval de timp* (perioadă, durată).
- Reprezentarea unui eveniment în timp se poate face în două moduri:
- *ca timp cronologic sau calendaristic* – fiecare punct-eveniment corespunde unei date calendaristice precise; având în vedere modul de culegere a datelor statistico-demografice, segmentul de bază pe axa timpului cronologic (abscisă) este, în general, anul calendaristic;
  - *ca timp derulat de la un eveniment dat (eveniment-origine)* – pe această axă a timpului (ordonată), punctele reprezintă vârste sau vechimi în raport cu evenimentul-origine iar segmentul de bază îl reprezintă tot anul calendaristic, extremitatea lui superioară marcând o aniversare a evenimentului-origine.

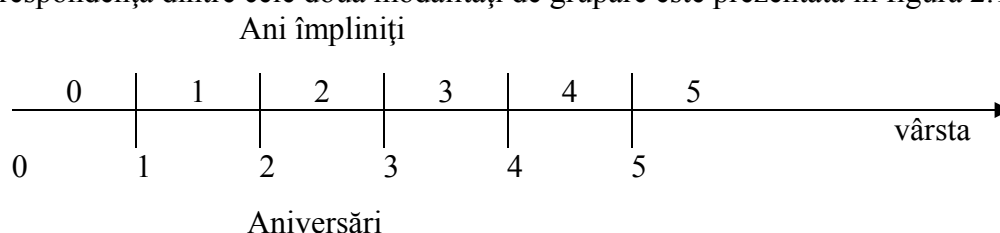
Timpul se poate considera sub forma unor *durate exacte* sau *durate rotunjite în ani împliniți* (prin extindere, în luni sau săptămâni împlinite). La nivel de persoană, este ușor de stabilit vârsta exactă la un moment dat (în ani, luni, zile, ore, minute, secunde); la nivelul colectivității, nu se poate lua în calcul decât vârsta în ani împliniți. Corespunzător celor două modalități de exprimare a timpului în demografie, se disting două modalități de grupare a populației în funcție de caracteristica *vârsta* (tabelul 2.1.):

**Tabelul 2.1**

**Gruparea populației după vârstă**

Grupe de vârstă în ani împliniți	Grupe de vârstă după aniversări
<i>cincinale</i>	
0-4	0-5
5-9	5-10
...	...
95-99	95-100
<i>decenale</i>	
0-9	0-10
10-19	10-20
...	...
90-99	90-100

Corespondența dintre cele două modalități de grupare este prezentată în figura 2.1.



**Figura 2.1. – Corespondența dintre cele două modalități de grupare a populației în funcție de vârstă**

**2.2. Diagrama Lexis**

Wilhelm Lexis (1837–1914), economist, statistician și demograf german, a avut o contribuție esențială la elaborarea primei rețele demografice, alături de Gustav Zeuner (1828-1907) și Karl Becker (1823-1896), publicată în anul 1880. Forma actuală a diagramei se datorează perfecționărilor demografului francez Roland Pressat.

**Diagrama** (graficul, rețeaua demografică) **lui Lexis** are ca suport un sistem de axe rectangulare:

- pe abscisă – timpul calendaristic
- pe ordonată – vârsta (timpul derulat de la evenimentul-origine).

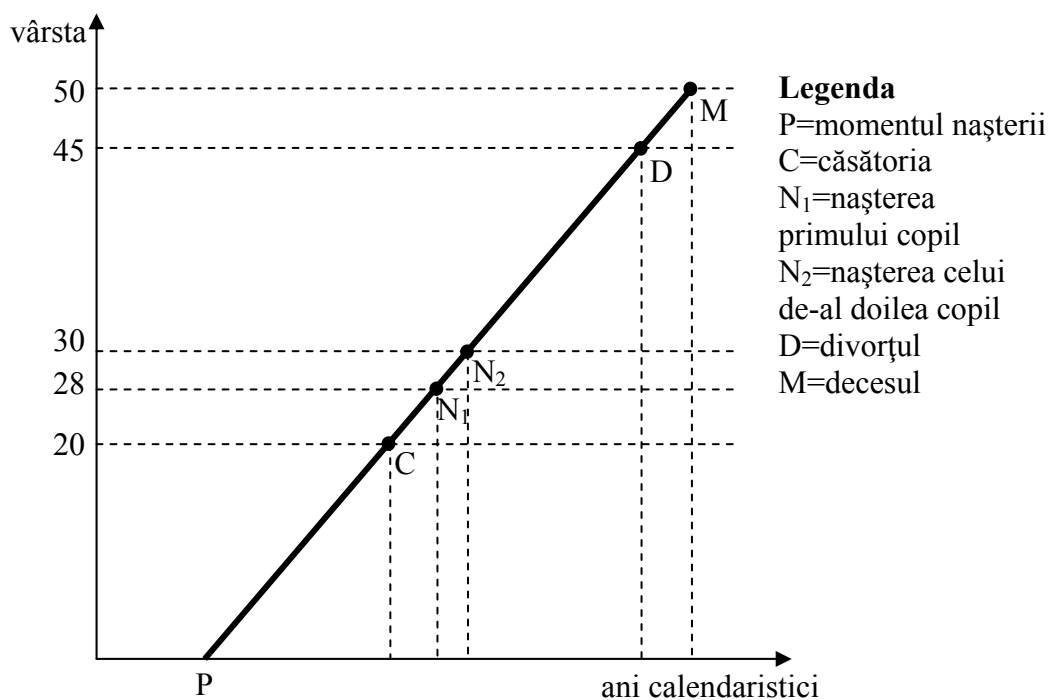


Figura 2.2. - Diagrama Lexis – linia vieții

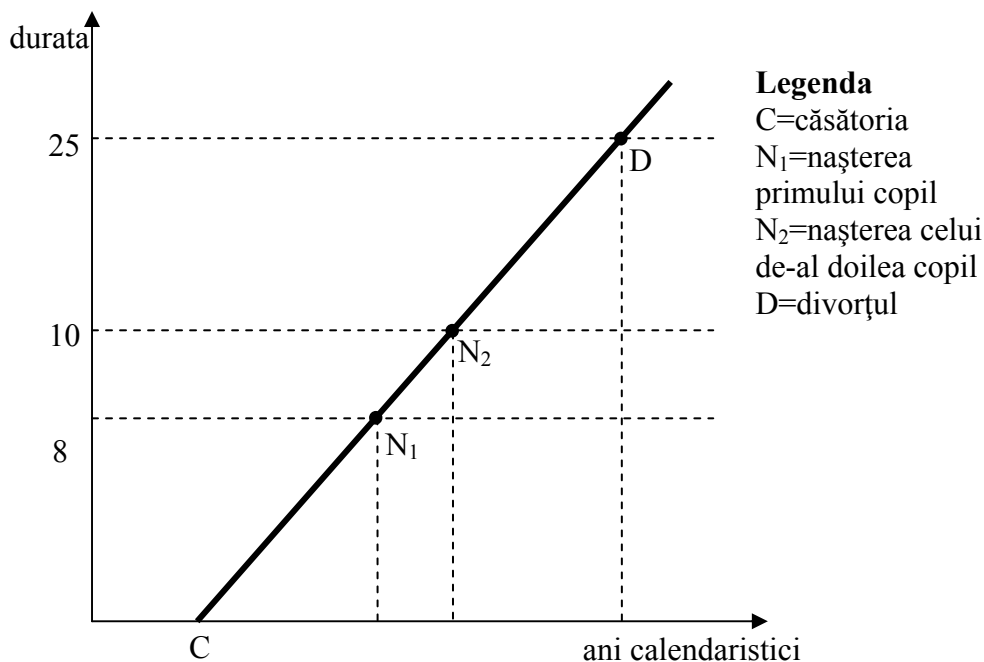


Figura 2.3. - Diagrama Lexis – linia căsătoriei

Se consideră că, de la naștere până la deces, o persoană se deplasează pe un segment de dreaptă  $PM$  înclinat la  $45^{\circ}$  față de orizontală (deoarece timpul se derulează în același mod pe ambele axe);  **$PM$  este linia vieții unei persoane**, pe care se înscriu toate evenimentele demografice suferite de-a lungul vieții (pe *abscisă* se reprezintă momentul producerii evenimentului iar pe *ordonată* se reprezintă vârsta sau durata scursă de la evenimentul-origine); *linia vieții este locul geometric al tuturor punctelor-eveniment suferite de o persoană în timpul vieții* (figura 2. 2.).

În figura 2.3., segmentul  $CD$  reprezintă *linia căsătoriei* pentru o persoană (în acest caz, evenimentul-origine este căsătoria).

Demografia nu studiază ansamblul evenimentelor care au apărut în viața unei persoane, ci un singur fel de eveniment survenit în viața unei colectivități umane; fiecărei persoane îi corespunde o linie a vieții pe care sunt reprezentate toate evenimentele demografice (teoretic), rezultând fluxuri de evenimente demografice de același tip.

Pe baza rețelei demografice se poate introduce un concept important: **cohorta** – ansamblul de indivizi care au suferit același eveniment-origine în decursul unui an calendaristic; două dintre cele mai importante cohorte în demografie sunt:

- *generația* – o cohortă al cărei eveniment-origine este nașterea (totalitatea persoanelor născute în același an calendaristic);
- *promoția* - o cohortă al cărei eveniment-origine poate fi: înscrierea la un ciclu de învățământ, încadrarea în muncă, căsătoria etc.

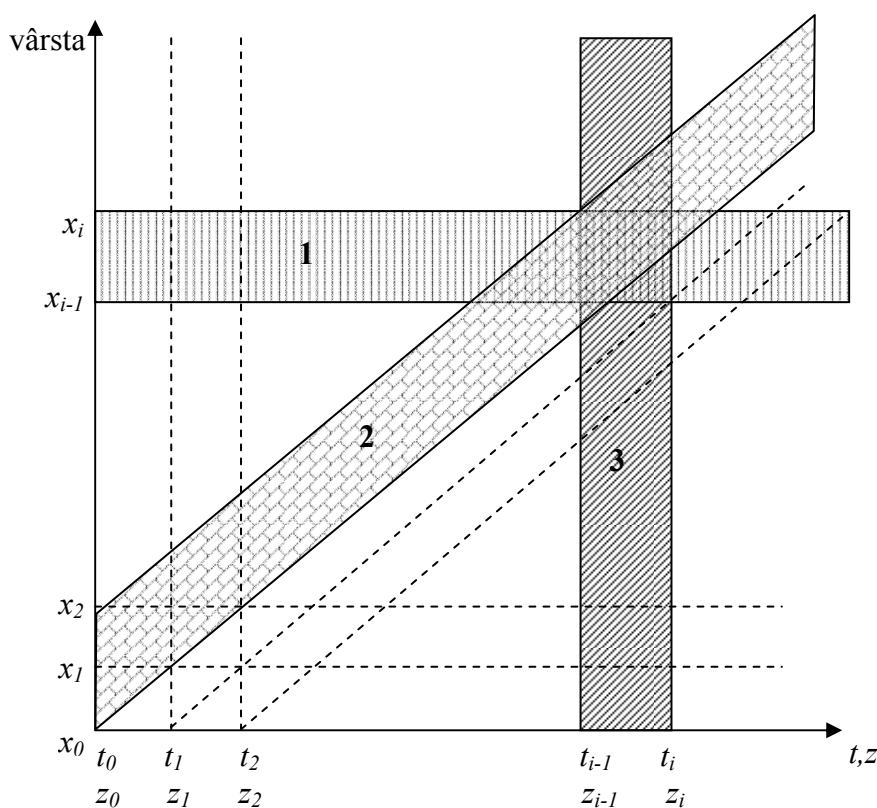
În funcție de obiectul analizei, același fenomen demografic poate fi studiat în cohorte diferite:

- fertilitatea poate fi studiată în funcție de: generația părinților sau de vechimea căsătoriei;
- promoția profesională poate fi studiată în funcție de vârsta angajaților (generație) sau de vechimea în muncă.

După *natura* lor, evenimentele demografice sunt:

- *repetabile* – se înscriu pe linia vieții fără să o întrerupă: nașterea copiilor, căsătoria, divorțul, migrația, șomajul etc.;
- *nerepetabile (unice)* –întrerup starea demografică anterioară a persoanei: prima naștere, a n-a naștere, decesul, pensionarea etc.

Deoarece este practic imposibil să se reprezinte grafic toate liniile vieții pentru o colectivitate umană, se indică doar numărul de linii ale vieții care străbat un segment dat, orizontal sau vertical, din rețea și numărul de puncte-eveniment care se desfășoară într-o anumită suprafață, delimitată de rețeaua graficului.



**Figura 2.4. – Diagrama Lexis – variabilele de timp și culoarele demografice**

Diagrama Lexis permite reprezentarea concomitentă a *trei variabile* și delimitarea precisă a unui anumit eveniment demografic sau a evenimentelor de același fel; cele trei variabile reprezentate în diagramă sunt:

- *vârsta (x)* sau durata calendaristică, exprimată în ani, care separă momentul producerii unui eveniment demografic de momentul producerii evenimentului-origine (de exemplu: nașterea), de care este univoc determinat; este reprezentată pe *ordonată*;
- *anul nașterii persoanei (t)* sau momentul producerii evenimentului-origine; este reprezentat pe *abscisă*;
- *momentul sau perioada observării (z)*, reprezentat tot pe *abscisă*.

În cadrul diagramei Lexis se disting *trei culoare demografice*, în funcție de natura variabilei considerate (figura 2.4.):

- *culoarul vârstei (1)* sau duratei calendaristice dintre două evenimente univoc condiționate; este orizontal și este delimitat de vârstele exacte  $x_{i-1}$  și  $x_i$ ;
- *culoarul generației sau demografic (2)* are o poziție oblică ( $45^0$  față de orizontală) și este delimitat de liniile oblice care trec prin punctele de intersecție ale liniilor ce formează culoarele verticale și orizontale;
- *culoarul anului nașterii sau observării fenomenului (3)* este vertical și este delimitat de nivelurile  $t_{i-1} - t_i$  sau  $z_{i-1} - z_i$ .

Evenimentele demografice referitoare la:

- o populație de aceeași vârstă – se pot citi pe culoarele orizontale;
- un an calendaristic – se pot citi pe culoarele verticale;
- o generație – se pot citi pe culoarele oblice.

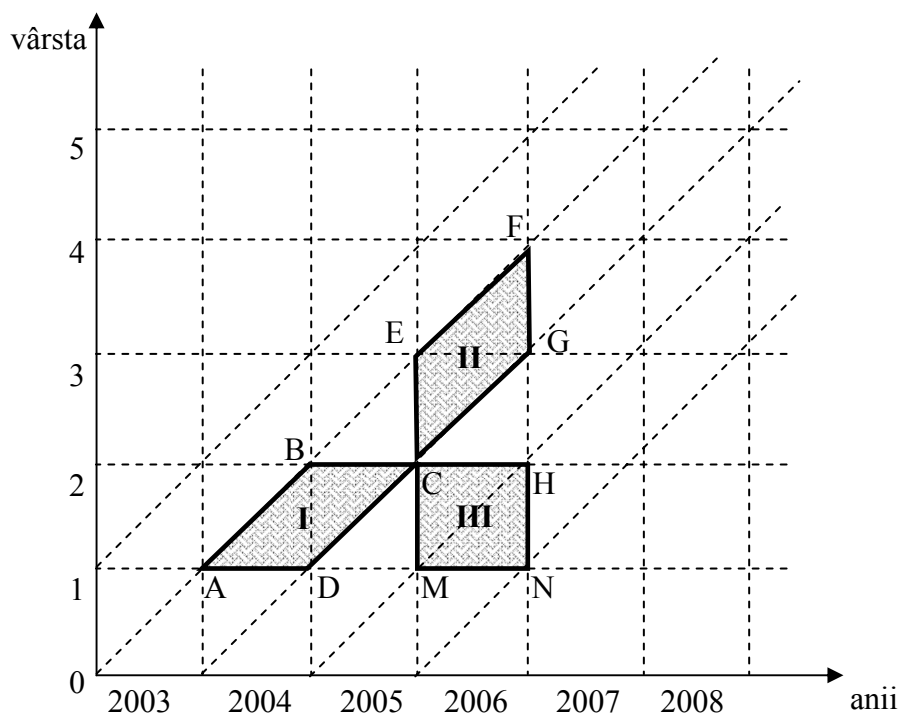
Cu ajutorul diagramei se pot reprezenta sugestiv toate categoriile de fenomene demografice:

- colectivități de supraviețuitori
- colectivități de decedați
- colectivități de căsătoriți
- colectivități de divorțați.

care se încadrează în una sau mai multe generații.

**Colectivitățile de supraviețuitori** – ansamblul liniilor vieții care traversează culoarul demografic al unei generații formează *fluxurile de supraviețuitori*; ele intersectează liniile orizontale și verticale ale rețelei demografice. Pe cale grafică se pot defini *două tipuri principale de colectivități de supraviețuitori*:

- *colectivități de supraviețuitori de gradul I* – formate din totalitatea persoanelor care împlinesc (aniversează) o anumită vârstă  $x_i$  în perioada de observare ( $z_{i-1} - z_i$ ) și se reprezintă grafic sub forma unui *segment de dreaptă orizontal* (variabila  $x$  este de moment și variabila  $z$  este de interval); exemple (din figura 2.5.):
  - *segmentul AD* – reprezintă colectivitatea de supraviețuitori ai generației 2003 care au aniversat în anul 2004 vârsta de 1 an;
  - *segmentul BC* – reprezintă colectivitatea de supraviețuitori ai generației 2003 care au aniversat vârsta de 2 ani în 2005;
- *colectivități de supraviețuitori de gradul II* – mulțimea persoanelor care au împlinit o anumită vârstă  $x_i$  într-un anumit moment al observării  $z_i$ ; se reprezintă grafic sub forma unui segment vertical, cuprins între  $x_{i-1}$  și  $x_i$  (variabila  $x$  este de interval și variabila  $z$  este de moment); aceste colectivități de supraviețuitori se determină, de obicei, la 1 ianuarie (colectivitatea provine dintr-o singură generație) sau la 1 iulie (colectivitatea provine din două generații); exemple (din figura 2.5.):
  - *segmentul CE* – reprezintă colectivitatea de supraviețuitori care au împlinit vârsta de 2 ani la 1 ianuarie 2006;
  - *segmentul FG* – reprezintă colectivitatea de supraviețuitori care au împlinit vârsta de 3 ani la 1 ianuarie 2007.



**Figura 2.5. – Diagrama Lexis – colectivități de supraviețuitori și decedați**

**Colectivitățile de decedați** – sunt reprezentate prin mulțimea punctelor mortuare înscrise într-o formă geometrică de paralelogram, dreptunghi sau triunghi, în funcție de modul de combinare a celor trei variabile de timp considerate  $(x_i, t_i, z_i)$ ; sunt *trei tipuri principale de colectivități de decedați*:

- *colectivități principale de decedați de gradul I* – totalitatea persoanelor decedate în intervalul de vârstă  $(x_{i-1} - x_i)$  aparținând generației de născuți-vii  $(t_{i-1} - t_i)$  care au decedat în decursul a 2 ani calendaristici succesivi  $(z_{i-2} - z_i)$ ; se reprezintă grafic printr-un paralelogram;
  - exemplu (din figura 2.5.):  $ABCD$  – totalitatea persoanelor în vârstă de 1 an, născute în anul 2003, decedate înaintea aniversării vârstei de 2 ani, pe parcursul a 2 ani calendaristici, 2004 și 2005;
- *colectivități principale de decedați de gradul II* – ansamblul persoanelor decedate într-un an calendaristic  $(z_{i-1} - z_i)$ , provenite din născuții-vii dintr-o singură generație  $(t_{i-1} - t_i)$ , dar care, în momentul decesului, aparțineau de 2 intervale de vârstă  $(x_{i-2} - x_i)$ ; se reprezintă grafic printr-un paralelogram;
  - exemplu (din figura 2.5.):  $CEFG$  – totalitatea persoanelor decedate în 2006, din născuții-vii ai anului 2003, care în momentul decesului împliniseră vârsta de 2 sau 3 ani;
- *colectivități principale de decedați de gradul III* – totalitatea persoanelor decedate într-un an calendaristic  $(z_{i-1} - z_i)$ , care au împlinit o anumită vârstă  $(x_{i-1} - x_i)$  și care provin din 2 generații succesive  $(t_{i-2} - t_i)$ ; se reprezintă grafic printr-un pătrat;
  - exemplu (din figura 2.5.):  $MCHN$  – totalitatea persoanelor decedate în 2006, în vârstă de 1 an, provenind din născuții-vii ai anilor 2004 și 2005.

Deoarece una dintre variabilele de timp care definesc colectivitățile principale de decedați se desfășoară pe parcursul a două niveluri succesive, în cadrul fiecărei colectivități principale de decedați se constituie câte două colectivități elementare de decedați, reprezentate grafic sub formă de tringhi; exemple (din figura 2.5.):  $ADB, DBC, CEG, EFG, MHN, MCH$ .

### 2.3. Formele observării demografice

De-a lungul timpului, în *demografie* s-au constituit două optici fundamentale de observare a fenomenelor demografice

- **transversală** (observare pe perioade sau observare de moment) – efectuată asupra fenomenelor demografice care se produc într-o perioadă de timp determinată, în cadrul unui ansamblu de cohorte;
- **longitudinală** (pe cohorte sau pe generații) – efectuată în cadrul unei grupe de populație bine determinată (cohortă, generație, promoție), de-a lungul unei perioade de timp.

Rețeaua demografică permite vizualizarea modului de reprezentare grafică în funcție de scurgerea timpului calendaristic (pe abscisă) și de vârstă (pe ordonată) a datelor statistice obținute prin diferite metode de observare a fenomenelor demografice (figura 2.6).

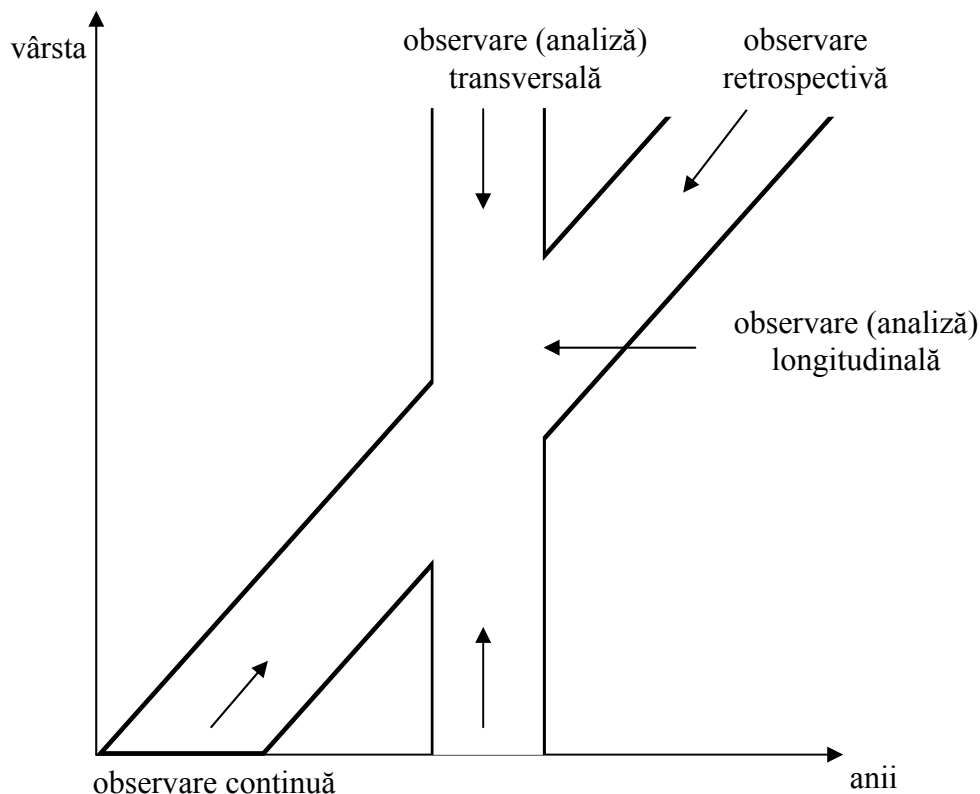


Figura 2.6. - Diagrama Lexis - optici fundamentale de observare a fenomenelor demografice

#### 2.3.1. Observarea longitudinală

**Observarea longitudinală** a fenomenelor demografice – natalitate, mortalitate, nupțialitate, divorțialitate, migrație – se face în strânsă legătură cu anumite cohorte în cadrul cărora se produc respectivele fenomene; cohortele sunt supuse observării statistice în intervalul de timp  $(0 - \omega)$  în care fenomenele se produc; exemplu: studiul fertilității pe cohorte feminine cu vârsta cuprinsă între 15 și 49 de ani (vârsta fertilă).

*Observație:* momentul de origine (limita inferioară a intervalului) se poate fixa cu mai mare exactitate din punct de vedere biologic sau juridic, în timp ce limita superioară este mai puțin precisă.

Principalele *tipuri* de observare longitudinală sunt:

- **prospectivă (continuă)** – presupune înregistrarea evenimentelor demografice, ca și a celor care le influențează, succesiv, pe măsura și la locul producerii lor pentru toți membrii cohorței; *exemple:* se poate aplica pentru urmărirea traiectoriilor școlare ale cohortelor de elevi sau pentru urmărirea traiectoriilor profesionale ale cohortelor de activi;
  - *avantaje* – se poate efectua asupra variabilelor dorite



- calitate superioară a datelor obținute
- *dezavantaje* – costuri ridicate
  - dificultatea urmăririi continue pentru cohorțele numeroase (impune folosirea sondajului statistic)
  - pierderea unei părți dintre subiecții urmăriți în perioada de observare (cauze: decese, emigrări, retrageri) și, implicit, dificultăți în înlocuirea acestora cu indivizi echivalenți
  - durata îndelungată a observării și obținerii rezultatelor și dificultăți legate de extrapolarea datelor.
- *retrospectivă* – presupune obținerea informațiilor statistice asupra evenimentelor demografice suferite de membrii unei cohorte după ce aceștia au depășit limita superioară de vârstă a producerii evenimentului; acest tip de observare permite cunoașterea istoriei unei cohorte prin reconstituire; exemple: cu ajutorul informațiilor din seriile dinamice ale stării civile a populației, a statisticilor școlare, a cărților de muncă etc. se reconstituie traiectoria aparentă a cohortei respective;
  - *avantaje* – costuri scăzute
    - operativitatea rezultatelor
    - existența informațiilor cu privire la evenimente care au avut loc în trecut
    - metoda este aplicabilă pe baza unui eșantion de volum relativ redus de persoane (în anumite anchete statistice se pot introduce întrebări cu caracter retrospectiv)
    - se elimină de la început fenomenele perturbatoare: decese, emigrări, abandon școlar etc., permițând studierea fenomenelor demografice în stare pură.
  - *dezavantaje* – disponibilitatea și calitatea datelor sistematizate pe vârste pentru perioadele trecute
    - criteriile de alegere a informațiilor (diferențe între instituțiile care au pregătit datele în trecut și cele care cercetează în prezent)
    - dificultatea de a dispune de date pe cohorte pentru perioade îndepărtate
    - calitatea informațiilor obținute depinde de memoria persoanelor interogate.

Principalele deosebiri între cele două forme ale observării longitudinale:

- în cadrul observării continue, evenimentele demografice se înregistrează pe măsura producerii lor, în timp ce în observarea retrospectivă, acestea se înregistrează după ce fenomenul s-a manifestat complet;
- în observarea continuă, evenimentele se înregistrează pentru toți membrii cohortei, în timp ce în observarea retrospectivă, înregistrarea se face doar pentru membrii care au depășit vârsta de producere a evenimentelor (fenomenelor) perturbatoare; exemplu: femeile care au supraviețuit vârstei de 49 de ani și nu au emigrat.

Pe baza analizei longitudinale se obțin informațiile necesare:

- calculării *probabilităților empirice* de producere a evenimentelor demografice, care estimează *probabilitățile teoretice* corespunzătoare;
- elaborării *tabelor demografice* – instrumente importante de analiză a mortalității, fertilității, regimului de activitate etc.

*Probabilitățile empirice de producere a evenimentelor demografice* sunt mărimi relative calculate în cadrul unei generații, ca raport între mulțimea evenimentelor demografice și efectivul populației expuse riscului evenimentului respectiv (figura 2.7.):

$$p_x = \frac{S_{x+1}}{S_x}$$

$$S_{x+1} = S_x - D_{x,x+1}$$

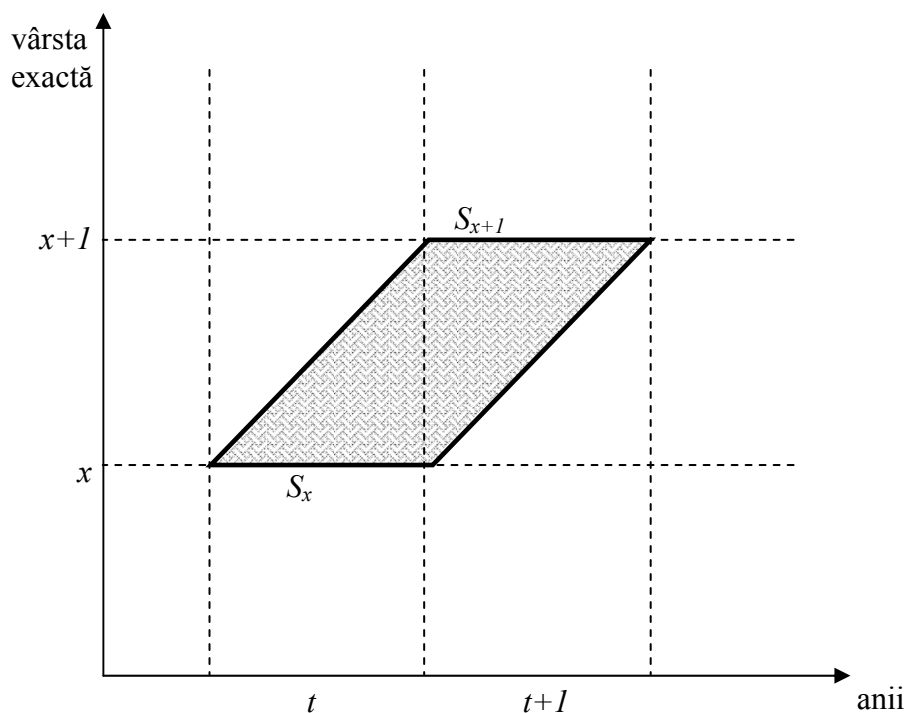
unde:  $p_x$  = probabilitatea de supraviețuire de la vârsta  $x$  la  $x+1$

$S_x, S_{x+1}$  = numărul supraviețuitorilor la vârsta  $x$ , respectiv  $x+1$

$D_{x,x+1}$  = numărul decedațiilor între vârsta  $x$  și  $x+1$

### 2.3.2. Observarea transversală

**Observarea transversală sau sincronă** este o modalitate de observare statistică, de descriere și analiză a unei colectivități de evenimente demografice (nașteri, decese, căsătorii etc.) în decursul unei perioade de timp, de regulă un an, în care evenimentele respective sunt examinate din punctul de vedere al volumului, structurii și variației lor, în funcție de vârstă și durată.



**Figura 2.7. - Diagrama Lexis – probabilitatea empirică de producere a evenimentelor demografice**

În această formă de observare, evenimentele demografice sunt repartizate pe ani de vârstă și nu pe generații (mulțimea evenimentelor produse într-un an calendaristic provin din două generații succesive). Pe baza observării transversale se determină indicatori cu ajutorul cărora se caracterizează intensitatea fenomenelor demografice în decursul unui an calendaristic, indicatori care poartă denumirea de *rate demografice*.

**Ratele demografice (r)** sunt mărimi relative de intensitate, calculate ca raport între mulțimea evenimentelor demografice ( $E$ ) care au avut loc în cadrul unei populații într-o perioadă de timp (un an) și efectivul mediu al populației ( $\bar{P}$ ); se exprimă în promile:

$$r = \frac{E}{\bar{P}} \cdot 1000$$

În funcție de gradul de cuprindere în calculul ratei a populației, avem două tipuri de rate:

- *rate brute* (globale) – calculate ca raport între numărul evenimentelor observate în decursul unei perioade de un an într-o populație nediferențiată pe vârste ( $E_{t,t+1}$ ) și efectivul mediu al acelei populații;

$$r = \frac{E_{t,t+1}}{\bar{P}} \cdot 1000$$

Pentru *populațiile biologice*, aceste rate brute se numesc și *rate generale* (rata brută sau generală de mortalitate, rata generală de natalitate etc.) iar pentru *populațiile sociale*, ele se mai numesc și *rate specifice* sau *specializate* (rata de școlarizare, rata de activitate, rata de șomaj etc.).

- *rate pe vârste* – elimină dificultățile legate de definirea și structurarea populațiilor de referință, ce afectează direct ratele brute (acestea sunt influențate de structura pe vârste a populațiilor de referință); se aplică atât fenomenelor repetabile cât și celor nerepetabile; pot fi de două feluri: *de prima categorie*, atunci când populația de referință este cea care nu a suferit încă fenomenul studiat și *de a doua categorie*, atunci când populația de referință este populația vizată de fenomenul respectiv, indiferent dacă ea l-a suferit sau nu.

### 3. ANALIZA PRINCIPALELOR FENOMENE DEMOGRAFICE: MORTALITATE, NUȚIALITATE, DIVORȚIALITATE, NATALITATE ȘI FERTILITATE

#### 3.1. Analiza transversală a mortalității

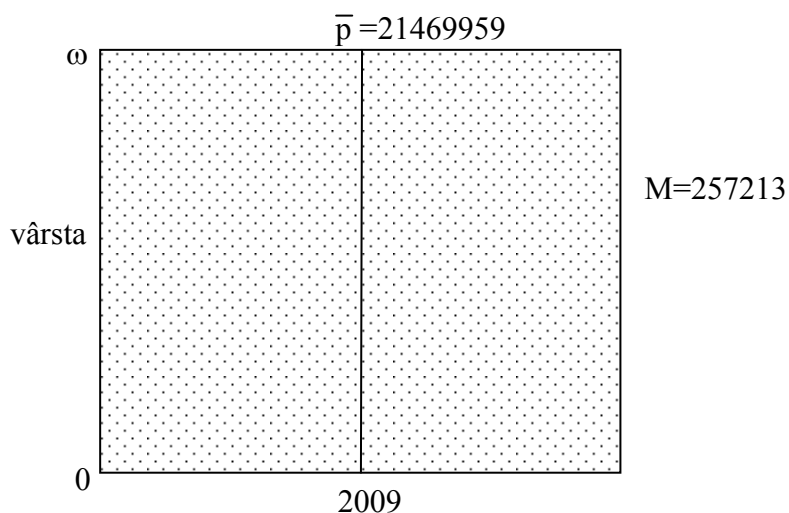
##### 3.1.1. Mortalitatea pe sexe

Ca fenomen demografic, **mortalitatea populației** este definită prin masa deceselor survenite în cadrul populației într-o anumită perioadă de timp (de obicei, un an). Evenimentul demografic care face obiectul înregistrării este **decesul**, definit ca încetarea definitivă a funcțiilor vitale ale organismului după trecerea unei anumite perioade de timp de la naștere.

Caracterizarea generală a intensității mortalității este dată de *rata generală a mortalității* ( $m_g$ ), calculată ca raport între numărul deceselor înregistrate într-o perioadă de timp ( $M$ ) și efectivul mediu al populației în aceeași perioadă – efectivul mediu anual sau efectivul populației la

1 iulie ( $\bar{P}$ ): 
$$m_g = \frac{M}{\bar{P}} \cdot 1000$$

Rata mortalității este un indicator al analizei transversale, în care se compară efectivul unei colectivități de decedați de gradul III cu efectivul colectivității de supraviețuitori de gradul II (având ca moment de observare data de 1 iulie – pentru stabilirea ratei anuale a mortalității) - figura 3.1.



**Figura 3.1. – Diagrama Lexis - rata mortalității**

Studiul mortalității se aprofundează în analiza transversală cu evidențierea următoarelor aspecte:

- *mortalitatea specifică* după caracteristicile demografice: vârstă, sex și stare civilă;
- mortalitatea după caracteristici socio-economice și teritoriale: medii, județe, regiuni, categorii socio-profesionale etc.;
- mortalitatea pe cauze de deces;
- sezonalitatea mortalității.

Una dintre primele legități descoperite în demografie este constatarea intensității mai ridicate a mortalității în cadrul populației de sex masculin. În acest scop se determină *ratele specifice de mortalitate pe sexe*:

$$m^m = \frac{M^m}{P^m} \cdot 1000$$

$$m^f = \frac{M^f}{P^f} \cdot 1000$$

Fenomenul de *supramortalitate masculină*, prezent în cadrul tuturor grupelor de vârstă, se constată din raportul supraunitar al celor două rate specifice de mortalitate:  $\frac{m^m}{m^f} > 1$

Fenomenul de supramortalitate masculină nu este uniform în cadrul tuturor categoriilor de vârstă. În general, s-a constatat că supramortalitatea masculină crește paralel cu vârsta până la grupa de 20-24 ani, după care înregistrează o tendință de scădere, rămânând totuși prezentă până la vârstele înaintate, unde se manifestă din nou cu intensitate puternică.

### 3.1.2. Mortalitatea pe vârste

Pentru studiul mortalității pe vârste se determină *rate specifice de mortalitate pe vârste sau grupe de vârstă*, în funcție de scopul analizei demografice; acest indicator semnifică numărul de decese la 1000 de locuitori dintre persoanele care au împlinit vârsta de  $x$  ani în cursul anului calendaristic în care s-a efectuat observarea fenomenului:

$$m_x = \frac{M_x}{P_x} \cdot 1000 \quad x = \text{vârsta sau grupa de vârstă}$$

Ratele specifice de mortalitate pe vârste ( $m_x$ ), sunt tot indicatori ai analizei transversale, calculați ca raport între o colectivitate de decedați de gradul III și o colectivitate de supraviețuitori de gradul II (observată la 1 iulie). Ele se determină:

- pe fiecare vârstă de la 0 la 100 de ani;
- pe grupe cincinale de vârstă;
- pe alte grupe funcționale de vârstă.

Repartiția deceselor pe grupe de vârstă este, din punct de vedere statistic, o serie de distribuție, în care vârsta este caracteristica, iar numărul de decese reprezintă frecvențele. Ea se reprezintă grafic cu ajutorul histogramei; repartiția este de tip bimodal: un vârf la prima vârstă, pentru ambele sexe și al doilea vârf la vârstele de 70-75 ani pentru sexul masculin și la vârstele 80-85 ani pentru sexul feminin. Asimetria este puternică spre stânga.

Pentru această repartiție se calculează valorile tendinței centrale:

- *vârsta medie la deces*, pe grupe cincinale de vârstă ( $\bar{x}$ ):

$$\bar{x} = \frac{\sum (x + 2,5) \cdot M_x}{\sum M_x}, \text{ unde: } M_x \text{ reprezintă decesele înregistrate în fiecare grupă de vârstă}$$

$$\text{Sau } \bar{x} = \frac{\sum (x + 2,5) \cdot m_x \cdot P_x}{\sum m_x \cdot P_x}$$

Unde:  $m_x$  = ratele specifice de mortalitate pe grupe de vârstă

$P_x$  = efectivele populației din fiecare grupă de vârstă

- *vârsta mediană* ( $M_e$ ):

$$M_e = L_i + \left( \frac{M}{2} - S_n \right) \cdot \frac{k}{f_{M_e}}$$

Unde:  $L_i$  = limita inferioară a intervalului median

$M$  = numărul total de decese

$S_n$  = numărul cumulat al deceselor pentru intervalele care preced intervalul median

$k$  = mărimea intervalului de variație (5 ani)

$f_{Me}$  = frecvența (numărul de decese) intervalului median

- vârsta modală sau dominantă ( $D_o$ ):

$$D_o = L_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot k$$

Unde:  $L_i$  = limita inferioară a intervalului modal

$\Delta_1$  = diferența dintre frecvența intervalului modal și cel precedent

$\Delta_2$  = diferența dintre frecvența intervalului modal și cel următor

$k$  = mărimea intervalului de variație (5 ani)

Între rata generală de mortalitate ( $m_g$ ) și ratele specifice de mortalitate pe vârste ( $m_x$ ) există o legătură directă, rata generală de mortalitate fiind o medie aritmetică ponderată a ratelor specifice de mortalitate pe vârste cu structura pe vârste a populației (ponderea populației de o anumită vârstă sau grupă de vârstă în totalul populației).

$$m_g = \frac{M}{P} = \frac{\sum_{x=0}^{\omega} M_x}{\sum_{x=0}^{\omega} \bar{P}_x} = \frac{\sum_{x=0}^{\omega} m_x \bar{P}_x}{\sum_{x=0}^{\omega} \bar{P}_x} = \sum_{x=0}^{\omega} m_x S_x$$

$$\Rightarrow m_g = \sum_x m_x S_x$$

Unde:  $S_x$  reprezintă structura populației pe vârste.

În condiții identice pentru mortalitatea specifică pe vârste, rata generală a mortalității va fi mai mare sau mai mică în funcție de structura pe vârste a populației. Exemple:

- În Suedia, unde procesul de îmbătrânire demografică a populației este încheiat, populația vârstnică deține o pondere ridicată în totalul populației și, deși ratele specifice de mortalitate pe vârste sunt reduse, sub influența factorului structural, rata generală de mortalitate este ridicată;
- În Turcia, care are o populație relativ tânără din punct de vedere demografic, deși ratele specifice de mortalitate pe vârste sunt ridicate, datorită structurii favorabile a populației pe vârste, rata generală de mortalitate este scăzută.

De aceea, utilizarea indicatorului *rata generală de mortalitate* în cazul comparațiilor în timp și spațiu, fără o analiză detaliată a fenomenului, poate să conducă la concluzii eronate. Pentru eliminarea influenței structurii pe vârste diferite pentru colectivitățile care se compară, se utilizează **metodele de standardizare a mortalității populației**.

Să presupunem că avem de comparat intensitatea mortalității în două colectivități A și B, într-o anumită perioadă de timp, cunoscând structura populației pe vârste ( $S_x^A, S_x^B$ ) și intensitatea specifică a mortalității pe vârste ( $m_x^A, m_x^B$ ); cele două rate generale de mortalitate sunt:

$$m_g^A = \sum m_x^A \cdot S_x^A$$

$$m_g^B = \sum m_x^B \cdot S_x^B$$

Există două metode de standardizare a mortalității populației:

- metoda directă (metoda populației standard);
- metoda indirectă (metoda mortalității standard).

**Metoda populației standard sau metoda directă** presupune înlocuirea structurilor pe vârste specifice colectivităților comparate cu structura unei populații standard (structură standard).

În practică se folosesc ca structuri standard ale populației:

- structura pe vârste a populației Suediei – pentru comparații internaționale;
- structura pe vârste a populației unei țări – pentru comparații la nivel de unități administrativ-teritoriale: județe, regiuni, macroregiuni;
- structura pe vârste specifică uneia dintre colectivități – atunci când se compară doar două colectivități; această metodă are și avantajul unui număr mai redus de calcule; exemplu:

$$m_g^{Ast} = \sum m_x^A \cdot S_x^A$$

$$m_g^{Bst} = \sum m_x^B \cdot S_x^A$$

**Metoda mortalității standard sau metoda indirectă** se aplică în două etape:

- se stabilește măsura în care structurile diferite pe vârste caracteristice colectivităților comparate influențează rata generală de mortalitate; practic, se folosesc rate standard de mortalitate pe vârste:
  - rate specifice de mortalitate pe vârste ale unei populații neutre – atunci când se compară mai multe colectivități;
  - ratele specifice de mortalitate pe vârste ale uneia dintre colectivități – atunci când se compară doar două colectivități; exemplu:

$$m_g^{Ast*} = \sum m_x^A \cdot S_x^A$$

$$m_g^{Bst*} = \sum m_x^B \cdot S_x^B$$

- se compară ratele generale standardizate în prima etapă cu ratele generale nestandardizate:

$$\lambda_A = \frac{m_g^A}{m_g^{Ast*}}$$

$$\lambda_B = \frac{m_g^B}{m_g^{Bst*}}$$

⇒ mortalitatea este mai ridicată în cadrul colectivității cu valoarea cea mai **mare** a acestui raport ( $\lambda$ ). Exemplu:  $\lambda_A > \lambda_B \Rightarrow$  mortalitatea generală este mai ridicată în colectivitatea A.

*Observație:* În practică se folosește cel mai frecvent metoda directă de standardizare a mortalității populației.

### 3.1.3. Studiul mortalității la vârste mici

Dintre mortalitățile specifice după vârstă, cea mai importantă este mortalitatea nou-născuților până la împlinirea vârstei de un an, numită **mortalitate infantilă**; ea reprezintă primul vârf în cadrul distribuției bimodale a mortalității pe vârste.

Deoarece mortalitatea infantilă este influențată de un mare număr de factori sociali, economici, culturali, sanitari etc., rata mortalității infantile este considerată un indicator sintetic al calității vieții unui popor sau a unei subpopulații. Ea este folosită frecvent în comparațiile internaționale ca una dintre variabilele semnificative pentru caracterizarea tipologiei țărilor și în cadrul național pentru caracterizarea disparităților regionale, ca și pentru măsurarea progreselor sociale și economice de la o perioadă la alta. În mod particular, mortalitatea infantilă este un indicator ce caracterizează eficiența sistemului de sănătate al unei țări. Toate acestea subliniază importanța măsurării corecte a mortalității infantile și a analizei acesteia, care beneficiază de metode statistice proprii.

Definim *rata mortalității infantile* ( $m_0$ ) ca raport între numărul deceselor copiilor sub un an înregistrate pe parcursul anului calendaristic și numărul născuților-vii din acel an; se compară o colectivitate de decedați de gradul III cu o colectivitate de supraviețuitori de gradul I; spre deosebire de celelalte rate specifice de mortalitate pe vârste, numitorul acesteia nu este reprezentat de efectivul mediu, ci de efectivul inițial; de aceea, mulți autori preferă expresia de *probabilitate de mortalitate infantilă*:

$$m_0 = \frac{M_0}{N_{vii}} \cdot 1000$$

Unde:  $M_0$  = numărul deceselor sub un an

$N_{vii}$  = numărul născuților-vii

Calculul ratei de mortalitate infantilă necesită două precauții:

- În unele țări, ca urmare a modului de declarare a nașterii copiilor, există *născuți-morți falși*: copiii născuți-vii, dar decedați înaintea declarării lor la starea civilă; ei sunt cuprinși, în

Franța, de exemplu, în statistica născuților-morți. Potrivit metodologiei folosite în România, **născutul-viu** este produs al concepției expulzat sau extras complet din corpul mamei, independent de durata gestației și care, după această separație, prezintă semne de viață (respirație, activitate cardiacă, contracție musculară dependentă de voință); **născutul-mort** este produs al concepției, extras sau expulzat complet din corpul mamei după o perioadă de gestație de cel puțin 28 de săptămâni și care nu manifestă nici un semn de viață. Prin urmare, în țara noastră nu se determină născuți-morți falși. Corecția care trebuie adusă ratei mortalității infantile în țările în care apare această problemă este destul de însemnată; de aceea, este important să cunoaștem natura indicatorilor mortalității infantile atunci când îi utilizăm în comparații internaționale.

- Al doilea aspect care trebuie luat în considerare la determinarea ratei mortalității infantile este faptul că decesele copiilor sub un an înregistrate pe perioada unui an calendaristic provin din născuții-vii din acel an și din cel anterior; de asemenea, o parte din născuții-vii ai anului analizat decedează la vârsta de 0 ani, dar în anul calendaristic următor. Luarea în calcul a acestui element poate modifica sensibil rezultatul, de aceea trebuie să cunoaștem modalitățile prin care a fost determinată o rată a mortalității infantile, înainte de a o interpreta sau compara.

În cazul în care sistemul informațional statistic permite realizarea dublei repartiții a deceselor, pe ani de vârstă și pe generații, se determină intensitatea parțială a mortalității infantile pentru fiecare colectivitate elementară de decedați și apoi, prin însumare, se obține rata generală a mortalității infantile. Deoarece, de cele mai multe ori, nu se cunoaște repartiția deceselor infantile pe generații, pe baza experienței practice s-au estimat proporțiile în care se repartizează decesele în cadrul colectivităților elementare:

- pentru rate ale mortalității infantile de peste 50 ‰, 1/3 din decesele la 0 ani, înregistrate într-un an calendaristic, provin din generația anterioară iar 2/3 din generația anului curent;
- pentru rate ale mortalității infantile cuprinse între 30 - 50 ‰, proporția este de 1/4 și 3/4;
- pentru ratele sub 30 ‰, proporția este de 1/5 și 4/5.

Modificarea proporțiilor în care se repartizează decesele pe cele două colectivități elementare este consecința legăturii între nivelul mortalității infantile și structura deceselor pe subgrupe de vârstă: în primele zile și săptămâni, mortalitatea infantilă este deosebit de puternică; treptat, intensitatea scade în așa fel încât spre sfârșitul primului an de viață ea este de câteva ori mai mică decât în primele zile.

Aplicarea acestei metode, numită și *metoda mediei ponderate*, are la bază ipoteza unui *calendar neschimbat* al fenomenului. Având în vedere aceste aspecte, rata mortalității infantile se poate stabili fie repartizând efectivul deceselor pe generații, pe baza celor mai convenabile proporții, fie raportând decesele infantile la un efectiv de născuți-vii corectat cu aceste proporții:

$$m_0 = \left( \frac{1/5 \cdot M_0}{N_{-1}} + \frac{4/5 \cdot M_0}{N_0} \right) \cdot 1000 \cdot \quad m_0 = \frac{M_0}{1/5 \cdot N_{-1} + 4/5 \cdot N_0} \cdot 1000$$

Unde:  $N_{-1}$ ,  $N_0$  = efectivele de născuți-vii din anul precedent, respectiv din anul de bază.

Deși prima modalitate de calcul are o bază mai logică, în practică se folosește mai ales cea de-a doua variantă.

Analiza mortalității imediat anterioare sau posterioare nașterii constituie obiectul unei atenții particulare în literatura de specialitate și au fost definiți diverși indicatori care să permită măsurarea fenomenului.

**Mortalitatea intra-uterină** este definită de Roland Pressat ca fiind *mortalitatea produselor concepției înaintea expulzării sau extragerii lor din uter*; ea cuprinde atât avorturile cât și născuții-morți. În literatura de specialitate se folosește frecvent și un alt termen, *mortalitatea foetală*, definit ca sinonim al primului; mortalitatea foetală apare chiar divizată în trei categorii: mortalitatea foetală precoce, intermediară și tardivă, pentru a desemna mortalitatea intra-uterină la mai puțin de 20 - 27 de săptămâni de gestație și respectiv la 28 de săptămâni sau mai mult.

Conform normelor curente – în vigoare și la noi în țară – privind definirea embrionului, fœtus-ului și produsului concepției, în funcție de durata convențională a sarcinii sau gestației (primul, sub 3 luni, al doilea, între 3 și 7 luni și ultimul peste 7 luni), mortalitatea foetală precoce și intermediară se referă la avorturi iar mortalitatea foetală tardivă cuprinde mortinatalitatea.

**Mortinatalitatea** cuprinde născuții-morți (pe care i-am definit anterior) într-o anumită perioadă de timp. Principalii indicatori ce definesc intensitatea fenomenului sunt:

- *rata mortinatalității*, calculată ca raport între numărul de născuți-morți într-un an și totalul născuților (vii sau morți) din acel an;
- *raportul de mortinatalitate*, calculat ca raport între numărul născuților-morți și cel al născuților-vii într-un an calendaristic.

De **avorturi**, demografia românească s-a ocupat mai puțin și numai după anul 1990, odată cu modificarea legislației din țara noastră.

Variația puternică a deceselor infantile în funcție de vârstă face necesară determinarea unor indicatori detaliați, cum sunt: mortalitatea în prima zi de viață, mortalitatea în prima lună de viață etc. Principalii indicatori specifici ai mortalității infantile sunt:

- **rata mortalității neonatale**, calculată ca raport între numărul deceselor sub o lună și totalul născuților-vii; ea se subîmparte în:
  - *rata mortalității neonatale precoce*, care cuprinde decesele din prima săptămână de viață
  - *rata mortalității neonatale tardive*, care cuprinde decesele infantile între 7 – 29 de zile;
- **rata mortalității postneonatale**, calculată ca raport între numărul deceselor de peste o lună și totalul născuților-vii.

Suma celor două rate de mortalitate infantilă, neonatală și postneonatală, formează rata generală a mortalității infantile.

În legătură cu mortalitatea infantilă se calculează și *mortalitatea maternă*, care exprimă numărul de decese ale mamelor din cauze puerperale care revin la 100000 de născuți-vii.

Analiza mortalității copiilor se realizează și pentru segmentele de vârstă de peste un an; ea cuprinde:

- *mortalitatea primei copilării* - rata specifică de mortalitate se determină raportând numărul deceselor între 1–4 ani la efectivul populației din aceeași grupă de vârstă;
- *mortalitatea juvenilă* – a cărei rată specifică se obține raportând numărul deceselor între 5-14 ani la numărul copiilor cu vârsta cuprinsă în același interval;
- *mortalitatea adolescenților* – a cărei rată specifică se calculează prin raportarea numărului de decese ale tinerilor între 15-19 ani la segmentul de populație din aceeași grupă de vârstă.

#### 3.1.4. Mortalitatea pe cauze de deces

Cercetarea cauzală în domeniul mortalității se situează pe două niveluri. Primul vizează clasificarea deceselor în funcție de ceea ce, în mod obișnuit, numim *cauzele decesului* sau cauzele organice ale decesului constatate de medic. Plecând de la repartiția deceselor pe cauze, al doilea nivel al cercetării vizează explicarea intensității fenomenului.

Analiza mortalității în funcție de **cauzele de deces** constituie o etapă decisivă în studiul fenomenului și beneficiază de clasificările internaționale ale cauzelor de deces, realizate și actualizate periodic de către Organizația Mondială a Sănătății.

Principalii indicatori care măsoară incidența specifică fiecărei cauze de deces sunt:

- **frecvența ( $f_i$ ) deceselor datorate unei anumite cauze ( $M_i$ )** în totalul deceselor înregistrate

(M), numită și *mortalitate proporțională pe cauze de deces*: 
$$f_i = \frac{M_i}{M} \cdot 100$$



- **ratele de mortalitate pe cauze de deces ( $m_i$ )**, calculate raportând decesele datorate unei cauze la efectivul mediu al populației:

$$m_i = \frac{M_i}{P} \cdot 100000$$

Dacă aprofundăm analiza cauzelor de deces luând în considerare sexul, supramortalitatea masculină este evidentă la majoritatea grupelor principale de cauze de deces.

În funcție de cauzele care le-au provocat, *decesele survenite la copii în primul an de viață* se pot clasifica în două mari grupe:

- **decese endogene**, datorate unor tare ereditare, malformații congenitale, noxe ale gravidității sau traumatismelor cauzate de naștere; ele sunt provocate de constituția internă a noului născut și de împrejurările în care s-a produs nașterea, urmând îndeaproape momentului acesteia;
- **decese exogene**, legate de riscurile exterioare: riscul infecțios, de natură respiratorie și alimentară îndeosebi, diverse accidente; ele se repartizează pe toată durata primului an de viață.

Această distincție este foarte prețioasă pentru analiză, deoarece permite izolarea acelei părți a mortalității infantile care ar trebui să scadă cel mai rapid prin extinderea măsurilor preventive și ameliorarea îngrijirii medicale (mortalitatea exogenă). Se constată, de altfel, că scăderea mortalității infantile în țările în care nivelul ei este astăzi cel mai redus, rezultă cu precădere din scăderea mortalității exogene care este aproape nulă, mortalitatea reziduală fiind aproape exclusiv de origine endogenă.

Menționăm că o astfel de distincție se poate extinde la întreaga mortalitate, decesele endogene cuprinzând în acest caz decesele datorate îmbătrânirii organismului (cancer, maladii cardiovasculare etc.).

Pentru determinarea intensității celor două tipuri de mortalitate infantilă se cer îndeplinite două condiții: existența informațiilor complete privind repartitia deceselor infantile pe cauze și stabilirea și înregistrarea corectă a cauzei de deces pentru fiecare component al colectivității de decedați. Deoarece aceste condiții nu sunt îndeplinite întotdeauna în practică, s-au elaborat metode indirecte de determinare a mortalității endogene și exogene, care se bazează pe constatarea legăturii între specificul în care acționează cele două categorii principale de cauze și vârsta persoanelor decedate.

Dintre aceste metode, cel mai frecvent aplicată este *metoda analizei biometrice*, a lui Jean Bourgeois-Pichat, care a constatat că, indiferent de nivelul mortalității infantile, repartitia deceselor exogene pe grupe de vârstă este invariabilă și, ca urmare, reprezentarea deceselor exogene cumulate, pe o scară semilogaritmică, are aspectul unei funcții liniare. El propune calcularea celor două tipuri de mortalitate infantilă astfel:

$$m^{exog} = \frac{1,24 \cdot M_{1-11luni}}{N_{vii}} \cdot 1000 \qquad m^{endog} = m_0 - m^{exog}$$

Deoarece cauzele neviabilității fătului – care stau la baza fenomenului de mortinatalitate sau mortalitate foetală tardivă – sunt foarte asemănătoare cu cele care determină decesele endogene, la jumătatea secolului trecut s-a definit un nou concept, cel al **mortalității perinatale**, care însumează mortinatalitatea și mortalitatea endogenă. *Rata mortalității perinatale* se determină ca sumă a celor două rate specifice de mortalitate sau raportând numărul născuților morți și a celor decedați din cauze de natură endogenă, la totalul născuților-vii.

## 3.2. Tabele de mortalitate

### 3.2.1. Elemente fundamentale ale metodologiei de analiză demografică longitudinală

Studiul distribuției în timp a unui eveniment (timp calendaristic sau derulat de la producerea evenimentului-origine) utilizează două tipuri de indicatori elementari în demografie: *probabilități* și *rate*.

În demografia generală, **probabilitățile empirice** servesc analizei fenomenelor nerepetabile prin natura lor (mortalitate) sau datorită defnirii lor în funcție de rang (prima căsătorie, prima

emigrare, a doua naștere etc.). În demografia socială, cea mai mare parte a indicilor de mobilitate de la o stare la alta sunt construiți ca probabilități.

**Probabilitatea empirică propriu-zisă** sau **ordinară** referitoare la un eveniment dat măsoară *probabilitatea* pentru indivizii unei *cohorte date*, supraviețuitori la o anumită aniversare de la evenimentul-origine, de a suferi evenimentul studiat înaintea uneia dintre aniversările următoare (figura 2.7).

Această probabilitate se măsoară prin raportarea numărului de evenimente survenite într-o cohortă între aniversările sale  $x$  și  $x+n$ , la efectivul cohorței care nu a suferit încă evenimentul la cea de a  $x$  - a aniversare (de exemplu, numărul de decese – o colectivitate de decedați de gradul I - se raportează la efectivul supraviețuitorilor - o colectivitate de supraviețuitori de gradul I).

Complementul față de 1 al riscului de a suferi evenimentul este probabilitatea de a nu fi afectat de acesta, de a scăpa (de a supraviețui, de a rămâne celibatar, de a păstra locul de muncă).

Prin convenție, notăm cu:

$q_x$  = probabilitatea de a suferi evenimentul între aniversările  $x$  și  $x+1$ ;

${}_yq_x$  = probabilitatea de a suferi evenimentul între aniversările  $x$  și  $x+y$ .

Deoarece probabilitatea propriu-zisă anuală într-o cohortă se calculează pentru un an de vârstă și doi ani calendaristici consecutivi, formula ei este:

$$q_x = \frac{E(x, x+1)}{S(x)} \quad \text{Unde:} \quad x, x+1 = \text{două aniversări succesive;}$$

$S(x)$  = efectivul cohorței care a supraviețuit la a  $x$  - a aniversare fără să sufere evenimentul;

$E(x, x+1)$  = numărul de evenimente survenite între aniversările  $x$  și  $x+1$  în cohortă.

Probabilitățile propriu-zise se utilizează la construcția tabelelor demografice, *tabele de riscuri* cum mai sunt denumite (exemplu: tabela de mortalitate) și la proiecții ale populațiilor. Dacă presupunem că probabilitățile pe vârste observate vor rămâne constante, se poate, aplicând probabilitățile la efectivul inițial al unei cohorțe, proiecta efectivul acestei cohorțe *la aniversările următoare*.

Numim **intensitate** a unui fenomen demografic raportul dintre numărul total de evenimente înregistrate în cadrul unei cohorțe și efectivul inițial al cohorței (altfel spus, frecvența de apariție în cadrul unei cohorțe a evenimentelor caracteristice fenomenului studiat). Numim **calendarul** fenomenului, repartiția de-a lungul timpului a evenimentelor care afectează cohorța (distribuția după vechime a evenimentelor caracteristice fenomenului demografic).

Analiza *distribuției* fenomenelor demografice necesită parcurgerea a două etape:

- stabilirea *legității* fenomenului studiat cu ajutorul unei *tabele* (sau *tablou*) care reunește, în funcție de vârstă (sau vechime) datele de bază și indicatorii elementari (rate și probabilități) corespunzători;
- caracterizarea acestei legități cu ajutorul *indicatorilor sintetici* ai **intensității** și **calendarului** fenomenului.

În demografie, o **tabelă** reunește datele referitoare la distribuția unui fenomen nerepetabil (numărul evenimentelor și efectivul celor care nu au suferit încă evenimentul) permițând calculul probabilităților pe vârste.

Se construiesc tabele și pentru alte fenomene nerepetabile în afara mortalității (pensionarea, prima emigrare, nupțialitatea celibatarilor, a  $n$  - a intrare în șomaj etc.), în măsura în care probabilitatea de a suferi un astfel de eveniment sau de a scăpa, este importantă pentru studiul fenomenului social-economic sau demografic respectiv.

Tabela demografică se poate construi pe baza:

- A. datelor *longitudinale* observate într-o **cohortă reală**;
- B. datelor *transversale* observate în cursul unei perioade anuale sau plurianuale în fiecare din cohorțele în care acționează fenomenul studiat; înlănțuirea acestor informații permite stabilirea distribuției fenomenului în ceea ce desemnăm în demografie prin termenul de **cohortă fictivă**.

### A. Construirea tabelii de mortalitate într-o generație reală

Dacă sistemul informațional demografic, prin veriga sa de stare civilă, poate furniza, pentru o perioadă superioară unui secol (în demografie vârsta maximă este considerată vârsta  $\omega = 100$  de ani), statisticile anuale ale nașterilor și ale deceselor sub formă de serii de distribuție bidimensională (în funcție de vârsta în ani împliniți și de anul nașterii), se poate urmări derularea fenomenului de mortalitate într-o generație  $G$ , de la nașterea și până la dispariția sa.

**Legea de mortalitate a generației  $G$  este dată de distribuția  $D(x, x+1)$  a deceselor observate între aniversări în cadrul generației, al cărei efectiv inițial este considerat prin convenție de 100000 persoane.**

Presupunând că sistemul informațional demografic din țara noastră permite analiza longitudinală într-o cohortă reală pentru perioade de timp mai mari de 100 de ani, figura 3.2 ilustrează debutul legii de mortalitate a generației feminine 1910 din România. Pe baza acestor informații, se poate construi tabela de mortalitate din tabelul 3.1.

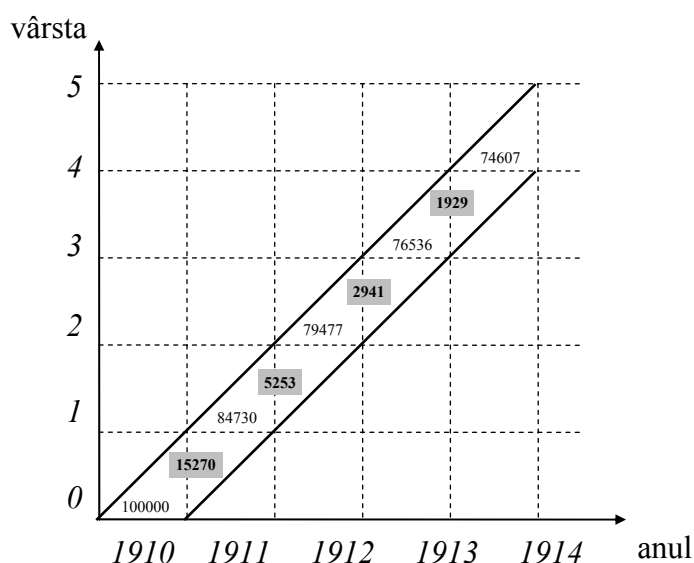


Figura 3.2 – Legea de mortalitate a generației feminine 1910

Tabelul 3.1

Tabela de mortalitate a generației feminine 1910 (fragment)

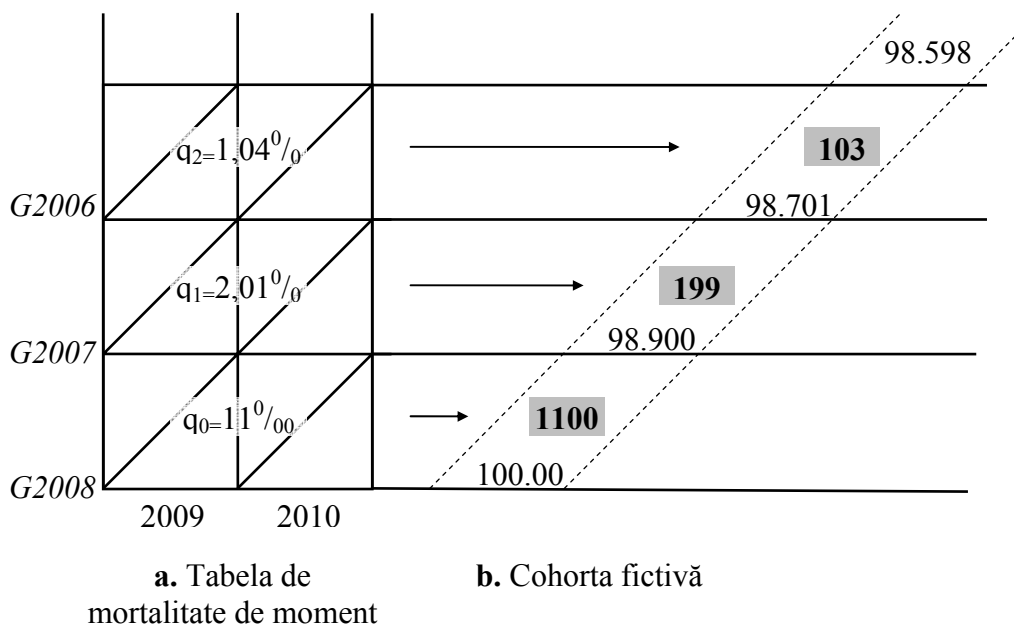
Vârsta exactă $x$	Supraviețuitori la vârsta $x$ $S_x$	Decese între aniversările $x, x+1$ $D(x, x+1)$	Probabilitatea de deces ( $^0/_{00}$ ) $q_x$	Probabilitatea de supraviețuire ( $^0/_{00}$ ) $1000 - q_x$
0	100000	15270	152,7	847,3
1	84730	5253	62,0	938,0
2	79477	2941	37,0	963,0
...	...	...	...	...
99	34	14	412	588,0
100	20			

Coloanele doi și trei ale tabelii conțin efectivele de supraviețuitori și de decedați observate la fiecare vârstă în cadrul generației; probabilitățile de deces și de supraviețuire pe vârste, din coloanele patru și cinci, sunt calculate pe baza datelor din coloanele precedente.

### B. Construirea tabelii de mortalitate de moment într-o generație fictivă

Pentru determinarea unei legi sincrone a mortalității, demersul este invers față de elaborarea legii diacronice a mortalității (prezentate la punctul A). Pe o perioadă de minimum doi ani, cu ajutorul informațiilor furnizate de starea civilă se calculează probabilitățile ordinare de deces pe

vârste. De exemplu, pentru calculul probabilităților din coloana doi a tabelului 3.2 și din figura 3.3.a, datele empirice necesare au fost furnizate, pentru fiecare vârstă, de una din cele 100 de generații prezente pe teritoriul țării noastre în momentul observării. Astfel,  $q_0$  a fost calculată pe baza statisticilor de mortalitate ale generației 2009,  $q_1$  plecând de la cele ale generației 2008,  $q_{98}$  reprezintă rata de mortalitate observată în 2009-2010 în cadrul generației 1911 care a atins, în 2009, a 98 – a aniversare. Pe baza acestor probabilități se determină efectivele de supraviețuitori la diferite vârste pentru un efectiv inițial teoretic de 100000 persoane. Valorile din coloana trei a tabelului 3.2 constituie *legea de mortalitate a unei generații fictive*: un grup teoretic de 100000 de nou-născuți care, la fiecare vârstă  $x$ , ar fi fost expuși riscului de mortalitate observat la persoanele care aveau vârsta  $x$  în momentul construirii tablei (figura 3.3.b).



**Figura 3.3 – Reprezentarea unei cohorte fictive în diagrama Lexis**

**Tabelul 3.2**

**Tabela de mortalitate de moment 2009-2010 (fragment)**

Vârsta exactă $x$	Probabilitatea de deces ( $^0/_{1000}$ ) $q_x$	Supraviețuitori la vârsta $x$ $S_x$
0	11,00	100000
1	2,01	98900
2	1,04	98701
...	...	...
99	413,16	314
100	437,72	184

În general, o **cohortă fictivă** este o cohortă pentru care legea fenomenului considerat este constituită prin înlănțuirea observațiilor pe vârste culese din toate cohortele reale în care acționează fenomenul la un moment dat. Fiecare verigă a lanțului aparține unei cohorte reale diferite.

- Așa cum am definit-o anterior, **intensitatea** unui fenomen într-o cohortă (reală sau fictivă) reprezintă numărul de evenimente de același fel suferite de membrii unei cohorte raportat la efectivul său inițial (altfel spus, numărul mediu de evenimente suferit de fiecare individ din cohortă). Intensitatea unui fenomen se poate măsura fie pentru întreaga cohortă (*intensitate totală*), fie la o anumită vârstă (*intensitate parțială*).

**Calendarul** unui fenomen, care reprezintă distribuția pe vârste a evenimentelor specifice suferite de o cohortă, reală sau fictivă:

- poate fi reprezentat grafic pe baza fiecărei serii de indicatori dintr-o tabelă de mortalitate: efectivele  $S_x$  de supraviețuitori la fiecare aniversare  $x$ , probabilitățile de deces pe vârste  $q_x$ , sau numărul de decese la fiecare vârstă  $D(x,x+1)$ ;
- poate fi rezumat cu ajutorul indicatorilor sintetici, dintre care cel mai important pentru fenomenul de mortalitate este *speranța de viață*; ea se poate calcula pentru fiecare vârstă.

**Speranța de viață la naștere** sau **durata medie de viață** într-o generație (reală sau fictivă) este dată de vârsta medie la deces în această generație sau, altfel spus, de media distribuției vârstelor la deces calculată cu ajutorul unei tabele de mortalitate.

Pentru a efectua calculul acestui indicator într-o generație, nu dispunem, de obicei, de vârsta exactă la deces pentru fiecare membru al generației, ci doar de numărul de decese înregistrate la fiecare vârstă în ani împliniți sau de distribuția  $D(x,x+1)$  pentru un efectiv inițial  $S_0$  al generației (tabelele 8.1 și 8. 2). În acest caz se construiește o ipoteză suplimentară, conform căreia calendarul deceselor este omogen între două aniversări succesive, deci persoanele decedate între aniversările  $x$  și  $x+1$  au avut, în medie, la deces *vârsta exactă* de  $(x+0,5)$  ani. Speranța de viață la naștere ( $e_0$ ) se calculează după una dintre relațiile:

$$e_0 = \frac{0,5 \cdot D(0,1) + 1,5 \cdot D(1,2) + 2,5 \cdot D(2,3) + \dots}{S_0} \qquad e_0 = 0,5 + \frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots}{S_0}$$

**Speranța de viață la vârsta  $x$** , reprezentată de numărul mediu de ani pe care îi mai are de trăit o persoană care a împlinit vârsta  $x$ , se calculează după formula:

$$e_x = 0,5 + \frac{S_{x+1} + S_{x+2} + S_{x+3} + \dots}{S_x}$$

### 3.2.2. Tipuri și metode de elaborare a tabelor de mortalitate

De la prima tabelă de mortalitate întocmită științific de către astronomul englez Edmund Halley în 1693 până la tabelele moderne, efectuate cu metode rafinate pe baza prelucrării electronice a informațiilor, acest prim model matematic în demografie a rămas fundamental, datorită importanțelor sale funcții de cunoaștere și cadrului său larg de aplicare. Sintetizând într-un singur model ratele de mortalitate după vârstă, tabela de mortalitate cuprinde o serie de valori – numite funcții biometrice – cu ajutorul cărora se descrie experiența mortalității într-o populație oarecare: probabilitățile de deces, ordinea de dispariție a unei generații sub efectul deceselor, numărul deceselor între două vârste și, mai ales, speranța de viață la fiecare vârstă. Demograful utilizează acest instrument nu numai la analiza mortalității, ci și a altor fenomene demografice: nupțialitatea, fertilitatea, migrația.

Clasificarea cea mai generală a tabelor de mortalitate reține următoarele tipuri:

- tabela de mortalitate **demografică** și cea **actuarială**; prima se determină pentru o populație totală – națională sau regională – având funcțiile biometrice specifice; tabela actuarială de mortalitate se determină pentru populații speciale (de asigurați), purtând denumirea de populație selectată și având, în afară de funcțiile biometrice, o serie de indicatori necesari pentru asigurările de persoane;
- tabela de mortalitate în optică **transversală** și în optică **longitudinală**: prima se determină pentru o cohortă sau *generație ipotetică*, a doua pentru o *generație reală*;
- tabela de mortalitate **completă** și cea **prescurtată**: prima se construiește pe ani de vârstă, a doua, pe grupe cincinale sau chiar decenale de vârstă.

În afară de tabela de mortalitate pe ani de vârstă, se întocmesc frecvent tabele de mortalitate *infantilă*, pentru decesele sub un an, în care vârsta se exprimă în zile și luni și tabele de mortalitate *pe cauze de deces*.

Se cunosc patru metode principale de elaborare a tabelor de mortalitate, în funcție de datele disponibile referitoare la colectivitățile de supraviețuitori și decedați:

- ❖ Tabele de mortalitate cuprinzând indicatori determinați folosind exclusiv repartitia deceselor pe vârste.

Teoretic, cunoscând repartiția deceselor pe vârste pentru o anumită generație, se pot stabili cu ușurință ceilalți indicatori ai tabelii de mortalitate. În practică însă, în lipsa unui sistem informațional subordonat acestui scop și care să se desfășoare pe perioada unui secol, nu se poate concepe existența datelor privind decesele pe vârste într-o anumită generație.

Alături de valoarea sa documentară, metoda își regăsește în prezent utilitate în studiile de demografie istorică, pentru estimarea speranței de viață la naștere a unor populații străvechi.

- ❖ Tabele de mortalitate întocmite pe baza datelor privind repartiția populației pe vârste, la două recensăminte succesive.

Compararea repartiției supraviețuitorilor pe vârste, la două recensăminte succesive, este tot o metodă aproximativă de elaborare a tabelii de mortalitate. Este necesar ca momentele critice ale recensămintelor să coincidă ca dată în cursul anului, sau să nu fie decalate substanțial, pentru a păstra în limite acceptabile colectivitățile de supraviețuitori, după proveniență.

Metoda este utilă în cazul țărilor care nu au organizat sistemul evidenței curente a mișcării naturale a populației.

- ❖ Tabele de mortalitate alcătuite utilizând procedeul observării continue a unei generații, de la naștere până la dispariția ultimului reprezentant, cu repartizarea efectivelor de supraviețuitori pe vârste.

Elaborarea unor astfel de tabele de mortalitate pe generații impune efectuarea unor operații simultane la cel puțin 100 de tabele, iar fiecare tabelă se definitivează după 100 de ani. O astfel de tabelă nu are valoare practică, deoarece ea oglindește, prin sistemul său de indicatori specifici, modul de manifestare al legităților caracteristice fenomenelor de mortalitate și supraviețuire pentru o generație care a dispărut.

- ❖ Tabele de mortalitate bazate pe informațiile referitoare la efectivul populației și al deceselor pe vârste, înregistrate într-o perioadă de timp delimitată - **tabele de mortalitate de moment**; asemenea tabele caracterizează mortalitatea populației în perioada pentru care se elaborează, găsindu-și aplicabilitate practică și teoretică în domenii foarte variate ale analizei demografice.

Tabelele de mortalitate de moment sunt tabele caracteristice unui an sau unui grup de ani calendaristici, și nu unor generații; ele se bazează pe *introducerea unei generații fictive, care parcurge toate vârstele vieții, făcând-o să sufere la fiecare vârstă riscurile de mortalitate observate în cursul perioadei anuale sau plurianuale studiate; aceste riscuri sunt măsurate de probabilități de deces.*

Fiind o tabelă de mortalitate determinată în optică transversală, tabela de mortalitate de moment este valabilă pentru o cohortă ipotetică al cărei efectiv inițial este de 100000 de născuți-vii; funcțiile biometrice ale acesteia sunt:

- ${}_n q_x$  - proporția persoanelor din cohortă, în viață la începutul intervalului de vârstă indicat (x) și care vor muri înainte de a atinge sfârșitul intervalului (x+n); probabilitatea ca o persoană în viață la aniversarea x să decedeze înaintea aniversării x+n;
- $S_x$  - numărul persoanelor în viață la începutul intervalului de vârstă (x) sau numărul supraviețuitorilor la vârsta x;
- ${}_n D_x$  - sau  $D(x, x+n)$  - numărul persoanelor care ar muri în intervalul de vârstă de la x la x+n ani;
- ${}_n \bar{S}_x$  - numărul de om-ani pe care i-ar trăi cohorta de 100000 de născuți-vii în cadrul intervalului de vârstă (x,x+n);
- $T_x$  - numărul total de om-ani pe care i-ar trăi cohorta ipotetică după începutul intervalului de vârstă indicat (de la x la  $\omega$  ani);
- $e_x$  - timpul mediu de viață rămas pentru o persoană care supraviețuiește începutului intervalului de vârstă.

Cea mai importantă funcție a tabelii de mortalitate este probabilitatea de deces ( $q_x$ ), al cărei calcul are la bază ratele de mortalitate specifice pe vârste ( $m_x$ ); cu ajutorul probabilităților de deces

pot fi calculate toate celelalte funcții biometrice ale tabelii. În funcție de disponibilitatea informației statistice, există două modalități de determinare a probabilității de deces pentru o tabelă de mortalitate de moment:

- Determinarea ratelor de mortalitate pe vârste ( $m_x$ ) și convertirea lor în probabilități de deces, după formula:

$$q_x = \frac{2 \cdot m_x}{2 + m_x}$$

Acesta este cazul în care decesele sunt repartizate pe ani de vârstă ( $M_x$ ) în fiecare an calendaristic (optică transversală), neseperate pe generații, iar populația ( $P_x$ ) este dată la mijlocul anului (1 iulie).

- Determinarea directă a probabilităților de deces ( $q_x$ ) având decesele sistematizate în colectivități de decedați de gradul I, iar populația este recalculată la vârstă exactă în anul calendaristic respectiv.

O asemenea metodă presupune calculul probabilităților de deces pe generații, fără însă ca aceasta să însemne că tabela de mortalitate ar fi a unei generații. Sunt necesare date pe doi ani calendaristici, cu colectivități elementare de decedați care se regroupează în colectivități principale de gradul I.

Menționăm că, în principiu, aceste metode se aplică la toate vârstele, cu excepția vârstei de 0 ani, la care rata specifică de mortalitate – rata mortalității infantile – estimează direct probabilitatea de deces la această vârstă.

### 3.3. Nupțialitatea și divorțialitatea

#### 3.3.1. Concepte de bază ale nupțialității

**Nupțialitatea** reprezintă un fenomen demografic principal care desemnează mulțimea căsătoriilor încheiate sau existente într-o anumită perioadă de timp determinată (de obicei, un an calendaristic).

*Studiul nupțialității este foarte important, deoarece:*

- majoritatea nașterilor în țările civilizate și cu o politică demografică normală se produc în cadrul căsătoriei și sunt deci *nașteri legitime* (conjugale sau matrimoniale);
- pentru studiul natalității și fertilității, căsătoria este evenimentul-origine; în diagrama Lexis, pe linia căsătoriei se înscriu nașterile copiilor în succesiunea lor;
- fertilitatea feminină are o determinare complexă, depinzând de vârsta la căsătorie și de durata căsătoriei, ca variabile cauzale.

*Studiul nupțialității este dificil și complex; principalele cauze sunt:*

- conceptul de nupțialitate nu poate fi definit cu aceeași precizie precum o naștere sau un deces; poate fi vorba de o căsătorie legală sau de uniune consensuală; de aceea, comparabilitatea spațială sau temporală trebuie realizată cu precauție;
- este un eveniment *repetabil* în viața unei persoane; în analiză se acordă importanță primelor căsătorii, desfacerii uniunii (prin văduvie sau divorț) și recăsătoririlor;
- căsătoria este un eveniment care se produce între două persoane de sex diferit; se referă la două unități statistice care aparțin unor subcolectivități distincte; dificultatea corelării nupțialității feminine cu cea masculină conduce la studiul separat pe sexe (este preferabilă totuși analiza cuplată a fenomenului pe cele două sexe).

**Căsătoria** este o convenție încheiată în mod legal pe baza unui act de stare civilă (certificat de căsătorie – în România) între două persoane de sex diferit, care cad de acord să trăiască împreună și să întemeieze o familie.

Conform *Codului familiei* din țara noastră, căsătoria reprezintă: *uniunea liber consimțită dintre un bărbat și o femeie, încheiată cu respectarea dispozițiilor legale, în scopul formării unei familii.* Căsătoria se sprijină pe un **act juridic** (acordul de voință al părților pentru căsătorie) și oferă soțului și soției **drepturi și obligații** ocrotite de lege.

Căsătoriile pot fi:

- civile – reglementate prin legislația statelor;

- religioase – încheiate prin biserică;
- după datină – celebrate după tradițiile locale sau tribale;
- uniuni libere (consensuale, nelegitime) sau concubinaj – atunci când instituirea uniunii celor două persoane de sex diferit nu este însoțită de nici o formalitate sau ceremonie.

În funcție de modul de autorizare a persoanelor care urmează a se căsători, deosebim următoarele fenomene:

- *endogamia* – reprezintă autorizarea contractării căsătoriilor între membrii aceleiași comunități (clan, trib); în zilele noastre – în comunitățile izolate din punct de vedere geografic, social, religios etc.;
- *exogamia* – apare atunci când alegerea partenerului se face din afara categoriei, grupului sau comunității izolate;
- *homogamia* – apare în cazul căsătoriilor în care soții prezintă anumite caracteristici comune (sociale, fizice, psihice etc.);
- *heterogamia* – apare în cazul căsătoriilor în care soții nu prezintă nici o caracteristică comună (socială, fizică, psihică etc.);
- *căsătoriile mixte* – cele încheiate între persoane diferite prin diverse caracteristici cum ar fi: religia, naționalitatea, rasa etc.

Cei doi soți formează o *pereche căsătorită* sau un *cuplu conjugal*.

În țările dezvoltate, prin legislație se stabilește o vârstă minimă la căsătorie, care diferă, de regulă, la cele două sexe; în România, *vârsta minimă la căsătorie* este:

- 18 ani împliniți – la bărbați
- 16 ani împliniți – la femei (cu dispensă, 15 ani)

În țările mai civilizate, vârsta minimă la căsătorie este mai ridicată decât în cele mai slab dezvoltate; în țările dezvoltate (și în România) au efect legal doar căsătoriile civile; în țările mai slab dezvoltate au efect legal și căsătoriile religioase.

În funcție de legislație și de obiceiurile matrimoniale, o populație poate fi:

- *monogamă* – o persoană masculină nu se poate căsători în același timp decât cu o singură persoană de sex feminin și invers
- *poligamă* – un soț poate avea simultan două sau mai multe soții
- *poliandă* – o femeie poate avea mai mulți soți (în societăți primitive: unele triburi din Oceanul Pacific).

⇒ în majoritatea statelor lumii, poligamia și poliandria sunt considerate infracțiuni.

**Populația nupțială** este populația aptă de a se căsători; în România, ea este formată din:

- celibatari în vârstă de 16 ani și peste (femei) și 18 ani și peste (bărbați)
- văduvi
- divorțați

**Promoția de căsătorii** este cohorta căsătoriilor încheiate într-un an (indiferent de generațiile cărora le aparțin soții); sunt studiate statistic cu ajutorul analizei longitudinale iar sursele de informații necesare analizei fenomenului sunt:

- recensământul
- statistica stării civile
- anchete special organizate.

Spre deosebire de alte fenomene demografice, unde întreaga populație este expusă riscului (exemplu: mortalitatea), informațiile cu privire la populația expusă riscului de căsătorie, recăsătorire, divorț și văduvie sunt specifice unor categorii speciale de populație, care trebuie riguros delimitate în timp, spațiu și din punct de vedere calitativ:

- riscul primei căsătorii nu îl au decât persoanele celibatate care au capacitatea de a se căsători în mod legal;
- riscul de recăsătorire îl au doar persoanele văduve și cele divorțate;
- riscul de divorț îl au doar persoanele căsătorite.

Nupțialitatea poate fi studiată după următoarele caracteristici:

- vârsta persoanelor la data încheierii căsătoriei;



- rangul căsătoriei (numărul de ordine) – au importanță în analiză *primele căsătorii* sau cele de *rangul întâi*;
- mediul (urban – rural) din care provin soții;
- naționalitatea și religia soților;
- nivelul de instruire, profesia și ocupația soților.

### 3.3.2. Indicatorii nupțialității

❖ **Indicatorii de volum** – desemnează mulțimea evenimentelor demografice legate de nupțialitate care au avut loc într-o anumită populație într-o perioadă de timp (un an), respectiv colectivitățile de populație supuse unor riscuri legate de nupțialitate; exemple:

- colectivitatea căsătoriilor (număr de căsătorii) – **C**
- colectivitatea căsătoriților – **2C**
- populația căsătorită – **Pc**
- populația totală – **P**
- populația celibatară – **Pnc**

❖ **Indicatorii intensității (frecvenței) nupțialității:**

- **rata brută de nupțialitate ( $c$ )**, numită și **rata de nupțialitate**, calculată ca raport ( $^0/_{00}$ ) între colectivitatea căsătoriilor (**C**) sau cea a căsătoriților (**2C**) dintr-un an și populația medie anuală ( $\bar{P}$ ):

$$c = \frac{C}{\bar{P}} \cdot 1000 \Rightarrow \text{rata brută de nupțialitate a căsătoriilor}$$

$$c' = \frac{2C}{\bar{P}} \cdot 1000 \Rightarrow \text{rata brută de nupțialitate a căsătoriților} \quad (c'=2c)$$

- **rata generală de nupțialitate ( $c_g$ )**, calculată ca raport ( $^0/_{00}$ ) între numărul căsătoriilor (**C**) încheiate într-un an și populația medie nupțialabilă ( $\bar{P}_{15-}$ ); reflectă mai bine intensitatea fenomenului, deoarece la numitor se ia în calcul doar populația supusă riscului căsătoriei:

$$c_g = \frac{C}{\bar{P}_{15-}} \cdot 1000$$

- **rata primelor căsătorii ( $c_p$ )** sau **rata de căsătorie a celibatarilor**, calculată ca raport ( $^0/_{00}$ ) între numărul primelor căsătorii (**C<sub>p</sub>**) și populația de stare civilă necăsătorită ( $\bar{P}_{nc}$ ); măsoară șansa de a contracta o căsătorie de către o persoană celibatară:

$$c_p = \frac{C_p}{\bar{P}_{nc}} \cdot 1000$$

- **rata recăsătoririlor ( $c_r$ )**, calculată ca raport ( $^0/_{00}$ ) între numărul de căsătorii ale persoanelor văduve și divorțate (**C<sub>vd</sub>**) și numărul mediu al persoanelor din aceste două categorii de stare civilă ( $\bar{P}_{vd}$ ):

$$c_r = \frac{C_{vd}}{\bar{P}_{vd}} \cdot 1000$$

- **ratele specifice de nupțialitate ( $c_s$ )**, care se pot calcula în funcție de sex, vârstă și starea civilă anterioară căsătoriei:

$$c_s^m = \frac{C^m}{\bar{P}^m} \cdot 1000 \quad c_s^f = \frac{C^f}{\bar{P}^f} \cdot 1000 \Rightarrow \text{ratele specifice pe sexe}$$

$$c_x = \frac{C_x}{\bar{P}_x} \cdot 1000 \quad x = \overline{15, \omega} \Rightarrow \text{ratele specifice pe vârste sau grupe de vârstă}$$

Utilizate foarte des în analiza comparativă în timp și spațiu, atât rata brută cât și rata generală de nupțialitate, pot fi scrise astfel:

$$c = \sum_0^{\omega} c_x \cdot g_x \qquad c_g = \sum_{15}^{\omega} c_x \cdot g_x$$

Unde:  $c_x$  = ratele specifice de nupțialitate pe vârste

$$g_x = \frac{P_x}{\sum P_x} = \text{ponderea fiecărei grupe de vârstă}$$

Pentru o analiză corectă, cele două rate **se standardizează**; cele două metode de standardizare (directă și indirectă) sunt asemănătoare cu cele folosite în studiul mortalității populației.

- **rata totală de nupțialitate ( $c_t$ )** – arată numărul total de căsătorii care revin pe o persoană în vârstă de 15 ani și peste în cadrul unei cohorte ipotetice și se calculează prin însumarea ratelor specifice de nupțialitate pentru toate vârstele nupțiabile, după formula:

$$c_t = \sum_{15}^{\omega} c_x \qquad \text{sau} \qquad c_t = \sum_{15}^{\omega} \frac{C_x}{P_x} \Rightarrow \text{în cazul unor intervale anuale de vârstă}$$

$\Rightarrow$  acest indicator se poate calcula și pentru intervale cincinale de vârstă, pentru primele căsătorii sau pe sexe.

- **vârsta medie la căsătorie ( $\bar{x}_c$ )** – se ține cont de diferențele pe sexe ale vârstei minime legale de căsătorie

$$\bar{x}_c = \frac{\sum_{x=16}^{\omega} (x+0,5) \cdot C_x}{\sum_{x=16}^{\omega} C_x} \Rightarrow \text{pentru femei} \qquad \bar{x}_c = \frac{\sum_{x=18}^{\omega} (x+0,5) \cdot C_x}{\sum_{x=18}^{\omega} C_x} \Rightarrow \text{pentru bărbați}$$

- **vârsta mediană la căsătorie** sau **vârsta probabilă la căsătorie** – este vârsta la care s-a căsătorit jumătate din efectivul unei colectivități de celibatari în vârstă nupțiabilă; pe baza acestui indicator căsătoriile se pot clasifica astfel:
  - *precoce* -  $M_e \leq 18 \text{ani}$
  - *timpurii* -  $18 \text{ani} \leq M_e \leq 19 \text{ani}$
  - *mature* -  $20 \text{ani} \leq M_e \leq 21 \text{ani}$
  - *târzii* -  $M_e \geq 22 \text{ani}$
- **vârsta modală la căsătorie** sau **vârsta normală la căsătorie** este vârsta la care se produc cele mai multe căsătorii ale celibatarilor.

### 3.3.3. Concepte de bază ale divorțialității. Indicatorii divorțialității

**Divorțul** este o formă de desfacere a unei căsătorii încheiate legal, printr-o hotărâre definitivă a instanțelor judecătorești.

**Divorțialitatea** este un fenomen demografic apărut în ciclul de viață familială care întrerupe legal o căsătorie; caracterizează mulțimea divorțurilor care s-au produs într-o populație într-o perioadă de timp (un an); *influențează direct fertilitatea legitimă*. Principalele surse de informații pentru studiul acestui fenomen sunt:

- recensământul populației
- statistica stării civile
- anchetele prin sondaj.

Deoarece populația supusă riscului de divorț este doar populația căsătorită, divorțialitatea se poate analiza în cadrul:

- populației căsătorite
- promoțiilor de căsătorii.

Studierea fenomenului are importanță atât din punct de vedere demografic, cât și social și economic; efecte directe ale fenomenului:

- influențează direct stabilitatea familiei
- influențează direct fertilitatea conjugală
- există o corelație strânsă între precocitatea căsătoriilor și cea a divorțurilor.

Principalii indicatori statistici utilizați în analiza fenomenului de divorțialitate sunt:

- **rata brută de divorțialitate ( $d$ )**, care măsoară intensitatea divorțurilor în cadrul unei populații și se calculează prin raportarea ( $^0/_{00}$ ) mulțimii persoanelor divorțate ( $2D$ ) sau a divorțurilor ( $D$ ) la efectivul mediu al populației ( $\bar{P}$ ):

$$d = \frac{D}{\bar{P}} \cdot 1000$$

$$d' = \frac{2D}{\bar{P}} \cdot 1000$$

⇒ utilitate – analize și comparații la nivel național, regional sau internațional

⇒ limite – numitorul nu reprezintă populația supusă riscului de divorț, ci întreaga populație cu vârsta de la 0 →  $\omega$  ani.

- **rata generală de divorțialitate ( $d_g$ )**, calculată prin raportarea ( $^0/_{00}$ ) numărului divorțurilor ( $D$ ) sau a persoanelor divorțate ( $2D$ ) la numărul populației în vârstă nupțialabilă:

$$d_g = \frac{D}{\bar{P}_{f16+} + \bar{P}_{m18+}} \cdot 1000$$

$$d_g = \frac{2D}{\bar{P}_{f16+} + \bar{P}_{m18+}} \cdot 1000$$

- **rata generală de divorțialitate a populației căsătorite ( $d'_g$ )**:

$$d'_g = \frac{D}{\bar{P}_c} \cdot 1000$$

$$d'_g = \frac{2D}{\bar{P}_c} \cdot 1000$$

- **raportul de divorțialitate ( $d_c$ )**, calculat ca raport procentual între mulțimea divorțurilor și cea a căsătoriilor care au avut loc în timpul unui an calendaristic; semnifică numărul mediu de divorțuri care revin, în medie, la 100 de căsătorii încheiate într-un an calendaristic.

$$d_c = \frac{D}{C} \cdot 100$$

- **ratele specifice de divorțialitate ( $d_s$ )**, calculate pentru întreaga populație nupțialabilă ( $P_{n,x}$ ) sau numai pentru populația căsătorită ( $P_{c,x}$ ) pe vârste sau grupe de vârstă:

$$d_s = \frac{D_x}{P_{n,x}} \cdot 1000$$

$$d'_s = \frac{D_x}{P_{c,x}} \cdot 1000$$

**Observație:** ca și alte fenomene demografice, divorțialitatea poate fi privită în funcție de ratele specifice de divorțialitate pe vârste și de structura populației pe vârste; pentru a înlătura influențele de structură în studiul variației divorțialității (în timp sau spațiu) se recurge la *standardizarea divorțialității*.

- **rata nupțialității nete ( $c_n$ )**, calculată ca diferență între rata generală de nupțialitate și rata generală de divorțialitate:

$$c_n = c_g - d_g = \left( \frac{C}{\bar{P}} - \frac{D}{\bar{P}} \right) \cdot 1000 = \frac{C - D}{\bar{P}} \cdot 1000$$

- **rata totală de divorțialitate ( $d_t$ )**, calculată ca sumă a ratelor specifice de divorțialitate pentru întreaga populație nupțialabilă sau numai pentru cea căsătorită; reprezintă numărul total de

divorțuri care revin, în medie, pe o persoană în vârstă nupțialabilă (sau pe o persoană căsătorită):

$$d_t = \sum_{x=15}^{\omega} d_x$$

- **vârsta medie la divorț ( $\bar{x}_d$ ):**

$$\bar{x}_d = \frac{\sum_{x=16}^{\omega} (x + 0,5) D_x}{\sum_{x=16}^{\omega} D_x}$$

**Notă:** analiza transversală a celor două fenomene (nupțialitate și divorțialitate), ai căror indicatori au fost prezentați anterior, se completează cu *analiza longitudinală*, în cadrul căreia se întocmesc *tabelele (brute sau nete) de nupțialitate și divorțialitate*.

### 3.4. Natalitatea și fertilitatea

#### 3.4.1. Concepte de bază

**Natalitatea** caracterizează mulțimea născuților-vii în cadrul unei colectivități umane.

**Fertilitatea** este fenomenul demografic care descrie capacitatea de procreare sau reproducere care se manifestă în cadrul unei populații delimitate în timp și spațiu.

**Nașterea vie** este evenimentul demografic de expulzare sau de extragere din corpul mamei a produsului de concepție, indiferent de durata gestației, care, după separare, prezintă semne de viață (bătăile inimii, pulsațiile cordonului ombilical, contracția musculară dependentă de voință etc.).

Produsul concepției, în perioada de gestație, parcurge trei stadii importante - zigot, embrion, foetus - și se termină sub formă de: născut-viu, născut-mort, avort.

**Născutul-viu** este produsul concepției expulzat sau extras din corpul mamei, indiferent de perioada gestației (dar nu mai puțin de 28 de săptămâni) și care, după separație, prezintă semne de viață. **Născutul-premat** este copilul născut cu 3-4 săptămâni înainte de terminarea perioadei de sarcină și care are o greutate mai mică de 2500 de grame. **Născutul-mort** este fătul expulzat sau extras complet din corpul mamei după o perioadă de gestație de cel puțin 28 de săptămâni, care nu prezintă nici un semn de viață. **Avortul** reprezintă întreruperea cursului normal al sarcinii în primele șapte luni. *Tipuri de avorturi:*

- după caracterul de intenționalitate:
  - avort spontan – pierderea sarcinii independent de voința mamei
  - provocat – întreruperea artificială a sarcinii prin diverse mijloace
- din punctul de vedere al respectării legalității:
  - avorturi legale – permise de lege
  - avorturi ilegale – interzise de lege
- avorturi terapeutice – recomandate și utilizate în anumite cazuri medicale speciale, pentru a proteja sănătatea mamei.

În funcție de numărul copiilor (feților) născuți, nașterile pot fi:

- *simple* – se naște un singur făt, viu sau mort
- *multiple* – se nasc doi sau mai mulți feți, vii sau morți; când se nasc doi copii, nașterea este *gemelară*, iar cei doi feți se numesc *gemeni*.

**Observație:** în mod obișnuit, în demografie, natalitatea și fertilitatea se referă în special la populația feminină (fertilitatea masculină, deși la fel de importantă, este mai greu de urmărit și măsurat în practică).

**Vârsta de reproducere** sau **vârsta fertilă** pentru femei este între 15 și 49 de ani.

**Fecunditatea** este capacitatea fiziologică a femeii sau a cuplului conjugal de a naște copii vii; nivelul maxim al fecundității unei femei este de 20 de copii; manifestarea efectivă a fecundității o reprezintă *fertilitatea*.

*Sterilitatea* este fenomenul opus fecundității; manifestarea efectivă a sterilității o reprezintă *infertilitatea* (totală, parțială, dorită, temporară, definitivă etc.).

**Comportamentul demografic procreator (reproductiv)** este reprezentat de atitudinea unui cuplu conjugal cu privire la propria reproducere sau la dimensiunea familiei; în istoria civilizației umane există două tipuri majore de comportamente demografice reproductive:

- *natural (primitiv)*
- *conștient (rațional)* – stabilirea conștientă a numărului de copii și a eșalonării în timp a nașterilor unei familii; este echivalentul planificării familiale și specifică țărilor dezvoltate; este obiectivul principal al oricărei politici demografice și a avut ca efect trecerea de la familia extinsă la familia nucleară.

Corespunzător celor două tipuri de comportament demografic reproductiv, în analiza demografică apar două concepte legate de fertilitate:

- *fertilitatea naturală* – fertilitatea pe care ar avea-o o populație umană dacă nu ar face nici un efort conștient pentru a-și limita nașterile;
- *fertilitatea dirijată* – fertilitatea populațiilor care practică cu eficacitate limitarea nașterilor.

### 3.4.2. Indicatorii natalității și fertilității

- ❖ **rata brută de natalitate** ( $n$ ) – măsoară frecvența sau intensitatea nașterilor în cadrul unei populații și se calculează prin raportarea ( $^0/_{00}$ ) numărului de născuți-vii ( $N_{vii}$ ) la efectivul mediu al populației ( $\bar{P}$ ):

$$n = \frac{N_{vii}}{\bar{P}} \cdot 1000$$

- ❖ **rata generală de fertilitate** ( $f_g$ ) – calculată ca raport ( $^0/_{00}$ ) între numărul născuților-vii și efectivul mediu al populației feminine în vârstă fertilă ( $\bar{P}_{15-49}^f$ ):

$$f_g = \frac{N_{vii}}{\bar{P}_{15-49}^f} \cdot 1000$$

- ❖ **rate specifice de fertilitate pe grupe de vârstă** ( $f_x$ ), calculate ca raport  $^0/_{00}$  între numărul născuților-vii de mame aparținând unei grupe de vârstă și efectivul populației feminine din acea grupă de vârstă ( $x$ ):

$$f_x = \frac{N_{vix}}{\bar{P}_x^f} \cdot 1000$$

Rata generală de fertilitate se calculează ca o medie aritmetică ponderată a ratelor specifice de fertilitate pe vârste:

$$f_g = \sum_{x=15}^{49} f_x \cdot S_x$$

unde  $S_x = \frac{P_x^f}{\sum_{x=15}^{49} P_x^f} =$  ponderea femeilor de o anumită vârstă în totalul populației feminine fertile.

- ❖ **rata totală de fertilitate** ( $f_t$ ) sau **indicatorul conjunctural al fertilității** – exprimă numărul mediu de copii pe care i-ar naște o femeie în decursul întregii sale vieți fertile, dacă la fiecare vârstă ar avea fertilitatea specifică a contingentului fertil, observată în anul de calcul; se determină prin însumarea ratelor specifice de fertilitate pe vârste (sub formă de coeficient):

$$f_t = \sum_{x=15}^{49} f_x$$

**rata brută de reproducere de moment** ( $r_{tm}$ ) – se determină prin multiplicarea indicatorului conjunctural al fertilității cu rata de feminitate a nașterilor (valoarea folosită frecvent este 0,49);

- ❖ **rangul mediu al născutului-viu** ( $\bar{k}$ ) – se calculează ca o medie aritmetică ponderată a rangurilor născuților-vii ( $k_i$ ) cu numărul născuților-vii de un anumit rang ( $N_i$ ):

$$\bar{k} = \frac{\sum k_i \cdot N_i}{\sum N_i}$$

Se pot determina și rate specifice de fertilitate după rangul născutului-viu ( $f_{ki}$ ), calculate prin raportarea numărului născuților-vii din cadrul fiecărui rang ( $k_i$ ) la efectivul de femei de vârstă fertilă:

$$f_1 = \frac{N_1}{P_{15-49}^f} \cdot 1000 \quad \dots \quad f_8 = \frac{N_8}{P_{15-49}^f} \cdot 1000$$

⇒ Între rata generală și ratele specifice de fertilitate după rang există relația:

$$f_g = \sum_{k=1}^8 f_{ki}$$

Studiul variației fertilității generale feminine (în timp sau spațiu) trebuie să ia în considerare faptul că aceasta depinde de fertilitatea specifică pe vârste (factor calitativ -  $f_x$ ) și de structura populației fertile feminine pe vârste (factor structural -  $S_x$ ); pentru a separa și înlătura influența factorului structural se recurge, și în acest caz, la *standardizarea fertilității* (prin metoda directă sau cea indirectă).

În funcție de caracteristica *starea civilă a populației fertile feminine*, fertilitatea poate fi:

- *conjugală* – rata fertilității conjugale ( $f_g^c$ ) se determină prin raportarea ( ${}^0/_{00}$ ) născuților-vii de către femeile căsătorite ( $N_c$ ) la efectivul femeilor căsătorite de vârstă fertilă ( $\sum_{15}^{49} F_x^c$ ):

$$f_g^c = \frac{N_c}{\sum_{15}^{49} F_x^c} \cdot 1000$$

- *extraconjugală* – rata fertilității extraconjugale ( $f_g^n$ ) se determină prin raportarea ( ${}^0/_{00}$ ) născuților-vii aparținând femeilor necăsătorite, divorțate sau văduve ( $N_n$ ) la efectivul femeilor în vârstă fertilă cu aceeași stare civilă ( $\sum_{15}^{49} F_x^n$ ):

$$f_g^n = \frac{N_n}{\sum_{15}^{49} F_x^n} \cdot 1000$$

Analiza fertilității în *optică longitudinală* are la bază **tabelele de fertilitate**:

- *construite pe generații de femei* – prin înregistrarea numărului născuților-vii ai acestora paralel cu înaintarea în vârstă și luând în considerare riscul de deces al femeilor în intervalul de vârstă fertilă;
- *de moment* – elaborate în optică transversală pe baza informațiilor statistice anuale asupra stării civile a populației feminine.

Indicatorii specifici tabelor de fertilitate sunt:

- *probabilitatea de fertilitate feminină la vârsta x* ( $p_x^f$ ), calculată ca raport între născuții-vii în intervalul de vârstă  $x, x+1$  ( $N_{x,x+1}$ ) și efectivul supraviețuitoarelor la vârsta  $x$  ( $S_x^f$ ):

$$p_x^f = \frac{N_{x,x+1}}{S_x^f}$$

- *probabilitatea de infertilitate* ( $q_x^f$ ):

$$q_x^f = 1 - p_x^f$$

Principalul indicator sintetic al tabelii de fertilitate este **descendența finală** (încheiată) a unei generații de femei la sfârșitul perioadei fertile.

## 4. METODE STATISTICE DE ANALIZĂ A CALITĂȚII VIEȚII

### 4.1. Dezvoltarea umană - componentă de bază a calității vieții

Analiza statistică a calității vieții - verigă importantă a sistemului statistic din orice țară – presupune, în primul rând, o definiție cât mai clară a acestui concept. Deseori se face confuzie între nivelul de trai și calitatea vieții, concepte care diferă prin sfera lor de cuprindere.

Prin **nivel de trai** înțelegem gradul de satisfacere a necesităților de viață ale populației unei țări, ale unui grup social sau ale unei persoane; este expresia volumului de bunuri și servicii de care dispune populația, pe baza veniturilor obținute. Caracterizarea nivelului de trai al unei societăți are la bază următoarele elemente: nivelul și evoluția veniturilor, nivelul, evoluția și structura consumului, condițiile de muncă, condițiile de locuit, indicatori ai sistemului sanitar, nivelul de instruire a populației. Putem spune că nivelul de trai reprezintă ansamblul condițiilor materiale, culturale și sociale pe care societatea le pune la dispoziția întregii colectivități.

**Calitatea vieții** (concept lansat în anii '60 de către societatea nord-americană) reprezintă ansamblul condițiilor vieții umane (condiții naturale, tehnice, economice, sociale, politice, culturale, etice etc.) care asigură integritatea și progresul biologic, satisfacerea cerințelor de ordin economico-social, de nivel de trai, material și cultural, de viață spirituală, care permite echilibrul continuu al omului și desăvârșirea personalității sale umane.

Conceptul de calitate a vieții are o sferă mai largă de cuprindere comparativ cu nivelul de trai, incluzând și: calitatea mediului înconjurător, starea demografică, calitatea condițiilor de locuit, de muncă și de odihnă, starea de sănătate, instruirea și nivelul de educație și cultură, condițiile mediului socio-politic.

Premisa teoretică a modului de abordare a problematicii calității vieții se bazează pe următoarele considerente:

- oamenii se deosebesc fundamental între ei din punct de vedere al nevoilor și priorităților;
- oamenii nu trec în mod obligatoriu la nevoi superioare atunci când cele inferioare sunt deja satisfăcute;
- numărul celor pentru care forța fizică este mult mai importantă decât forța minții este mult mai mare.

Dacă la aceste considerente adăugăm și elementele care țin de mediul social:

- modul de implicare a individului în luarea deciziilor la nivel de societate
  - climatul tensionat sau relaxat al raporturilor sociale
- ⇒ obținem o altă imagine a calității vieții - aceea a egalității șanselor în cadrul societății.

Pentru a asigura cadrul general al statisticii calității vieții, în afară de definiția corectă a conceptului, este necesar un sistem informațional adecvat, care să permită caracterizarea nivelului și dinamicii calității vieții; oricât de performante ar fi metodele de măsurare sau modelele de analiză folosite, calitatea necorespunzătoare a datelor utilizate poate anula complet efectele pozitive ale performanțelor acestora.

Ca o paradigmă a dezvoltării, începând cu anul 1990, Programul Națiunilor Unite pentru Dezvoltare (PNUD) a introdus conceptul de dezvoltare umană; acest concept a evoluat an de an, fiind astăzi considerat ca făcând parte din limbajul de specialitate al problematicii dezvoltării la nivel mondial.

Schimbările politice, ca urmare a căderii blocului comunist, au impus apariția unei abordări alternative a dezvoltării, care să promoveze în primul rând condiția umană și care să acorde o atenție mai mare individului; s-a conturat clar necesitatea de a situa oamenii, nevoile și aspirațiile acestora în centrul oricărui efort de dezvoltare și de a orienta politicile economice, în primul rând

către individ.

Dezvoltarea umană presupune asigurarea acelor mijloace prin care oamenii să se poată bucura de o viață sănătoasă și să poată participa activ la luarea deciziilor care le afectează viața.

Studierea dezvoltării umane - abordată din perspective multiple: economică, filozofică, socială sau psihologică - a cunoscut mai multe etape, conceptele și definiția acestora evoluând continuu (de la conceptul de dezvoltare a resurselor umane până la cel de dezvoltare umană durabilă, specific acestui început de mileniu). Știința pledează în prezent pentru o abordare a dezvoltării umane care izvorăște din nevoia ca fiecare națiune să-și reconceapă și reorienteze politicile în scopul de a reflecta modul în care se poate implica pentru ca aspirațiile oamenilor să fie realizate - fiind recunoscute următoarele cerințe fundamentale ale acestora: o viață lungă și sănătoasă, dobândirea de cunoștințe și acces la resursele necesare pentru un nivel de trai decent.

Conceptul de **dezvoltare umană** poate fi definit în prezent ca fiind procesul de lărgire a posibilităților prin care generațiile prezente și viitoare își pot manifesta deplin opțiunile în orice domeniu: economic, social, cultural sau politic, ființa umană în sine fiind așezată în centrul acțiunilor destinate dezvoltării. Pot fi sintetizate patru componente esențiale ale dezvoltării umane:

- ❖ *productivitatea* - populația trebuie să aibă posibilitatea să-și sporească productivitatea și să participe deplin la procesul de generare a veniturilor; creșterea economică este, astfel, un subset al modelelor de dezvoltare umană;
- ❖ *echitatea* – populația trebuie să aibă acces echitabil la opțiuni;
- ❖ *durabilitatea* - accesul la opțiuni trebuie asigurat nu numai pentru generațiile prezente, ci și pentru generațiile viitoare; toate formele de capital - fizic, uman și de mediu - trebuie să fie reîntregite;
- ❖ *împuternicirea* - omul trebuie să participe deplin la deciziile și procesele care îi modelează viața.

*Dezvoltarea umană presupune asigurarea acelor mijloace prin care oamenii să se poată bucura de o viață sănătoasă și să poată participa activ la luarea acelor decizii care le afectează viața. Această nouă abordare a dezvoltării – prin situarea individului în centrul atenției – a impus ca dezvoltarea economică să nu mai fie un scop în sine, ci un mijloc în slujba omeniirii.*

## 4.2. Metodologia indicatorilor sintetici ai dezvoltării umane

### A Utilizată până în anul 2010

- ❖ **Indicele dezvoltării umane (IDU)** – sintetizează dezvoltarea umană prin intermediul a trei indicatori corespunzători celor trei dimensiuni majore:
  - **longevitatea** – măsurată prin speranța de viață la naștere;
  - **nivelul de educație** – măsurat prin media aritmetică ponderată între gradul de alfabetizare al populației adulte (2/3) și rata brută de cuprindere în învățământul de toate nivelurile (1/3);
  - **standardul de viață** – măsurat prin PIB/loc, calculat la paritatea puterii de cumpărare în dolari SUA (\$ SUA PPC).
- ❖ Indicele specific ( $I_s$ ) fiecăreia dintre cele trei dimensiuni ale dezvoltării umane se

calculează astfel: 
$$I_s = \frac{V_{reala} - V_{min}}{V_{max} - V_{min}}$$

*Notă: indicele PIB se calculează ca diferență între logaritmiile valorilor.*

**Valorile extreme** - stabilite de PNUD

Indicator	Valoarea maximă	Valoarea minimă
Speranța de viață la naștere (ani)	85	25
Gradul de alfabetizare (%)	100	0
Rata brută de cuprindere școlară (%)	100	0
PIB/loc (\$ SUA PPC).	40000	100



$$\diamond IDU = \frac{I_L + I_E + I_{PIB}}{3}$$

### B Utilizată începând cu anul 2010

- ❖ **Indicele dezvoltării umane (IDU)** – măsoară realizările dintr-o țară în cele trei dimensiuni de bază ale dezvoltării umane:
  - **o viață lungă și sănătoasă** – măsurată prin speranța de viață la naștere;
  - **accesul la cunoaștere** – măsurat prin doi indicatori: numărul mediu de ani de școlarizare și speranța de viață școlară (numărul prognozat de ani de școlarizare);
  - **un standard decent de viață** – măsurat prin VNB/loc, calculat la paritatea puterii de cumpărare în dolari SUA (\$ SUA PPC).
- ❖ Indicii specifici ( $I_s$ ) fiecărei dimensiuni a dezvoltării umane se calculează astfel:

$$I_s = \frac{V_{reala} - V_{min}}{V_{max} - V_{min}}$$

*Notă: pentru educație, formula anterioară se aplică fiecărei subcomponente, rezultând doi indici, și apoi mediei geometrice a acestora; pentru venit, se folosesc logaritmi naturali ai celor trei valori: reală, minimă și maximă.*

#### Valorile extreme

Dimensiune	Valoarea maximă observată	Valoarea minimă
<i>Speranța de viață</i>	83.2 (Japonia, 2010)	20
<i>Numărul mediu de ani de școlarizare</i>	13.2 (SUA, 2000)	0
<i>Speranța de viață școlară</i>	20.6 (Australia, 2002)	0
<i>Indicele combinat al educației</i>	0.951 (Noua Zeelandă, 2010)	0
<i>VNB/loc (\$ SUA PPC).</i>	108211 (Emiratele Arabe Unite, 1980)	163 (Zimbabwe, 2008)

$$\diamond IDU = \sqrt[3]{I_L \cdot I_E \cdot I_{VNB}}$$

# PREVIZIUNE ECONOMICĂ

## 1. NECESITATEA ȘI ROLUL PREVIZIUNII ECONOMICE ÎN SOCIETATEA CONTEMPORANĂ

### 1.1. Previziunea economică – acțiune practică și știință

Gestiunea previzională este impusă de particularitățile evoluției contemporane; gestiunea previzională sporește capacitatea colectivă de organizare și concentrare a eforturilor spre realizarea unui obiectiv bine definit în timp.

În centrul sistemului de activități implicate de gestiunea economică se află previziunea, care este în strânsă conexiune cu celelalte componente ale sale. Aceasta nu înseamnă că previziunea le subordonează pe celelalte, ci că toate îi creează câmp favorabil de manifestare și, în același timp, se sprijină pe aceasta în realizarea obiectivelor pe care și le propun.

Astfel, nu se pot concepe organizarea, coordonarea și controlul fără previziune, dar nici previziunea fără acestea.

Organizarea creează cadrul necesar pentru desfășurarea unei activități sistematice de anticipare sau prefigurare a viitorului; previziunea, la rândul său, permite perfecționarea continuă a cadrului organizatoric în care se desfășoară activitățile economice.

Coordonarea permite sincronizarea tuturor activităților pentru realizarea obiectivelor previzionate, dar, pentru aceasta, activitățile respective trebuie să urmeze, la rândul lor, anumite evoluții care să corespundă scopului urmărit, conturate tot prin previziune.

Controlul permite evidențierea abaterilor față de parametrii prestabiliți prin previziune și adoptarea măsurilor corespunzătoare, furnizând astfel informații pentru elaborarea unor previziuni cât mai realiste. Organizarea, coordonarea și controlul se află în strânsă conexiune nu numai cu previziunea, ci și între ele însele.

Rolul și locul componentelor gestiunii economice se modifică în timp, funcție de evoluția gradului de dezvoltare economică, de modul de gestiune a economiei naționale și de concepția despre aceasta. Mutațiile cele mai sensibile vizează componenta previziune și creșterea ponderii sale, fără a se înțelege însă că s-ar diminua rolul celorlalte.

Amplificarea rolului previziunii se concretizează, între altele, în proliferarea cercetărilor prospective. Aceasta se datorează următoarelor împrejurări:

**a)** creșterea importanței deciziilor economice, reflectată în mărimea resurselor pe care le necesită pentru a fi transpuse în practică, în complexitatea noilor capacități de producție și în influența rezultatelor obținute asupra multor sectoare ale vieții economico-sociale;

**b)** evoluția tot mai rapidă a științei și tehnicii, care antrenează schimbări structurale în consum și în condițiile de producție, în eficiența activității, precum și accelerarea ritmului de introducere a inovațiilor tehnologice, concomitent cu schimbarea condițiilor de viață;

**c)** amplificarea și diversificarea schimburilor economice internaționale și necesitatea de a folosi eficient posibilitățile de colaborare cu partenerii externi;

**d)** importanța care se acordă creșterii economice și atingerii la termene scurte a unor niveluri înalte de civilizație;

**e)** necesitatea de a opri declinul economic, de a elimina dezechilibrele și distorsiunile moștenite de la planificarea supercentralizată, dar nu numai, de a asigura condițiile pentru o dezvoltare economică normală.

Previziunea, sub diversele sale forme și modalități de realizare, este un produs al gândirii și experienței umane. Ea reprezintă o expresie a raționalității, o formă de manifestare a capacității societății de a preîntâmpina cu metode științifice problemele economico-sociale cu care se confruntă.

Ca orice știință, previziunea economică este un ansamblu sistematic de cunoștințe și noțiuni, care are ca obiect de studiu:

- a) legitățile care determină necesitatea previziunilor;
- b) principiile de realizare a acestora potrivit condițiilor generale și particulare în care se desfășoară;
- c) metodele de previziune care pot fi folosite.

Componentele sistemului teoretic al științei „Previziunii economice” pot fi formulate după cum urmează:

- a) materialul factual supus observațiilor, adică informațiile semnificative asupra dinamicii fenomenelor și proceselor economico-sociale și rezultatele obținute în urma studierii lor;
- b) ipotezele formulate privind evoluția în viitor a vieții economico-sociale și gradul de probabilitate scontat, luându-se în considerație condițiile obiective și funcția scop;
- c) concluziile desprinse în urma analizei retrospective și prospective, exprimate prin noțiuni, legități și teorii confirmate de practică;
- d) metodele folosite.

Știința previziunii economice are o finalitate teoretico-practică, pentru atingerea căreia trebuie să se asigure:

- a) investigarea temeinică nu numai a fenomenelor și proceselor economice, ci și a celor științifice, tehnice, tehnologice, sociale, ecologice etc. în sfera cărora se efectuează cercetarea;
- b) cunoașterea contradicțiilor realității economice, a cauzelor care le generează, a modului lor de desfășurare și mișcare, precum și a măsurilor necesare pentru eliminarea acestora;
- c) cunoașterea legităților sau principiilor obiective ale dezvoltării sociale în general, ale desfășurării fenomenelor și proceselor economice în special;
- d) utilizarea unor metode moderne, performante de analiză și cuantificare, capabile să surprindă esența fenomenelor și proceselor economice cercetate, să le evalueze realist dimensiunile, tendințele evoluției lor în viitor, pentru că sunt influențate de factori numeroși, aflați în relații de intercondiționare.

## **1.2. Interacțiunea previziunii economice cu pârghiile pieței concurențiale**

Previziunea, ca element structural al gestiunii economice, presupune explorarea în timp pentru elaborarea studiilor previzionale, proces prin care se prefigurează sau se predetermină, cu metode și mijloace specifice, obiectul, structura, dinamica și eficiența unei acțiuni sau unui sistem de acțiuni viitoare.

Viitorul este funcție de necesitate, dar și de întâmplare; prin urmare, pe parcursul acțiunii se întrepătrund două categorii de elemente, și anume:

- elemente previzibile, cu caracter determinist, condiționate logic, prin cunoașterea precisă de către factorii de decizie a relațiilor de cauzalitate,
- elemente imprevizibile, accidentale, care nu sunt determinate de cauzele luate în considerație. Aceasta face să se adopte cu anticipație și măsuri împotriva eventualului risc provocat de factori aleatori. Se consideră că mărimea dezastrelor descrește pe măsura ce oamenii le cred posibile și pregătesc prevenirea sau, cel puțin, minimizarea efectelor lor.

### **Pentru influențarea și orientarea agenților economici se folosesc:**

- a) pârghii economico-financiare pentru influențarea comportamentului economic (impozite și taxe diferențiate, tarife vamale preferențiale sau restrictive etc.);
- b) un cadru legislativ adecvat, care să influențeze în mod pozitiv satisfacerea intereselor economiei naționale privind promovarea investițiilor de capital străin, înființarea și funcționarea societăților mixte, contingentarea unor importuri, acordarea de licențe de export;
- c) prevederi indicative, care orientează agenții economici asupra domeniilor și produselor care devin atractive și profitabile;
- d) prevederi ferme, obligatorii legate îndeosebi de executarea unor comenzi de stat.

Piața concurențială își poate îndeplini rolul numai dacă schimburile sunt libere, adică dacă nici un producător și nici un consumator nu este atât de puternic încât să elimine concurența.

În prezent, acest lucru este deosebit de greu de realizat; piața nu este absolut liberă nici unde în lume, din care cauză pârghiile sale nu pot acționa nestingherit și în toată plenitudinea.

Ca atare, intervine statul, care instituie anumite reguli pentru funcționarea pârghiilor pieței concurențiale; nu este vorba ca statul să ia decizii privind modul de organizare a concurenței pe piață, ci doar că instituțiile statului își concentrează atenția asupra unor reguli de funcționare a agenților economici potrivit intereselor societății. Intervenția statului se exercită numai în mod indirect, cu ajutorul pârghiilor economico-financiare.

Piața concurențială singură nu permite formarea unei imagini clare și reale asupra cererii și ofertei viitoare. Informații pertinente asupra acestora sunt oferite numai de previziuni, motiv pentru care se consideră că ele suplinesc limitele pieței. Fără un program realist nu se poate evita sau minimiza riscul și nici nu se poate maximiza efectul.

Piața concurențială singură nu poate rezolva o serie de probleme pe termen lung, cum ar fi, de exemplu: perfecționarea rețelei de telecomunicații, infrastructura transporturilor rutiere și feroviare etc., probleme care prezintă importanță deosebită pentru dezvoltarea economică a oricărei țări.

Piața concurențială nu exclude, deci, acțiunea conștientă, respectiv desfășurarea unei activități ample și complexe de previziune, ceea ce conduce la concluzia că între piața liberalizată și previziune există relații de interconținere, că este necesară folosirea concomitentă a informațiilor furnizate atât de piața concurențială cât și de studiile de previziune.

Se impune o remarcă specială în ceea ce privește interacțiunea planificării, ca formă principală a previziunii, cu pârghiile pieței concurențiale. În economia liberalizată, planificarea și planul, datorită caracterului lor incitativ, constituie un complement al politicii economice. Planul exprimă clar opțiunile, prioritățile și evoluțiile care rezultă din relațiile de piață.

Piața și planificarea constituie subsisteme reglatoare ale economiei moderne.

Piața concurențială și planul au rol complementar în economia actuală cu toate că au determinări obiective diferite și există concepții diferite în legătură cu locul și rolul acestora.

Nici piața concurențială și nici planificarea nu pot asigura, fiecare în parte, reglarea sistemului economic contemporan deosebit de complex. Fiecare reprezintă în sine un reglator cu funcțiune imperfectă.

Raportul dintre plan și piața concurențială reprezintă una dintre cele mai controversate probleme ale teoriei și practicii economice actuale. Aspectul cel mai disputat este acela dacă planul și piața concurențială sunt sau nu sunt compatibile.

### **1.3. Delimitări conceptuale privind prognoza economică**

Prognoza înseamnă anticiparea și evaluarea probabilistică a desfășurării în viitor a unor fenomene și procese din domeniile economic, tehnico-științific, tehnologic, social, ecologic etc., pornind de la evoluția anterioară a acestora și folosind un ansamblu de metode și tehnici pentru obținerea unor informații privind tendințele lor de perspectivă.

Prognoza este o evaluare științifică, cu grad ridicat de probabilitate, a evoluției posibile, cantitative și calitative, într-un anumit domeniu și pe un interval de timp bine determinat, numit orizont al prognozei.

Prognoza urmărește, pe de o parte, să stabilească stările probabile în evoluția unor fenomene sau procese față de anumite stări de referință și probabilitatea de a atinge aceste stări, iar pe de altă parte, să estimeze evoluția viitoare în concordanță cu anumite obiective ale dezvoltării istorice și cu tendințele mișcării pe plan mondial, pornind de la derularea anterioară și luând în considerație mutațiile care se prefigurează într-o anumită perspectivă.

Prognoza conține elementele unui comportament de lungă durată, ale unei strategii în care să se înscrie deciziile pentru gestiunea științifică a activităților. Prognoza își propune să ofere variante

pe baza cărora să se poată stabili opțiuni concrete în prezent, în perspectiva unui orizont de timp determinat lucid și relativ dezirabil, nu să prevadă viitorul în mod indubitabil.

Prognoza se bazează în mare măsură pe ipoteza de persistență. Aceasta include încrederea în persistența valorilor prezente ale variabilelor într-o tendință recentă și în persistența fluctuațiilor ciclice din trecut.

Prognoza reprezintă, în ultimă instanță, o etapă științifico-analitică a procesului de gestiune la orice nivel al economiei. Formal, prognoza este instrumentul previzional în care se concretizează activitatea de prognozare.

Se consideră că prognozele sunt de două feluri, și anume: prognoze încurajatoare și prognoze descurajante.

Pentru prognozele încurajatoare sunt citate următoarele două forme:

**a)** când se consideră că dezvoltarea de produse noi este consecința creșterii cererii pe piață, dar de fapt reprezintă o creștere a capacității de producție;

**b)** prognoza privind vânzările sezoniere, urmată de acțiuni ale managementului care tind să creeze caracterul sezonier.

Prognoza descurajantă este aceea care accentuează dificultățile pe care se presupune că ar trebui să le îndepărteze.

Prognoza economică îndeplinește funcții deosebit de importante, dintre care cele mai semnificative considerăm a fi următoarele:

**a)** furnizează informații despre evoluția viitoare a diferitelor fenomene sau procese pentru elaborarea unor soluții realiste, fundamentate pe criteriile eficienței și rentabilității economice;

**b)** contribuie la elaborarea unor variante ale dezvoltării viitoare, la nivelul economiei naționale sau la nivelul altor subsisteme ale acesteia, evidențiind avantajele și dezavantajele asociate fiecăreia, oferind astfel elemente de judecată pentru ierarhizarea variantelor și alegerea celei optime;

**c)** servește la formularea unor strategii economico-sociale;

**d)** estimează implicațiile de perspectivă ale tendințelor identificate;

**e)** oferă elemente de intervenție sau influențare pentru corectarea eventualelor abateri de la traiectoriile anticipate, considerate dezirabile, adică diminuează cât mai mult posibil riscurile și incertitudinile inerente oricărei activități economico-sociale.

Elaborarea prognozelor trebuie să aibă la bază o serie de cerințe unitare, ca de exemplu:

**a)** formularea unor ipoteze de dezvoltare;

**b)** folosirea analizei retrospective pentru stabilirea corelațiilor care s-au format în trecut și a factorilor care generează schimbări;

**c)** evidențierea contribuției progresului tehnic;

**d)** asigurarea echilibrului dinamic, cu deosebire în utilizarea resurselor;

**e)** analiza complexă (economică, socială, tehnologică, ecologică) și multilaterală (în profil de ramură sau sectorial, teritorial și organizatoric sau departamental).

Prognoza economică nu este la fel de sigură și exactă ca previziunile din științele fizice, dar poate fi realizată pe baza unor metode științifice, adică prin încercarea de a obține și prelucra toate informațiile care pot contribui la clarificarea problemei și prin evidențierea interdependențelor logice dintre fenomenele la care se referă aceste informații.

Prognoza economică implică, inevitabil, un anumit grad de incertitudine, dar, având în vedere importanța sa, trebuie elaborată de personal avizat iar administratorii activităților economice trebuie să ajungă la concluzii proprii despre perspectivă. Ei trebuie să ofere directive și idei tehnicienilor, să-i încurajeze să obțină cele mai bune rezultate în acest domeniu dificil și să valorifice la maximum informația prelucrată.

Activitatea economică păstrează totdeauna caracterul unui joc. Un jucător bun încearcă, însă, să obțină cele mai bune șanse. Șansele trebuie să se îmbunătățească, în activitatea economică, atunci când administratorul sau gestionarul dispune de informații complete și la zi și analizează ansamblul activității economice.

Abordarea logică a problemelor prognozei economice se bazează pe următoarele trei ipoteze:

a) mărimile economice privind nivelul producției, venitul, prețurile, salariile, dobânzile și cheltuielile, sunt interconectate într-un sistem foarte stabil în timp;

b) mărimile respective se modifică în viitor sub influența unor factori care acționează în prezent sau care pot fi deduși pe baza unor indicii observabile în prezent;

c) natura indiciilor sau a cauzelor și a consecințelor lor viitoare pot fi descoperite prin studiul evenimentelor din trecut.

Pe baza acestor ipoteze, care întâmplător stau la baza prognozei economice, dar și la baza teoriei economice și statisticii, se pot deduce trei strategii de bază pentru elaborarea prognozei, după cum urmează:

a) strategia deterministă - presupune că viitorul este legat cauzal, în mod strâns, de prezent - strategia s-ar utiliza, de exemplu, pentru estimarea cheltuielilor de construcții pe baza cunoașterii contractelor încheiate în prezent;

b) strategia simptomatică - presupune că semnalele prezentului indică în ce mod se va desfășura viitorul (asemenea semnale nu determină viitorul, dar indică procesele de schimbare care au început); strategia necesită reprezentarea în timp a indicatorilor principali a căror evoluție reflectă creșteri sau scăderi în activitatea generală a economiei;

c) strategia de sistem - presupune că analiza atentă a schimbărilor care au loc în lumea reală pune în evidență anumite regularități, numite uneori principii, teorii sau legi, deși pot părea că au caracter haotic sau accidental.

**Strategia deterministă** – avantajul acestei modalități de abordare a problemei prognozei este simplitatea sa. Strategia deterministă nu va fi eliminată niciodată de metodele mai complexe, datorită accentului pus pe necesitatea informării rapide și complete, aspect care face parte din prognoză, și datorită faptului că în unele împrejurări este cea mai sigură metodă de prognoză. Cu toate acestea, precizia prognozelor fundamentate pe strategia deterministă variază în limite largi, anume în raport invers proporțional cu lungimea perioadei de timp la care se referă.

O problemă complexă, precum evoluția economiei pe o perioadă de unul sau mai mulți ani, în mod evident nu poate fi investigată după strategia deterministă.

**Strategia simptomatică sau pe baza indicatorilor principali** – are avantajul specific că se concentrează asupra uneia dintre cele mai importante probleme ale prognozei economice într-o economie nedirijată, anume determinarea momentului de cotitură în evoluția ciclică (avânt și declin) a activității economice.

Unii analiști preferă considerarea separată a implicațiilor mai multor indicatori, fără să încerce agregarea lor într-un indicator complex. Alții consideră util să se prognozeze un indicator agregat pe baza curbelor separate aferente diferiților indicatori principali.

Puțini analiști se bazează însă exclusiv pe variația indicatorilor principali luați individual sau combinați.

Majoritatea analiștilor consideră că prognoza bazată exclusiv pe identificarea traiectoriilor posibile ale evoluției indicatorilor este prea mecanicistă; din acest motiv, o completează cu informații asupra evoluției viitoare a activității pe baza analizelor economice de ansamblu a factorilor care o influențează sistematic.

**Strategia prognozei de sistem** – se aplică cu precădere în cazul problemelor foarte complexe, când trebuie analizată interacțiunea multor factori.

Aplicarea strategiei implică definirea cu mare grijă a ipotezelor și analiza pe baza unui instrumentar matematic riguros; relațiile trebuie deduse din măsurarea corelațiilor economice formate într-o perioadă trecută.

Strategia este denumită metodă econometrică sau metoda modelului economic.

Avantajul principal al modului de abordare mai puțin riguros este că permite analistului să parcurgă întreaga mulțime de factori semnificativi pentru problema respectivă și să-și folosească perspicacitatea pentru a formula concluzii care nu pot fi deduse pe baze statistico-analitice. Cu toate

acestea, rezultatele obținute pot fi mai aproape de adevăr decât cele obținute pe baza unor corelații riguroase.

Unii economiști consideră că dificultatea abordării econometrice constă tocmai în faptul că aceasta presupune anumite forme ale corelațiilor dintre indicatori, pe care evoluția ulterioară a activității economice nu o confirmă întotdeauna.

Totuși, modul de abordare econometric are multe avantaje, între care enumerăm:

**a)** cel care elaborează prognoza stabilește o listă a factorilor de influență și formulează concluzii care au doar o legătură vagă cu factorii respectivi, așa că nu se poate amăgi că ar face o analiză pe baza multor factori;

**b)** folosește complet faptele, evenimentele și relațiile economice din trecut într-un mod care poate fi controlat;

**c)** permite eliminarea clară a teoriilor depășite sau eronate;

**d)** poate fi aplicată cu rezultate bune în multe probleme complicate ale activității economice, precum cererea pentru anumite produse sau modificarea cheltuielilor în viitor.

În rezumat, în prognoza activității economice este necesar un mod de abordare care să îmbine cele mai bune calități ale metodelor sau strategiilor analizate, și aceasta din următoarele trei motive:

**a)** varietatea problemelor de prognoză necesită metode diferite de tratare;

**b)** rezultatele obținute cu o metodă nu elimină investigațiile posibile prin alte metode;

**c)** într-un domeniu în care nici o metodă nu poate fi considerată ca sigură pentru a obține rezultate exacte, se recomandă compararea prognozelor elaborate după metode diferite.

Prin urmare, pentru ca prognoza să se integreze organic gestiunii economice actuale este necesar ca metodologia acesteia să îndeplinească o serie de cerințe esențiale, dintre care amintim următoarele:

**a)** să permită cunoașterea temeinică a realității, adică să opereze cu un volum suficient de concludent de informații pertinente, prin luarea concomitentă în considerație a legităților (principiilor) obiective ale dezvoltării și a condițiilor concrete din viața economico-socială;

**b)** să utilizeze o gamă complexă de metode și tehnici de lucru;

**c)** să permită folosirea pe scară tot mai largă a metodelor statistico-matematice moderne, care facilitează utilizarea tehnicii electronice de calcul pentru rezolvarea mai rapidă și mai corectă a unor probleme, fapt care conduce la economisirea resurselor societății și la analiza în timp oportun a mai multor variante de soluții;

**d)** să subordoneze întregul ansamblu metodologic de analiză și decizie față de cerințele gestiunii științifice, eficiente a economiei contemporane.

#### **1.4. Planificarea economică în societatea modernă**

Planificarea are un statut aparte față de celelalte forme ale previziunii economice. Se apreciază că, deși conținutul său și metodele utilizate sunt foarte variate, planificarea este cea mai complexă și activă formă a previziunii economice, care se bucură de cea mai largă recunoaștere în diferite țări ale lumii.

Economiștii din statele cu economie supercentralizată au definit planificarea, pe de o parte, ca acțiune conștientă de organizare, coordonare și îndrumare pe bază de plan a activităților economice, pentru realizarea unor obiective prestabilite, iar pe de altă parte, ca mijloc principal de reglare a producției sociale, care constă într-un sistem de activități îndreptate spre elaborarea planului, adaptarea acestuia la condițiile noi apărute în economie și urmărirea îndeplinirii sale la parametrii stabiliți.

Pentru economiștii din statele occidentale dezvoltate, cu economie liberalizată, planificarea înseamnă, în general, un proces care cuprinde elaborarea și executarea planului, iar planul reprezintă un program elaborat, care comportă o suită de operații pentru atingerea unui anumit scop. În economia concurențială, planificarea urmărește:

**a)** să asigure o eficiență tot mai ridicată a acesteia;

**b)** să dezvolte și să perfecționeze instrumentele, tehnicile și pârghiile pentru desfășurarea competiției pe piață.

Proprietatea privată, libertatea de acțiune și concurența au nevoie de planificare datorită imperfecțiunilor mecanismului de funcționare al economiei cu piață liberalizată, care generează:

- a)** insuficiența informațiilor;
- b)** alocarea nerațională a resurselor în multe cazuri;
- c)** absolutizarea criteriului economic imediat și direct în dauna criteriilor social-umane și ecologice, pe termen mijlociu și lung.

Planificarea este utilă atunci când:

- a)** ameliorează informația de care este nevoie;
- b)** reduce gradul de incertitudine;
- c)** asigură instrumentele de gestiune și control în situațiile de criză;
- d)** anticipează și orientează activități și corelații esențiale pentru viitorul competiției;
- e)** multiplică șansele prin conștientizarea riscurilor;
- f)** nu înlătură mecanismele pieței liberalizate, ci, dimpotrivă, întregește aceste mecanisme cu instrumente și pârgii care diseminează consecințele negative ale imperfecțiunilor jocului liber al cererii și ofertei.

Planificarea economică este o activitate incitativă prin care statul urmărește să modifice structurile economice (de ramură, de sectoare, de activități, de produse etc.) pentru reechilibrarea cererilor individuale cu ofertele individuale.

Cele mai semnificative funcții pe care le îndeplinește planificarea economică în statele dezvoltate pot fi formulate astfel:

- a)** informează agenții economici autonomi asupra evoluției probabile a conjuncturii economice interne și externe;
- b)** precizează comenzile de stat și unele obiective de investiții de importanță națională pentru perioada respectivă;
- c)** evidențiază echilibrele și dezechilibrele majore care se conturează în orizontul de plan;
- d)** fundamentează strategia de urmat, pe baza tendințelor observate și a opțiunilor exprimate și adoptate de guverne, inclusiv pe baza măsurilor cu rol reglator indirect.

Împrejurările principale care au impus necesitatea planificării au fost următoarele:

- a)** caracterul conștient al muncii, al activității umane în general;
- b)** apariția și dezvoltarea diviziunii tehnico-profesionale și sociale a muncii;
- c)** apariția și extinderea cooperării în muncă;
- d)** accentuarea complexității activității umane;
- e)** intensificarea și extinderea nevoii de coordonare a activității diferiților agenți sau subiecți economici;
- f)** absența unei modalități adecvate de coordonare a activităților care impuneau o desfășurare organizată.

Planul s-a impus la început la nivel microeconomic fără a fi elaborată o teorie încheată și atotcuprinzătoare a planificării.

Gestiunea activității întreprinderii economice presupune, printre altele:

- a)** calculul și stabilirea anticipată a corelațiilor sau raporturilor cantitative dintre capitalul fix și circulant, dintre capacitatea de prelucrare a mașinilor și utilajelor, pe de o parte, și volumul de materii prime și materiale care se vor prelucra, pe de altă parte, dintre capitalul tehnic și resursele umane, dintre forța de muncă și masa de materii prime;
- b)** anticiparea (planificarea) aprovizionării cu materii prime și materiale și a investițiilor pe care urmează să le efectueze pentru modernizarea sau extinderea capacității în concordanță cu evoluția producției.

În economiile contemporane dezvoltate, planificarea răspunde unor necesități obiective, care rezidă în următoarele distorsiuni:



**a)** insuficiența informațiilor oferite de piața imperfectă; aceasta poate fi suplinită cu ajutorul planului, care, într-un anumit sens, reprezintă un sistem de informații periodice și previzionale pe termen mediu și lung;

**b)** ignorarea pe scară mare, de către piața cu concurență imperfectă, a costurilor sociale și, în special, a datelor spațiale ale dezvoltării ;

**c)** incapacitatea mecanismelor pieței liberalizate de a asigura întotdeauna alocarea cea mai rațională a resurselor și de a ajusta structurile economice permanent și în direcția dorită;

**d)** opinia că opțiunile sau alegerile colective sunt superioare celor individuale în organizarea activităților și alocarea resurselor;

**e)** existența unui sector public în structura economiilor naționale ale țărilor avansate și a unei administrații publice puternice capabilă să traducă în viață opțiunile colective;

**f)** existența unei cereri publice interne mari pentru a absorbi oferta publică și pentru a crea sinergiile necesare;

**g)** necesitatea modificării comportamentului agenților economici, în sensul trecerii de la organizarea activității economice care urmărește profitul imediat, pe termen scurt, la organizarea acesteia urmărind profitul însumat pe termen lung – activitatea prezentă trebuie să răspundă cerințelor și exigențelor viitoare; altfel spus, planurile pe termen lung trebuie să înlocuiască planurile pe termen scurt;

**h)** caracterul impur și imperfect al concurenței din economiile contemporane;

**i)** extinderea reglementării economice și sociale dincolo de cadrul economiilor naționale, devenind tot mai mult un fenomen internațional, global, cu particularități și trăsături zonale specifice.

Universul economic, social, politic și natural în care trăiesc, acționează și evoluează oamenii este încărcat de incertitudini. Riscul și incertitudinea nu sunt însă subiecte de opțiune; ele fac parte pur și simplu din condiția umană. Incertitudinea este definită ca sumă a tuturor pericolelor potențiale din jurul nostru, indiferent dacă sunt sau nu percepute.

Instrumentul principal de acțiune pentru reducerea riscurilor și incertitudinii este planul economic, bazat pe prognoze bine fundamentate, înscrise într-un orizont de timp adecvat și care corespund în principal viitorului determinat.

Planul oferă o imagine a viitorului. Se pune problema a cărui viitor, pentru că planificatorul construiește „mai mulți viitori”, și anume: un viitor dorit, un viitor necesar și un viitor posibil. Fiecare dintre aceste forme de viitor are determinările și nedeterminările sale.

Planul bine fundamentat apare, deci, ca un instrument eficient care întregește mecanismul economic global de funcționare și evoluție a societății cu un mecanism parțial constituit din pârgii conștiente sau contribuie la integrarea viitorului în prezent, la apropierea celor trei forme de viitor, apropiere care ar atinge forma ideală dacă ele s-ar suprapune până la identificare.

Planul este, așadar, un instrument inventat de om și societate pentru a face față riscurilor, pentru a le putea controla într-o măsură sau alta și pentru a contracara sau atenua consecințele lor negative. Experiența confirmă că planul este util pentru:

**a)** anticiparea celor mai importante repere ale activității viitoare;

**b)** realizarea corelațiilor esențiale dintre factorii productivi și a proporțiilor combinării și substituirii acestora la nivel microeconomic, precum și a unor proporții fundamentale ale economiei naționale;

**c)** alocarea principalelor resurse materiale, bănești și de muncă;

**d)** orientarea activității economice.

Planul de dezvoltare economică este un multiplicator de șanse pentru îndeplinirea obiectivelor și scopurilor stabilite de agenții economici, pentru că el contribuie la extinderea ariei certitudinii și restrângerea ariei incertitudinii într-un anumit spațiu economic și orizont de timp.

Experiența acumulată până în prezent a condus la diseminarea următoarelor forme principale de planificare economică:

**a)** *planificarea indicativă sau orientativă* – este forma de planificare prin care statul precizează sau stabilește obiectivele esențiale care trebuie îndeplinite sau îndeplinite, orizontul de

timp în care trebuie realizate și ce trebuie făcut pentru îndeplinirea lor; specificul acestora este că organele de stat specializate în domeniu nu obligă; ele explică obiectivele și conving agenții economici, cu argumente de natură economică, să acționeze pentru realizarea obiectivelor respective; prevederile planului nu sunt coercitive, nu au putere de constrângere; autorii planului, autoritatea care și-l însușește nu ordonă, nu comandă, ci explică pentru a convinge și orienta;

**b) planificarea incitativă** – este forma de planificare în care obiectivele cuprinse în plan sunt stabilite pe cale democratică, iar îndeplinirea lor este susținută de autoritatea politică prin avantajarea agenților economici care contribuie efectiv la îndeplinirea obiectivelor stabilite și penalizarea acelor care nu se încadrează în obiectivele planului;

**c) planificarea strategică** – este forma de planificare bazată pe o concepție filozofico-economică strategică, pe o imagine, de dorit cât mai clară, a tendințelor principale care se vor înscrie în orizontul de timp ales și pe concordanța obiectivului strategic cu tendințele identificate și cu interesele, trebuințele și dorințele colectivității;

**d) planificarea imperativă** – este forma de planificare prin care statul elaborează sau întocmește planul și ordonă îndeplinirea prevederilor sale, iar agenții economici sunt obligați să execute ordinele autorității publice;

**e) planificarea informală** – în unele țări nu se elaborează planuri ca atare, ci se realizează o anumită coordonare a deciziilor adoptate separat de administrațiile publice și de întreprinderile private; această coordonare este numită adesea planificare informală;

**f)** în ultimul timp se poate vorbi și de o planificare economică de tranziție, specifică țărilor din Europa Centrală și de Est angrenate într-un proces complex de edificare a unei economii concurențiale.

Planificarea orientativă este caracteristică statelor cu economie dezvoltată, care au adoptat sisteme mai liberalizate de gestiune economică; se vorbește, în mod obișnuit, de state cu economie concurențială, cum sunt cele din Europa Occidentală și America de Nord și de Japonia.

Se apreciază că, în perioada postbelică, planificarea orientativă s-a manifestat, în principiu, sub două tipuri, diferențiate între ele după obiectivul fundamental urmărit, și anume: dominarea mecanismului pieței concurențiale sau corectarea acestuia.

Planificarea orientativă care își propune dominarea mecanismului pieței se caracterizează prin faptul că urmărește reglementarea pieței în toate situațiile, în sensul că regulile de funcționare a pieței sunt definite prin plan, al cărui scop este reglarea economiei și organizarea viitorului;

Planificarea orientativă care urmărește doar corectarea mecanismului pieței, cunoscută sub denumirea de tipul olandez de planificare, își propune prevenirea dezechilibrelor și atenuarea unor efecte ale crizelor.

Un interes deosebit prezintă sistemul de planificare din Statele Unite ale Americii.

De menționat este faptul că în SUA nu există o organizare oficială a planificării și nu se face o planificare de ansamblu a economiei; se poate vorbi, însă, de o planificare economică, chiar dacă dezvoltarea și alocarea resurselor productive sunt dirijate de piață, iar deciziile private sunt rezultatul unor factori ca prețuri, profituri, dobânzi, cursuri de schimb etc.

Toate aceste forme de planificare parțială urmăresc să corecteze mecanismul pieței concurențiale.

Planificarea orientativă se particularizează, în mod deosebit, prin 3 aspecte esențiale și anume:

- a)** fluxul lucrărilor de elaborare și executare a planurilor;
- b)** organizarea instituțională;
- c)** metodele și tehnicile de elaborare și executare a planului.

Metodele și tehnicile de planificare sunt denumite instrumente ale planificării și se împart în două grupe: unele care țin de analiza microeconomică și altele care țin de analiza macroeconomică.

Instrumentul microeconomic folosit în mod frecvent este calculul economic, mai ales pentru clarificarea unor probleme privind folosirea rațională a resurselor disponibile și eficiența economică. Este vorba de metoda bilanțului actualizat, de metoda rentabilității comparate și de raționalizarea opțiunilor bugetare.

Instrumentarul macroeconomic este format din următoarele componente:

- a) contabilitatea națională, adică descrierea ansamblului economiei naționale cu ajutorul a 6 conturi – de producție, de exploatare, de afectare, de capital, financiar și cel exterior;
- b) proiecțiile, adică previziuni condiționate ale unor variabile sau ansambluri de măsuri economice pentru un anumit viitor;
- c) schița de creștere, adică proiecția conturilor naționale pentru anul final al orizontului de plan și analiza condițiilor de realizare;
- d) varianta, adică proiecția alternativă, diferită de proiecția de referință;
- e) modelele macroeconomice, care reprezintă, de obicei, o machetă a funcționării și interdependențelor economice.

Există o legătură directă între planificarea economică orientativă, pe de o parte, și rolul statelor contemporane cu politicile lor economice, pe de altă parte.

Intervenția statului este o componentă a mecanismelor de funcționare ale economiilor respective, chiar dacă dominante sunt marile firme, iar centrele private de decizie rămân hotărâtoare. Statul completează piața, îi corectează eșecurile, dar constituie, în același timp, și un centru autonom de decizie și un agent economic independent, partener al capitalului privat.

Statul intervine prin măsuri directe și indirecte, dintre care, pentru planificarea economică orientativă, prezintă un interes deosebit stabilirea cadrului juridic, legislativ, instituțional sau economic în general.

## **2. CLASIFICAREA ȘI CONȚINUTUL PREVIZIUNILOR DEZVOLTĂRII ECONOMICO-SOCIALE**

### **2.1. Clasificarea previziunilor după specificul fenomenelor investigate**

Clasificarea previziunilor după specificul fenomenelor investigate conduce la următoarele categorii: **previziuni ale dezvoltării științei și previziuni tehnologice, previziuni economice, previziuni sociale, și previziuni ecologice.**

**Previziunile dezvoltării științei și previziunile tehnologice** abordează problemele prioritare ale cercetării științifice, evoluția tehnicilor și tehnologiilor de producție, efectul aplicării și generalizării invențiilor și inovațiilor.

Previziunile cercetării științifice cuprind: previziunile activității de cercetare științifică fundamentală și previziunile activității de cercetare științifică aplicativă.

Pentru previziunile tehnologice sunt de semnalat următoarele tipuri principale: previziuni ale mecanizării și automatizării proceselor de muncă și de producție, previziuni ale tehnologiilor de fabricație și previziuni ale dezvoltării și utilizării tehnicii și echipamentelor electronice de calcul.

Previziunile enumerate sunt de două feluri, și anume:

a) previziuni explorative, atunci când se pornește de la starea existentă a științei și tehnologiilor și se prelungesc în viitor tendințele manifestate în trecut;

b) previziuni normative, atunci când se pornește de la stabilirea anticipată a scopului, a nevoilor sau dorințelor viitoare și se conturează etapele ce trebuie parcurse și performanțele intermediare pentru atingerea acestora.

**Previziunile economice** studiază dezvoltarea forțelor productive, accentuarea diviziunii muncii, apariția unor noi ramuri și subramuri de producție, evoluția resurselor de muncă și utilizarea acestora, fenomenele financiare și valutare.

Asemenea previziuni îndeplinesc următoarele funcții:

a) cercetarea și descoperirea tendințelor fenomenelor și proceselor economice;

b) estimarea acțiunii viitoare a acestora;

c) conturarea mai multor variante pentru luarea deciziei raționale.

Previziunile economice se elaborează la mai multe niveluri de agregare, și anume:

a) la nivelul economiei naționale, în care caz latura formală a fenomenelor este oglindită cu ajutorul unor modele macroeconomice;

**b)** la nivelul ramurilor și unităților administrativ-teritoriale, când se folosesc modele comasate din mai multe sectoare;

**c)** la nivelul unităților productive de bază, când procesele economice suportă un grad înalt de dezagregare.

Previziunile economice sunt de mai multe feluri, după cum urmează:

**a)** previziuni probabilistice, care estimează evoluția unor fenomene incerte – dinamica economiei mondiale, creșterea productivității muncii pe ansamblu și pe ramuri, schimbările în structura producției;

**b)** previziuni condiționate, care stabilesc comportamentul într-un sector dacă se produce o schimbare sau un eveniment în alt sector;

**c)** previziuni de finalitate, care stabilesc ce condiții trebuie îndeplinite în anumite sectoare pentru a se produce o evoluție dorită, așteptată în alte sectoare;

**d)** previziuni voliționale, care pornesc de la un anumit obiectiv ce trebuie atins în perspectivă și stabilesc condițiile și mijloacele necesare în acest scop.

**Previziunile sociale** studiază evoluția în perspectivă a consecințelor dezvoltării economice și tehnico-științifice asupra societății și asupra membrilor săi, concomitent cu evoluția relației inverse – a efectelor dezvoltării sociale asupra economiei, științei și tehnologiei.

Asemenea previziuni abordează în mod deosebit aspecte din domeniul demografiei, forței de muncă, învățământului, culturii, sănătății, consumului populației etc.

**Previziunile ecologice** abordează raporturile dintre om, societate și natură, având în vedere conexiunile și interdependențele dintre aceste trei entități.

Necesitatea cunoașterii acestor raporturi derivă din faptul că omul și societatea au apărut și se dezvoltă în natură.

Natura influențează permanent, dar diferit de la o etapă la alta, gradul de dezvoltare al omului și societății, atât prin mijloacele de subsistență, cât și prin mijloacele de lucru, ca elemente ale avuției naturale.

Previziunile ecologice reflectă cerințele și căile de urmat în perspectivă pentru menținerea și perfecționarea echilibrului normal dintre societate și natură, pentru protejarea mediului ambiant.

Previziunile enumerate reflectă fenomene și procese diferite, dar se află într-o legătură strânsă; de aceea, trebuie să se elaboreze într-o manieră sistemică. Fiecare categorie de previziuni se elaborează folosind informații furnizate de celelalte.

Se elaborează, în primul rând, previziunile din domeniul științei și tehnologiei, care oferă elemente pentru fundamentarea previziunilor economice și sociale; după elaborarea acestora din urmă se impune precizarea și revederea unor date din previziunile științei și tehnologiilor funcție de exigențele pe care dezvoltarea economico-socială le pune în fața acestor domenii pentru fiecare etapă în parte și de condițiile și posibilitățile economice care trebuie avute în vedere pentru crearea și promovarea progresului tehnico-științific în economia națională.

## 2.2. Clasificarea previziunilor economice după sfera (aria) de cuprindere

După sfera de cuprindere există trei modalități principale de abordare a previziunilor, și anume:

**a)** abordarea panoramică sau globală, care se referă la previziunea viitorului unei colectivități umane mari și ia în considerație aspecte multiple ale unei probleme;

**b)** abordarea verticală sau sectorială, care este, în principiu, o previziune tehnologică și reprezintă unul dintre cele mai importante tipuri de previziune datorită consecințelor social-economice și frecvenței cu care se elaborează;

**c)** abordarea orizontală sau sintetică, ce vizează variabile preponderent calitative, intersectoriale.

În ultimul timp s-a cristalizat însă tot mai mult o categorie specifică de previziune, anume previziunea de întreprindere, cu o sferă mai restrânsă de cuprindere, datorită a două condiții obiective:

a) obiectul analizei, care este un produs;

b) nivelul beneficiarului, care este o întreprindere, o firmă. Asemenea previziuni se elaborează tot mai frecvent.

Trebuie precizat, însă, că nu se pot trasa limite rigide, exclusive între aceste moduri de abordare și nici nu ar fi oportun, pentru că sunt destinate să se completeze reciproc.

Abordarea cea mai corectă a unei previziuni pare a fi cea verticală sau orizontală.

În practică, însă, acest lucru este de multe ori greu de realizat, pentru că implică un efort mare de prelucrare a elementelor cuantificabile, iar în domeniul comportamentelor umane ridică probleme uneori insurmontabile.

Un aspect de bază în fundamentarea previziunilor (planuri sau programe de dezvoltare economică națională), mai ales pe termen mediu și lung, este tratarea sistemică în acest domeniu, prin respectarea conexiunilor obiective dintre fenomenele economico-social-politice.

Previziunile sunt însă de mare utilitate și la nivel microeconomic, pentru că sunt integrate procesului de elaborare a concepțiilor strategice, de luare a deciziilor privind prioritățile pentru viitor și evoluția dezirabilă.

#### **Previziunile panoramice sau globale:**

- au un caracter global pentru că iau în considerație simultan multiple aspecte ale unei probleme. În raport cu sfera geografică amplă la care se referă, aceste previziuni sunt: mondiale, plurinaționale, naționale și regionale.

- au un orizont pe termen lung, pentru că definesc tendințe generale și opțiuni mari. Parametrii opțiunilor pe termen lung se definesc mai greu decât parametrii opțiunilor pe termen scurt. În schimb, tendințele pe termen lung prezintă avantajul că oferă posibilități mai mari pentru intervenția umană eficientă.

Previziunile globale au următoarele 3 caracteristici esențiale: orizontul pe termen lung (10 - 50 de ani și chiar mai mult), amploarea sau extinderea câmpului de analiză (zone geografice mari) și o anumită propensiune sau înclinație către o abordare vizionară.

În literatura de specialitate sunt menționate:

- previziunea panoramică mondială;
- previziunea panoramică națională
- previziunea regională

**Previziunea verticală sau sectorială** are ca sferă de cercetare un domeniu sau sector economic bine determinat – agricultură, energie, industrie, cercetare științifică etc.

Nivelul de abordare este național, dar domeniile respective pot fi analizate și din perspectiva mondială sau plurinațională (zonală). Preocuparea de bază la nivel național este previziunea modificărilor structurale în industrie, vizând în mod deosebit ramurile de vârf sau de importanță strategică pentru întreaga economie.

Previziunea verticală folosește, în primul rând, elementele cantitative care caracterizează domeniul cercetat, și studiază cu precădere fenomenul economic, urmărind să sesizeze nivelurile diferite la care cererea și oferta se pot ajusta la un anumit orizont de timp; se pune accent, în general, pe transformările viitoare ale unui sector al ofertei. Pentru a descrie modul de ajustare a cererii și ofertei se folosesc metode mai mult sau mai puțin elaborate, dintre care amintim: proiectarea tendințelor, modelele econometrice complexe și elaborarea scenariilor.

În ultimele decenii a început să fie folosită tot mai frecvent metoda scenariilor, unii autori considerând această metodă ca fiind „bogată în promisiuni” pentru previziunea verticală.

**Previziunea orizontală sau sintetică** este o abordare, în principal, calitativă și socială și încearcă să sesizeze și să prevadă incidențele reciproce ale diferitelor sectoare, precum și determinarea rupturilor care pot marca dezvoltarea în orizontul de previziune, momentele de întrerupere și, eventual, de schimbare a tendințelor.

Pentru comportamentele cu tendințe grele, care nu pot fi deviate ușor, ca, de exemplu, procesele demografice sau procesul de urbanizare, se poate aborda previziunea și dintr-o optică economică; pentru celelalte trebuie să se țină seama de variabile calitative foarte greu sau chiar imposibil de cuantificat.

Astfel, în primul caz, previziunea se aproprie mult de cea sectorială. Spre deosebire însă de aceasta, previziunea orizontală se ocupă cu predilecție de cerere, de piață în sens larg, cu implicațiile economico-sociale ample pe care aceasta le poate avea asupra majorității sectoarelor.

#### **Previziunea de întreprindere**

Există previziuni care se referă numai la activitatea unei întreprinderi (grup petrolier, companie aeriană, constructor de automobile). Mai mult de jumătate din aceste previziuni se referă la industrie.

În prezent, au luat mare amploare previziunile realizate de instituțiile specializate și de firmele de consulting; acestea sunt adaptate în special necesităților firmelor mari și mijlocii. Sunt și situații când firmele își organizează compartimente proprii de previziune (prognoză), în special în domeniile industriale de vârf.

### **2.3. Clasificarea previziunilor economice după metodele folosite la elaborarea lor**

Din acest punct de vedere deosebim:

- a) previziuni explorative și previziuni normative;
- b) previziuni raționale sau teoretice și previziuni intuitive sau empirice;
- c) previziuni sintetice și previziuni analitice sau morfologice.

Clasificarea după acest criteriu este precedată de opțiunea pentru un gen sau altul de metode.

Acestea se grupează astfel:

- a) după atitudinea față de viitor, sunt metode explorative și metode normative;
- b) după modul de cunoaștere, sunt metode teoretice sau raționale și metode intuitive sau empirice;
- c) după căile de abordare, deosebim abordarea sintetică și abordarea analitică sau morfologică. Această grupare a metodelor poartă numele de cubul lui Kahn.

#### **Previziunile explorative și previziunile normative**

Previziunile explorative prefigurează evoluția fenomenelor și proceselor economico-sociale pornind de la dinamica trecută a acestora, fără a impune nici o restricție asupra valorilor ce urmează a fi luate în viitor.

Pentru a elabora previziunile normative, se alege însă de la început un obiectiv care trebuie realizat în anul de previziune, cum ar fi, de exemplu, produsul intern brut pe total economie și pe locuitor, independent de situația trecută sau prezentă, dar ca o soluție a acestei situații; asemenea previziuni se elaborează, de obicei, pentru domeniile prioritare ale dezvoltării, în care se impun ritmuri de creștere superioare mediei pe țară.

Cele două categorii de previziuni se deosebesc între ele, dar conțin și elemente comune, mai ales faptul că nu au caracter directiv, nu conțin indicatori obligatorii, ci reprezintă doar studii de anticipare a dezvoltării viitoare.

#### **Previziunile raționale și previziunile intuitive**

Previziunile raționale sau teoretice se elaborează cu ajutorul unor metode bazate pe abstractizare și pe sistemul de prelucrare automată a datelor; pentru elaborarea lor este necesară o succesiune logică de calcule și estimări ale diferiților indicatori.

Previziunile intuitive folosesc aprecierile empirice ale specialiștilor, reflecții ale acestora; elaborarea lor se bazează pe folosirea cunoștințelor teoretice și a experienței practice ale specialiștilor.

#### **Previziunile sintetice și previziunile analitice**

Abordarea sintetică a viitorului are în vedere tratarea globală a fenomenelor investigate, în care părțile componente sunt deduse; fenomenele sunt cercetate sub aspectul caracteristicilor lor esențiale.

Abordarea analitică sau morfologică are în vedere tratarea fenomenului pornind de la părțile sale componente, de la subsisteme; întregul este considerat ca o rezultată. Previziunile analitice surprind, pe lângă aspectele esențiale, și aspectele secundare ale evoluției; fenomenele sunt

descompuse în componentele lor de bază, care sunt studiate separat și apoi se estimează evoluția probabilă a ansamblului prin combinarea evoluției componentelor.

## 2.4. Abordarea previziunilor economice după orizontul de timp

Orizontul de timp al unei previziuni este definit fie prin momentul temporal până la care se anticipează evoluția unui fenomen sau proces sau până la care prezintă interes cunoașterea acestei evoluții, fie prin intervalul de timp pentru care se elaborează. Acesta depinde de domeniul cercetat și numai în mod convențional poate fi abordat separat.

Nu există o unanimitate de păreri în ceea ce privește lungimea intervalului de timp pentru care orizontul previziunii poate fi considerat scurt, mediu, lung sau foarte lung.

Specialiștii în domeniu au avut în vedere atât cuprinderea întregului câmp posibil de previziune, cât și diverse periodizări ale timpului, după cum au abordat problematica previziunilor în termeni optimiști sau pesimiști, au ierarhizat trebuințele sociale după criterii proprii și corespunzător concepțiilor acestora asupra previziunilor cu orizont de timp diferit.

Intervalul minim al unei previziuni este determinat de două categorii de factori:

a) factori obiectivi, ca, de exemplu, timpul efectiv în care fenomenul previzionat poate da rezultate, posibilitatea de a asigura seriile de date statistice necesare cercetării, mărimea erorii admise în cadrul cercetării, gradul de risc pe care îl implică etc.;

b) factori subiectivi, cum ar fi angajamentele politice ale celor care elaborează previziunile, capacitatea profesională a acestora de a estima evoluția componentelor previziunilor etc.

Utilizând termenul de previziune în sensul de a indica limitele posibilului științific, și evidențiind tendințele de dezvoltare care apar în prezent, în literatura de specialitate se apreciază că elementul principal care trebuie avut în vedere la stabilirea perioadei minime ce poate face obiectul unei previziuni este timpul de reacție a sistemului la orice noutate.

Factorii concreți principali care afectează orizontul previziunii sunt:

a) natura activității sau domeniului studiat – pentru domeniile cu implicații tehnologice profunde perioada este mai scurtă, iar pentru domeniile în care transformările sunt mai lente perioada este mai mare;

b) mărimea erorilor – aprecierile mai puțin exacte obligă la scurtarea orizontului de previziune;

c) existența informațiilor statistice care să caracterizeze evoluția trecută a fenomenului – de obicei, perioada analizei retrospective trebuie să fie cel puțin de două ori mai mare decât perioada pentru care se elaborează previziunea;

d) calitatea informațiilor disponibile;

e) aria previziunii, adică întinderea domeniului cercetat, care depinde de nivelul organizatoric la care se elaborează;

f) gradul de agregare al previziunii, respectiv numărul de subdomenii studiate sau numărul de variabile cu care se operează.

Funcție de domeniul cercetat, timpul considerat se poate referi la:

a) perioada în care o generație umană poate intra în activitate (perioada de activitate ca fenomen biologic specific populației);

b) perioada necesară unor transformări chimice, biologice, geologice etc.

**După orizontul de timp** previziunile sunt separate pe 3 tipuri principale de orizonturi de timp: **scurt, mediu și lung**. Această separare este utilizată în mod frecvent în practică și reprezintă un caz particular al delimitărilor perioadelor de timp.

Opțiunea pentru termen mai lung sau mai scurt care se are în vedere la previziunile cu același orizont de timp este asociată, de regulă, domeniului cercetat, dar definiția subiectivă care se poate da conținutului noțiunilor de termen scurt, mediu sau lung face să se utilizeze limite diferite chiar pentru descrierea aceluiasi fenomen sau domeniu.

Încercând să definească limitele temporale ale previziunilor, în literatura de specialitate din țara noastră se afirmă că orizontul previziunilor economice și sociale trebuie să se desfășoare, de

regulă, pe o perioadă egală cu ciclul de viață al obiectului, care, la rândul său, este aproximativ egal cu dublul perioadei de amortizare.

Previziunile pe termen lung nu sunt o simplă multiplicare sau prelungire a celor pe termen scurt. Între previziunile pe termen lung și previziunile pe termen scurt există deosebiri nu numai sub aspectul orizontului de timp avut în vedere, ci și sub aspectul conținutului lor. Acestea se referă la următoarele aspecte:

- a) gradul de detaliere a celor două categorii extreme de previziuni –
- b) gradul de risc pe care îl implică –
- c) criteriile de eficiență care pot fi avute în vedere –

### 3. CONSIDERAȚII GENERALE PRIVIND METODOLOGIA PREVIZIUNII ECONOMICE

#### 3.1. Definiții și clasificări

Metoda este o noțiune generală cu care operează toate domeniile științei, dar care prezintă un anumit specific pentru fiecare domeniu în parte funcție de particularitățile acestuia.

Metoda este definită ca un ansamblu de procedee pentru descoperirea și explicarea adevărului obiectiv. Din acest punct de vedere, metoda se apropie dar nu se identifică cu metodologia, care are o sferă mai largă de cuprindere, dată de totalitatea metodelor și tehnicilor folosite într-o știință.

Metoda „Previziunii economice” trebuie privită într-o dublă ipostază, și anume: ca metodă de cercetare și ca metodă de expunere a rezultatelor cercetării.

Drept urmare, metoda de previziune este un mod de cercetare și cunoaștere a realității obiective pentru a iniția și organiza rațional o acțiune viitoare. Ea reprezintă elementul cel mai activ al procesului de cunoaștere.

Ansamblul metodelor și tehnicilor folosite în previziunea economică, integrate într-o concepție generală unitară, reprezintă metodologia acesteia.

Metodele de previziune se clasifică, în principiu, astfel:

**a) după rolul lor în fundamentarea și elaborarea instrumentelor gestiunii previzionale:**

**a<sub>1</sub>) metode fundamentale** – care orientează modul de abordare și interpretare a fenomenelor și proceselor studiate (pe baza acestora este concepută întreaga gândire prospectivă): metoda analizei și sintezei, metoda interpretării sau abordării sistemice;

**a<sub>2</sub>) metode instrumental-operaționale** – care servesc la rezolvarea practică a unor componente sau etape ale previziunii: metoda normării, metoda balanțelor previzionale, metoda modelării economico-matematice;

**a<sub>3</sub>) metode elementare** – cu ajutorul cărora se estimează evoluția unor variabile de previziune și care devin, de obicei, componente ale unor metode mai complexe: metoda extrapolării, metoda interpolării, metoda anchetelor statistice, metoda comparațiilor internaționale, metoda arborelui de relevanță ș.a.;

**a<sub>4</sub>) metode intuitive** – care servesc la formularea unor ipoteze privind evoluția unor fenomene sau strategiile posibile de inovare a compartimentelor activității economico-sociale: metoda dezbaterilor euristice, metoda anchetelor iterative, metoda scenariilor;

**b) după atitudinea factorului de decizie față de obiectul previziunii:**

**b<sub>1</sub>) metode explorative** – cu ajutorul cărora viitorul este conceput ca funcție de tendințe, pe baza evoluțiilor trecute și prezente;

**b<sub>2</sub>) metode normative** – care presupun luarea în considerație atât a evoluției tendențiale, cât mai ales a unor elemente noi cu caracter opțional, introduse în mod deliberat de către factorii de decizie;

**c) după scopul urmărit:**

**c<sub>1</sub>) metode de proiectare pe elemente** – adică de dimensionare a unor valori sau cantități viitoare și de prevedere a unor evenimente noi pe baza relațiilor cauzale dintre fenomene și procese: extrapolarea, interpolarea, normarea;



c<sub>2</sub>) *metode structurale* – de stabilire a unor sisteme de variabile între care se află raporturi multiple de interdependență: metoda arborelui de relevanță, metoda aproximațiilor succesive, metoda scenariilor, metoda modelării economico-matematice;

c<sub>3</sub>) *metode de echilibrare* – care servesc la armonizarea cantitativă a necesităților cu resursele: metoda balanțelor previzionale;

c<sub>4</sub>) *metode mixte* – cu caracter complex, care servesc atât la proiectarea dinamicii, cât și la structurarea rațională a componentelor procesului de dezvoltare: modelele economico-matematice de simulare și optimizare, balanța legăturilor dintre ramuri.

Literatura de specialitate din țara noastră oferă și alte grupări ale metodelor de previziune economică, dar criteriile avute în vedere sunt, în principiu, aceleași. Desigur, nu se poate face o demarcație riguroasă și absolută între diferite grupe de metode pentru că o mare parte a acestora circumscriu caracteristici ale mai multor grupări.

În acest sens, prezentăm următoarea grupare:

**a) Metode deterministe** - corespund situațiilor când există o legătură cauzală strânsă sau o identitate aproximativă între prezent și viitor. Termenul determinist nu înseamnă o relație rigidă, absolută, invariabilă și inevitabilă între trecut și prezent. Metodele deterministe sunt folosite pentru prognoza unor problemele particulare, precum cheltuieli, construcții, investiții, sau pentru prognoza condițiilor generale ale activității economice, adesea în combinație cu alte metode. Metodele deterministe cele mai cunoscute sunt următoarele:

**a<sub>1</sub>) actualizarea informației** – este de mare importanță pentru prognoza pe termen scurt; se bazează pe ipoteza că mărimile și relațiile economice variază lent. Prin urmare, informațiile realmente actuale oferă concluzii privind condițiile existente sau unele tendințe a căror valabilitate se va menține câțva timp în viitor.

Metoda nu semnalează, însă, punctele de cotitură bruscă. Metoda este aproximativă, dar nu înseamnă că este mai puțin importantă pentru activitățile care au în vedere probleme precum panificarea săptămânală sau chiar lunară a producției, comenzile de mărfuri, fixarea prețurilor etc.

**a<sub>2</sub>) cunoașterea restricțiilor** - mărimile probabile ale unui număr important de factori care influențează viitorul activităților economice se determină apriori, presupunându-se că aceștia vor rămâne constanți sau că se vor modifica în limite previzibile în orizontul de previziune.

Factorii respectivi pot constitui, totodată, mărimi restrictive pentru alte tipuri de activități economice caracterizate prin grade mai mari de libertate

**a<sub>3</sub>) identificarea începutului unui proces îndelungat** - anumite date disponibile în prezent pot fi considerate fie cauze, fie faze inițiale ale unor activități economice viitoare. Specialiștii pot obține un număr mare de asemenea date;

**a<sub>4</sub>) prevederea reacției consumatorilor și producătorilor** - metoda bazată pe reacția probabilă sau psihologică presupune că starea de spirit a producătorilor și consumatorilor are un rol determinant în evoluția economiei și că examinarea reacției acestora are o anumită valoare pentru previziune.

**b) Metode simptomatice** - se bazează pe concepția că ansamblul succesiunii evenimentelor în ciclul activității economice este suficient de ordonat încât permite unui analist să prevadă modificările studiind tendința indicatorilor principali, chiar dacă ciclul economic reprezintă un complex de relații între variabile. Esența metodelor simptomatice este concentrarea efortului asupra descoperirii punctelor de cotitură în activitatea economică. Analistii caută de mult timp un indicator unic sau un grup de indicatori care să caracterizeze activitatea economică în general.

**c) metode de previziune în sistem** - previziunea pe bază de sistem derivă din modul clasic de abordare a teoriei economice și din descoperirea relațiilor cauză-efect între diferiții factori, valabile pentru trecut, prezent sau viitor.

Utilizarea metodelor de previziune în sistem necesită o pregătire teoretică amplă a economistului, cunoașterea condițiilor instituționale și statistice, stăpânirea tehnicilor specifice, precum și discernământ în aspecte politice și sociale.

Specialiștii dezvoltă metode de previziune cu grade diferite de complexitate și precizie, utilizând teoria modernă a economiei, datele statistice disponibile la organismele naționale pentru studii economice, precum și alte date și informații.

Metodele matematice mai puțin riguroase, dar nu mai puțin complexe, asigură un rol mai mare judecății sau intuiției analistului, ca și utilizarea informațiilor calitative sau chiar de natură non-economică.

Abordarea mai riguroasă presupune modelarea econometrică bazată pe proceduri matematice și statistice dificile. Modelarea econometrică poate fi aplicată în problemele generale de previziune pe termen scurt sau lung și în previziunea activităților economice cu sferă limitată, precum cererea pentru un anumit produs.

Modelele econometrice nu trebuie să fie extremi de complicate pentru a fi utile.

Din această categorie de metode fac parte:

*c<sub>1</sub>) sistemele naționale de raportare* - primul și cel mai important sistem național de raportare elaborează dări de seamă sau rapoarte asupra activității economice generale și este concentrat pe urmărirea venitului național brut.

*c<sub>2</sub>) metode intuitive* - metodele de previziune de sistem care nu se bazează pe un instrumentar matematic mai complex pot fi denumite metode intuitive, deși concluziile pe care le oferă nu sunt rezultatul exclusiv al intuiției analistului. De precizat că și aceste metode utilizează teoriile economice, dările de seamă naționale și alte metode statistice.

Previziunile nu se pot adeveri cu cel mai înalt grad de precizie, dar, dacă sunt elaborate cu atenție, pot oferi un rezumat util al factorilor principali pe care administrația sau gestiunea vrea să-i ia în considerație. O previziune bună oferă administrației o imagine cuprinzătoare asupra aspectelor principale ale activității economice în ansamblu, precum și concluzii logice asupra tendinței și evoluției probabile a datelor, deduse logic pe baza cunoașterii fenomenelor respective.

*c<sub>3</sub>) metoda econometrică* - aceasta este metoda cea mai riguroasă pentru rezolvarea problemei previziunii. Termenul econometric indică o metodă analitică în care se combină discipline ca economie, matematică, statistică. Fiecare model econometric se bazează pe o teorie sau pe una sau mai multe teorii asupra factorilor care determină activitatea economică în ansamblu sau diferitele fenomene economice care fac obiectul previziunii.

### 3.2. Variabilele de previziune

Variabilele de previziune sunt mărimi economice sau tehnice care pot lua numai valori pozitive și care, din punct de vedere al calculului, se aseamănă cu variabilele matematice. Tehnica de elaborare a previziunilor are la bază tocmai transpunerea în formă matematică a fenomenelor și proceselor economico-sociale și a legăturilor dintre ele cu ajutorul variabilelor respective.

**Clasificarea variabilelor de previziune.** Variabilele de previziune sunt de două feluri, și anume: variabile dependente sau rezultative (a căror evoluție se previzionează) și variabile independente sau factoriale (care condiționează evoluția celor dependente). Într-un studiu previzional există, de regulă, o singură variabilă dependentă, în timp ce variabile independente pot fi mai multe. De exemplu, în relația:  $y = a + bx$ , variabila dependentă  $y$  este influențată de variabila independentă  $x$ , iar în relația:  $y = a + bx_1 + cx_2$ , variabila dependentă  $y$  este influențată de două variabile independente,  $x_1$  și  $x_2$ . Forma generală a relațiilor este următoarea:  $y = a_0 + \sum a_i x_i$  sau  $y = f(x_i)$ , unde  $i = \overline{1, n}$ .

**Tipuri de legături între variabilele de previziune.** Între variabilele de previziune pot exista următoarele tipuri de legături:

**a) relația de definiție** – adică relația cantitativă care decurge logic din fundamentele teoretice ale științei economice (cum ar fi, de exemplu, exprimarea produsului intern brut ca diferență între produsul global brut și consumurile intermediare sau ca sumă a produsului intern net cu amortizarea capitalului fix; din relațiile de bază pot fi deduse o serie de relații secundare pentru calculul unor componente);

**b) relația deterministă** – respectiv relația dintre două sau mai multe variabile în care evoluția variabilei dependente este legată organic de evoluția variabilei sau variabilelor independente; această relație poate fi unifactorială, când evoluția variabilei dependente este proiectată în raport cu evoluția unei singure variabile independente, considerată determinantă, chiar dacă se manifestă și alte influențe, dar cu pondere mai mică în evoluția de ansamblu, cum ar fi, de exemplu, previziunea productivității muncii numai în raport cu gradul de înzestrare tehnică, sau poate fi multifactorială, când evoluția variabilei dependente este determinată de două sau mai multe variabile independente (folosirea uneia sau alteia dintre cele două forme ale relației deterministe depinde de valoarea coeficientului de corelație dintre variabilele de previziune)

**c) relația econometrică** – adică aceea care se bazează pe luarea în considerație a uneia sau mai multor variabile independente cuantificate explicit, precum și a unei variabile independente suplimentare care exprimă global influența factorilor a căror contribuție la evoluția de ansamblu nu se cuantifică individual;

**d) relația de echilibru** – care caracterizează variabila dependentă prin însumare, prin diferență sau prin combinarea celor două operațiuni, presupunându-se cunoscute valorile proiectate ale componentelor sau variabilelor independente (de exemplu, produsul global brut pe economia națională este egal cu suma producțiilor brute pe sectoare instituționale);

**e) relația de tendință sau de trend** – se caracterizează prin aceea că variabila independentă este factorul timp ( $t$ ).

### 3.3. Elemente caracteristice evoluției fenomenelor economice

Evoluția fenomenelor și proceselor economice prezintă o serie de elemente caracteristice, dintre care cele mai semnificative sunt procesele de continuitate și procesele native sau de început, precum și pragurile de discontinuitate.

Cunoașterea acestora prezintă un interes deosebit pentru previziune și pot fi puse în evidență cu ajutorul unei relații de forma următoare:

$$y_T = f(a, y_0, x, u),$$

unde: -  $y_T$  – valoarea variabilei dependente în anul final sau în alt an al orizontului de previziune;

-  $y_0$  – valoarea variabilei dependente în anul de pornire sau în anul de bază;

-  $a$  – coeficientul care exprimă transformarea lui  $y_0$  în  $y_T$  numai sub influența factorilor care au acționat în perioada trecută, fără a se ține seama de influența unor factori noi;

-  $x$  – coeficientul care exprimă influența unor factori necunoscuți sau slab definiți în anul inițial, dar cu implicații deosebite asupra evoluției fenomenului în orizontul de previziune;

-  $u$  – coeficientul care exprimă siguranța previziunii și care corectează rezultatele obținute.

**Specificitatea proceselor de continuitate și a proceselor native.** Procesele de continuitate sunt acelea în care „ $x$ ” tinde către zero; evoluția variabilei dependente este determinată de nivelul său în anul de bază și de prelungirea în viitor a tendințelor care s-au manifestat în trecut.

Procesele native sunt acelea în care „ $a$ ” tinde către zero; variabila dependentă evoluează, în totalitate sau în mare măsură, sub influența unor factori noi.

Realitatea arată că aceste două tipuri de procese se îmbină și se transformă unele în altele, după cum, într-o anumită perioadă de timp, predomină prelungirea mecanică a tendințelor din trecut sau elementele de inovație tehnică.

Procesele de continuitate au un grad mai ridicat de siguranță și permit utilizarea cu rezultate satisfăcătoare a metodelor explorative, pe când cele native au grad mai redus de certitudine și se pretează, în special, la metode bazate pe retroacțiune.

În cadrul proceselor de continuitate se deosebesc:

**a) procese de saturare** – care definesc limitele superioare sau inferioare ce trebuie atinse în perspectivă de variabila dependentă (aceste limite nu pot fi determinate fără analiza corelată a unui număr mare de factori; simpla extrapolare a tendințelor trecute nu conduce în toate cazurile la soluții plauzibile);

**b) procese de înlocuire sau de substituție** – care reflectă modificarea activităților de transformare în ceea ce privește mijloacele folosite (ca, de exemplu, înlocuirea muncii manuale cu mecanizarea), precum și destinația și calitatea bunurilor produse;

**c) procese de completare** – care au în vedere apariția unor nevoi suplimentare ca urmare a acțiunii unor factori cauzali (din această categorie fac parte procesele de adaos, cum ar fi dotarea superioară a gospodăriilor cu echipamente electrotehnice pe măsura creșterii veniturilor medii, și procesele de complimentare, ca, de exemplu, creșterea producției de material sportiv pe măsura dezvoltării producției de autoturisme);

**d) procese secvențiale** – desfășurarea acestora ține seama de o anumită eșalonare în timp sau întârziere (sunt caracteristice multor fenomene economice; de exemplu, procesul secvențial ce apare între necesități și resurse, întârzierea fiind datorată activităților de cercetare, proiectare, realizare a investițiilor necesare pentru obținerea producției).

**D. Pragurile de discontinuitate.** Pragurile de discontinuitate se manifestă atât în procesele de substituție, cât și în procesele secvențiale și se datorează apariției unor inovații tehnologice, în general progresului tehnic.

### 3.4. Integrarea cercetărilor cantitative în previziunea economică

**A. Scopul și obiectivul cercetărilor cantitative.** Scopul cercetărilor cantitative este să reconstituie, în vederea extrapolării, legăturile dintre diverse variabile, care, de cele mai multe ori, nu sunt perceptibile direct sau în mod evident. Obiectivul lor este să faciliteze gândirea în termeni medii, ca primă etapă a unui proces de simplificare și schematizare.

**B. Caracteristicile abaterilor admise de funcțiile econometrice.** Funcțiile econometrice se construiesc și se utilizează cu admiterea conștientă a unor abateri, care au următoarele caracteristici: a) sunt întâmplătoare, dar pot fi afectate de un anumit grad de probabilitate; b) tind către o valoare medie nulă; c) variația lor este monotonă, crescătoare sau descrescătoare, pentru mulțimea de valori analizate, și d) distribuția lor se face după legea normală.

**C. Necesitatea stabilirii formei dependenței dintre variabilele de previziune.** Analiza unor serii de date statistice pentru elaborarea previziunilor pornește de la început de la ipotezele formulate de știința economică, pentru că din datele respective nu rezultă de cele mai multe ori dacă între fenomene există sau nu o legătură cauzală sau de asociere. Dacă dependența dintre variabile a fost admisă, trebuie stabilită forma acestei dependențe, adică descrierea legăturii dintre fiecare valoare a variabilei dependente ( $y_i$ ) și fiecare valoare a variabilei sau variabilelor independente ( $x_i$ ) ale seriilor de date statistice. Aceasta implică ajustarea datelor statistice.

**D. Conceptul de ajustare a datelor statistice.** Conceptul de ajustare pornește de la ipoteza că legătura poate fi descrisă dar nu neapărat și explicată. Funcția econometrică ce formalizează matematic legătura dintre două variabile de previziune generează, pentru variabila dependentă, o nouă serie de date ( $y'_i$ ). Aceste date sunt calculate punând condiția ca suma pătratelor diferențelor dintre  $y_i$  și  $y'_i$  să fie minimă, adică:  $S = \sum (y_i - y'_i)^2 = \min, i = (\overline{1, n})$ .

Descrierea cu suficientă precizie a legăturii dintre variabile presupune cunoașterea unor serii de date statistice suficient de lungi, ceea ce de multe ori este greu de asigurat. Pentru simplificarea calculelor este necesar ca funcția utilizată să fie liniară sau să poată fi liniarizată ușor prin logaritmare.

În legătură cu conceptul de ajustare a datelor statistice, trebuie reținute următoarele aspecte: a) în calcule se urmărește stabilirea unor corelații convenabile, cu abateri minime față de datele reale, și nu a unor corelații exacte; b) rezultatele obținute cu ajutorul unor funcții econometrice trebuie asociate cu analize economice calitative, și c) metodele econometrice trebuie asociate și cu alte metode de analiză sau cercetare prospectivă, pentru compararea rezultatelor și sporirea gradului de siguranță.

### 3.5. Fiabilitatea previziunilor economice

Previziunile economice au un anumit grad de certitudine determinat de legăturile cauzale numeroase dintre factorii care condiționează evoluția fenomenelor și proceselor economico-sociale. Fenomenele pot evolua în condiții de risc, de certitudine sau de incertitudine. Siguranța sau gradul de certitudine al previziunilor economice poartă numele de fiabilitate.

De aceea, verificarea fiabilității previziunilor economice, respectiv estimarea probabilității realizării prevederilor lor, are o importanță metodologică deosebită. Probabilitatea realizării prevederilor previziunilor nu este maximă pentru că, așa cum s-a văzut, viitorul este funcție atât de necesitate, respectiv de relațiile dintre cauze și efecte, cât și de întâmplare, adică de factori accidentali, aleatori.

#### Modalități de evaluare a fiabilității previziunilor economice

Gradul de siguranță al previziunilor economice poate fi evaluat cel mai bine după scurgerea orizontului de timp, când se poate stabili dacă prevederile se confirmă și în ce măsură sau dacă se infirmă. În acest scop, se calculează abaterea absolută sau abaterea relativă a realizărilor sau rezultatelor față de prevederi și coeficientul de inegalitate sau coeficientul lui Theil.

Abaterea absolută se calculează după relația:  $A = R_i - P_i$ , abaterea relativă după relația:

$$a\% = \frac{R_i - P_i}{P_i} \cdot 100 = \frac{A}{P_i} \cdot 100, \text{ iar coeficientul de inegalitate după relația: } U = \frac{\sqrt{\sum (P_i - R_i)^2}}{\sqrt{\sum P_i^2} + \sqrt{\sum R_i^2}},$$

unde: -  $A$  – abaterea absolută;

-  $a\%$  - abaterea relativă;

-  $U$  – coeficientul de inegalitate sau coeficientul lui Theil;

-  $P_i$  – datele de previziune pentru fiecare an al orizontului;

-  $R_i$  – datele realizate pentru anii respectivi;

Pentru ca previziunea economică să corespundă scopului pentru care a fost elaborată este necesar ca valoarea coeficientului de inegalitate să fie cât mai apropiată de zero; abaterea absolută și abaterea relativă pot lua valori pozitive sau negative, după cum realizările sunt mai mari sau mai mici decât prevederile. Această modalitate de evaluare a fiabilității previziunilor economice, post-factum, are o valoare științifică incontestabilă, dar este lipsită de valoare practică pentru gestiunea economică, pentru că aceasta presupune evaluarea fiabilității previziunilor înainte de trecerea la acțiune.

Prin urmare, fiabilitatea previziunilor economice trebuie evaluată și în momentul elaborării lor, pentru că servesc la fundamentarea deciziilor, a planurilor și programelor.

Pentru aceasta se estimează evoluția viitoare pe baza datelor care caracterizează evoluția fenomenelor și proceselor economico-sociale pe o perioadă trecută, numită perioadă statistică sau perioadă de analiză retrospectivă.

Pe baza datelor statistice și a celor teoretice, ajustate sau recalulate, se determină o serie de parametri sau estimatori statistici, dintre care cel mai semnificativ este abaterea medie pătratică procentuală ( $\sigma$ ), care se calculează după relația:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \left( \frac{Y_i - Y'_i}{Y_i} \cdot 100 \right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum \left( \frac{Y_i - Y'_i}{Y_i} \cdot 100 \right)^2} = \left[ \frac{1}{n} \cdot \sum \left( \frac{Y_i - Y'_i}{Y_i} \cdot 100 \right)^2 \right]^{1/2},$$

unde:  $Y_i$  – datele statistice reale (empirice) pentru fiecare an al perioadei considerată concludentă pentru analiza retrospectivă;

$Y'_i$  – datele teoretice, ajustate, recalulate pe baza datelor reale pentru fiecare an al perioadei statistice;

$n$  – numărul anilor din perioada statistică;

Pentru elaborarea unor previziuni economice cu grad ridicat de probabilitate, respectiv a unor previziuni fiabile, este necesar ca ipotezele admise să nu conțină contradicții, să se țină seama

de influența unor factori extraeconomici, de interacțiunea factorilor determinanți în domeniul respectiv și să se ia în considerație situațiile conjuncturale probabile.

Factorii principali care influențează fiabilitatea previziunilor economice sunt:

- a. orizontul de timp, aria și gradul de agregare;
- b. volumul și calitatea informațiilor disponibile;
- c. metodele folosite la elaborarea lor;
- d. caracterul stohastic al elementelor introduse;
- e. imperfecțiunile sistemului informațional al previziunii economice;
- f. elementele subiective luate în calcul;
- g. cunoașterea legităților sau principiilor obiective care guvernează evoluția fenomenelor studiate;
- h. strategiile adoptate de statele partenere în domenii de interes comun.

## 4. METODE DE PROIECTARE PE ELEMENTE

### 4.1. Metoda extrapolării

Metoda extrapolării se folosește frecvent pentru elaborarea previziunilor prin prelungirea tendințelor trecute ale variabilelor; nu este accesibilă verificărilor experimentale.

Metoda se bazează pe ipoteza că sunt cunoscute relațiile cauzale și că acestea se vor manifesta în continuare cu aceleași consecințe. Se poate spune, din acest motiv, că extrapolarea transportă în mod simplist trecutul spre viitor.

Extrapolarea se poate realiza cu ajutorul unor funcții de timp (de trend sau de tendință), folosind sporul mediu absolut sau ritmul mediu anual, și cu ajutorul unor funcții de corelație, în care variabila sau variabilele independente sunt mărimi economice sau tehnice.

În practică se cunosc două modalități de aplicare a metodei extrapolării, și anume:

**a) extrapolarea mecanică**, atunci când se admite că relațiile formate între variabile nu se vor modifica în viitor, adică se admite continuitatea riguroasă a tendințelor manifestate în perioada statistică;

**b) extrapolarea euristică**, atunci când se introduc anumite corecții în evoluția trecută, în raport de modificarea previzibilă a desfășurării fenomenului sau de anumite opțiuni ale factorilor de decizie.

Totodată, funcție de informațiile disponibile și de specificul evoluției fenomenelor analizate, se utilizează mai multe procedee de extrapolare, și anume: extrapolarea analitică, extrapolarea prin curba înfășurătoare, extrapolarea fenomenologică și extrapolarea prin curba norului de puncte.

Extrapolarea analitică se bazează pe folosirea unor informații statistice care configurează evoluția unui fenomen, adică se folosesc serii de date statistice pentru analiza relațiilor cauzale dintre variabilele de previziune manifestate în perioada trecută.

Pentru extrapolarea analitică se poate folosi sporul mediu absolut, ritmul mediu anual și funcțiile de corelație.

Sporul mediu absolut se determină ca medie aritmetică simplă a sporurilor absolute cu baza în lanț. Pentru extrapolare se folosește relația:

$$y_T = y_0 + n \cdot \overline{\Delta y},$$

unde: -  $y_T$  - valoarea variabilei dependente în anul de previziune;

-  $y_0$  - valoarea variabilei dependente în anul de bază (inițial, de pornire);

-  $\overline{\Delta y}$  - sporul mediu absolut al variabilei dependente în perioada statistică sau de analiză retrospectivă;

-  $n$  - numărul anilor din perioada (orizontul) de previziune.

În cazul extrapolării euristice, sporul mediu absolut se corectează, prin înmulțire, cu un coeficient ( $k$ ), supraunitar sau subunitar, după cum se apreciază că se va modifica tendința evoluției, adică:

$$y_T = y_0 + n \cdot (\overline{\Delta y} \cdot k) = y_0 + n \cdot \Delta y^* .$$

Pentru extrapolarea cu ajutorul ritmului mediu anual se folosește relația:

$$y_T = y_0 (I + \bar{r}_y)^n ,$$

unde: -  $(I + \bar{r}_y)$  – ritmul mediu anual de creștere a variabilei dependente în perioada statistică;

-  $n$  – numărul de ani ai perioadei de previziune.

În cazul extrapolării euristice, ritmul mediu anual se corectează, tot prin înmulțire, cu un coeficient ( $k$ ), cu valoare supraunitară sau subunitară, după caz:  $y_T = y_0 [(I + \bar{r}_y) \cdot k]^n$  sau  $y_T = y_0 [(I + \bar{r}_y)^*]^n$ .

Extrapolarea analitică se poate realiza și cu un număr mare de funcții de corelație. Aceasta se datorează specificității evoluției fenomenelor economice, în sensul că unele pot avea o evoluție puternic sau lent crescătoare sau descrescătoare, în timp ce altele, după o anumită creștere sau descreștere, pot ajunge la un anumit nivel sau plafon, când creșterea sau descreșterea încetează.

Este important ca după stabilirea dependenței dintre variabile să se asigure comparabilitatea lor pentru întreaga perioadă de analiză retrospectivă, adică să se elimine influența unor factori, cum ar fi modificările de prețuri sau schimbarea conținutului unor indicatori economici. De asemenea, este necesar să se elimine punctele singulare, adică acelea care se îndepărtează substanțial de tendința generală a evoluției.

**Alegerea funcțiilor de extrapolare** corespunzătoare condiționează în mod hotărâtor calitatea previziunilor. Funcțiile respective trebuie să descrie în modul cel mai adecvat tendința de evoluție din perioada precedentă, tendință care se presupune că se va afirma și în viitor.

Există mai multe metode pentru alegerea funcției de extrapolare, și anume:

**a) metoda reprezentării grafice** – este metoda cea mai simplă, dar oferă rezultate satisfăcătoare numai în cazul funcțiilor de trend și de corelație simplă;

**b) metoda statistică** – este mai laborioasă pentru că presupune calculul estimatorilor statistici pentru fiecare funcție considerată corespunzătoare, pentru aprecierea calității sale;

**c) metoda analitică sau metoda lui Haustein** – are cel mai mare grad de precizie; aplicarea sa necesită efectuarea următoarelor operații:

c<sub>1</sub>) calculul funcțiilor asociate ale unei funcții de extrapolare;

c<sub>2</sub>) reprezentarea grafică a funcțiilor asociate, și

c<sub>3</sub>) analiza comparativă a reprezentărilor grafice respective cu graficele corespunzătoare asociatelor unor funcții de extrapolare redată într-o metodologie de elaborare a previziunilor cu ajutorul metodei extrapolării.

**Funcțiile de extrapolare pot fi clasificate după diverse criterii, după cum urmează:**

**a) după natura variabilei sau variabilelor independente** – se împart în două categorii, și anume: a<sub>1</sub>) funcții de corelație, când variabila sau variabilele independente sunt mărimi economice sau tehnice, ca de exemplu,  $y = f(x)$  sau  $y = f(x_i)$ , și a<sub>2</sub>) funcții de trend sau de tendință, când variabila independentă este timpul, adică  $y = f(t)$ ;

**b) după numărul variabilelor independente** – funcțiile de corelație se împart, la rândul lor, în: b<sub>1</sub>) funcții de corelație simplă, cu o singură variabilă independentă, și b<sub>2</sub>) funcții de corelație multiplă, cu două sau mai multe variabile independente.

Funcțiile de corelație și funcțiile de trend îmbracă o diversitate de forme sau modele matematice. Cele mai cunoscute modele matematice ale funcțiilor de corelație simplă sunt următoarele:

**a) funcțiile liniare** – se pretează la evoluții liniare, adică la previziunea variabilelor a căror rată de creștere sau de scădere este mai mult sau mai puțin constantă;

**b) funcțiile parabolice** (parabola de gradul 2, parabola de gradul 3, parabola cubică, parabola semicubică);

**c) funcțiile exponențiale (inclusiv funcția putere)** – sunt folosite la previziunea variabilelor care înregistrează un ritm de creștere mai alert;

**d) funcțiile hiperbolice** – folosite pentru previziunea variabilelor care la începutul perioadei au un ritm de creștere sau de scădere mai rapid, după care creșterea sau scăderea încetează;

e) *funcțiile logaritmice* – sunt utilizate pentru previziunea variabilelor a căror evoluție crescătoare inițială este accentuată, dar care treptat se reduce până când evoluția devine descrescătoare;

f) *funcțiile logistice* – folosite în mod deosebit pentru elaborarea unor previziuni privind cererea populației față de diverse bunuri (funcția logistică clasică și funcția logistică complexă);

g) *funcțiile sau modelele lui Törnqvist* – folosite în cercetările de marketing pentru previziunea cererii de produse alimentare, nealimentare și de uz casnic;

h) *funcțiile Gompertz și Johnson*.

Funcțiile de trend, a căror formă generală este  $y = f(t)$ , au aceleași modele matematice concrete ca și funcțiile de corelație simplă, numai că în locul variabilei  $x$ , care este o mărime economică sau tehnică, apare variabila  $t$ , care este timpul; se consideră că variabila  $t$  încorporează influențele tuturor factorilor care acționează asupra unui fenomen.

Funcțiile de corelație multiplă se folosesc pentru previziunea variabilelor a căror evoluție este determinată de mai mulți factori de influență, adică de mai multe variabile independente. Aceste funcții pot fi liniare sau neliniare. Fenomenele economice se caracterizează, în marea lor majoritate, prin dependențe neliniare.

Funcțiile liniare de corelație multiplă au următoarea formă:  $y = f(x_i)$  sau  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = a_0 + \sum a_i x_i$ . Asemenea funcții au  $n+1$  constante. Funcțiile neliniare de corelație multiplă au următoarea formă:  $y = a_0 \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot x_i^{\alpha_i} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n} = a_0 \prod x_i^{\alpha_i}$ , unde:  $\alpha_i$  – coeficienții de elasticitate ai lui  $y$  față de  $x_i$ .

### **Elaborarea previziunilor cu ajutorul funcțiilor de extrapolare**

Extrapolarea analitică presupune următoarea succesiune de operații:

a) definirea obiectului previziunii, care condiționează și fixarea orizontului de timp și stabilirea gradului de siguranță al acesteia;

b) alegerea variabilelor independente, fapt care implică o analiză calitativă asupra factorilor care influențează variabila dependentă;

c) determinarea perioadei pentru analiza retrospectivă, adică a perioadei considerată cea mai concludentă pentru furnizarea informațiilor statistice necesare construirii și rezolvării funcțiilor de extrapolare;

d) alegerea funcției de extrapolare care descrie cel mai bine evoluția trecută a variabilei dependente;

e) estimarea parametrilor funcției de extrapolare sau parametrizarea acesteia;

f) aprecierea calității funcțiilor de extrapolare cu ajutorul unor estimatori statistici, în special al abaterii medii pătratice procentuale și coeficientului de inegalitate;

g) efectuarea calculului de previziune, care comportă particularități în raport cu modelul matematic al funcției de extrapolare;

h) analiza economică a rezultatelor obținute, pentru a selecta cea mai bună variantă din mai multe posibile.

Pentru estimarea parametrilor funcției de extrapolare se folosește, de obicei, metoda celor mai mici pătrate. Condiția principală pe care o implică această metodă este ca suma pătratelor diferențelor dintre valorile reale, empirice și cele recalculate, ajustate ale variabilei dependente, pentru perioada de analiză retrospectivă, să fie minimă, adică:  $S = \sum (y_i - y'_i)^2 = \text{minim}$ .

Variabilei  $y'_i$  i se substituie funcția de extrapolare aleasă și se construiește sistemul de ecuații normale specific fiecărei funcții. Pentru construirea sistemelor de ecuații normale se pune condiția ca:  $S = \sum (y_i - y'_i)^2 = 0$ ,

și se scriu derivatele parțiale în raport cu fiecare parametru în parte. Prin rezolvarea sistemelor de ecuații normale se calculează parametrii. Sistemele de ecuații normale specifice diferitelor funcții de extrapolare sunt (tabelul 7.1.).



**Tabelul 7.1.** Sistemele de ecuații normale ale principalelor funcții de extrapolare

Tipul funcției	Funcția	Sistemul de ecuații normale corespunzător
Liniară	$y = a \pm bx$	$\begin{cases} na \pm b \sum x = \sum y \\ a \sum x \pm b \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$
Parabolică	$y = a + bx + cx^2$	$\begin{cases} na + b \sum x + c \sum x^2 = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3 = \sum xy \\ a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$
Exponențială	$y = ab^x$ (*)	$\begin{cases} n \lg a + \lg b \sum x = \sum \lg y \\ \lg a \sum x + \lg b \sum x^2 = \sum x \lg y \end{cases}$
Putere	$y = ax^b$ (**)	$\begin{cases} n \lg a + b \sum \lg x = \sum \lg y \\ \lg a \sum \lg x + b \sum (\lg x)^2 = \sum \lg x \cdot \lg y \end{cases}$
Hiperbolică	$y = \frac{I}{a + bx}$ (***)	$\begin{cases} na + b \sum x = \sum \frac{I}{y} \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum \frac{I}{y} \cdot x \end{cases}$
Logistică clasică	$y = \frac{k}{1 + be^{-cx}}$ (****)	$\begin{cases} (n-1)A + B \sum y = \sum \frac{\Delta y}{y} \\ A \sum y + B \sum y^2 = \sum \Delta y \end{cases}$
Törnquist	$y = \frac{kx}{x+a}$ (*****)	$\begin{cases} n \cdot \frac{I}{k} + \frac{a}{k} \sum \frac{I}{x} = \sum \frac{I}{y} \\ \frac{I}{k} \sum \frac{I}{x} + \frac{a}{k} \sum \frac{I}{x^2} = \sum \frac{I}{xy} \end{cases}$

(\*) se liniarizează, prin logaritmare:  $\lg y = \lg a + x \cdot \lg b$ .

(\*\*) se liniarizează prin logaritmare:  $\lg y = \lg a + b \lg x$ .

(\*\*\*) se pornește de la inversa sa:  $\frac{I}{y} = a + bx$ .

(\*\*\*\*) Se scrie, în primul rând, forma transformată a acesteia  $\frac{\Delta y}{y} = c - \frac{c}{k} \cdot y$  și se parcurg două etape de lucru. În prima etapă se calculează parametrii  $c$  și  $k$ , unde  $k$  reprezintă nivelul de saturație. În acest scop se notează  $c=A$  și  $-c/k = B$  și rezultă  $\frac{\Delta y}{y} = A + By$ . De aici se obține sistemul de ecuații

normale inserat în tabel. Parametrul  $A$  se înmulțește cu numărul termenilor seriei diminuat cu 1, pentru că  $\Delta y_i$  reprezintă diferența dintre  $y_i$  și  $y_{i-1}$ , și numărul termenilor  $\Delta y_i$  este mai mic cu 1 decât numărul termenilor  $y_i$ . În etapa a doua se calculează parametrul  $b$ , pornind de la relația:

$\frac{k}{y} - I = be^{-cx}$ . Prin logaritmare (în acest caz se folosesc logaritmi naturali, pentru că modelul

matematic conține numărul  $e$ , adică baza acestor logaritmi) se obține:

$\ln\left(\frac{k}{y} - I\right) = \ln b - cx \Leftrightarrow \ln b = \ln\left(\frac{k}{y} - I\right) + cx$ . Fiind vorba de o serie statistică cu câte  $n$  variabile  $x_i$  și  $y_i$

relația devine:  $\ln b = \frac{I}{n} \left[ \sum \ln\left(\frac{k}{y} - I\right) + c \sum x \right]$ ; când variabila independentă este timpul,  $b$  se calculează

după relația:

$$\ln b = \frac{1}{n} \left[ \sum \ln \left( \frac{k}{y} - 1 \right) + c \cdot \frac{n(n+1)}{2} \right], \text{ unde } n \text{ reprezintă numărul anilor din perioada de analiză}$$

retrospectivă.

(\*\*\*\*\*) Ca și la funcția hiperbolică, se pornește de la inversa sa:

$$\frac{1}{y} = \frac{x+a}{kx} = \frac{1}{k} \cdot \frac{x+a}{x} = \frac{1}{k} \left( 1 + \frac{a}{x} \right) = \frac{1}{k} + \frac{a}{k} \cdot \frac{1}{x}.$$

De menționat este faptul că, în cazul folosirii funcțiilor de corelație unifactoriale, pentru simplificarea calculelor se impune condiția ca  $\Sigma x = 0$ . În mod normal, având în vedere specificul evoluției fenomenelor economice, o asemenea ipoteză nu poate fi pusă;  $\Sigma x = 0$  este un nonsens. Ca atare, se recurge la un artificiu de calcul care nu viciază însă rezultatele. Acest artificiu constă în următoarele: pentru variabila independentă se calculează o medie aritmetică simplă cu ajutorul valorilor înregistrate de aceasta în perioada statistică, după relația  $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n}$ ; se face diferența, notată cu  $x'_i$ , între fiecare valoare empirică  $x_i$  și valoarea medie  $\bar{x}$ ;  $\Sigma x'_i = 0$ ; în locul variabilelor  $x_i$  se lucrează cu variabilele  $x'_i$ . În sistemul de ecuații normale,  $x'_i$  înlocuiește pe  $x_i$ .

Pentru calculul abaterii medii pătratice procentuale, cu ajutorul căreia se apreciază calitatea funcției de extrapolare, se ajustează, adică se recalculază valorile variabilei dependente pentru perioada statistică, introducând valorile calculate ale parametrilor în modelul matematic al funcției; pentru variabila dependentă se obține o nouă serie dinamică, ai cărei termeni se notează cu  $y'_i$ .

În cazul funcțiilor de trend sau de tendință, variabila independentă este timpul și se notează cu  $t$ ; ca atare, în locul variabilei  $x$  apare variabila  $t$  atât în modelele matematice ale funcțiilor, cât și în sistemele de ecuații normale corespunzătoare construite pentru calculul parametrilor.

Problema care se ridică acum este a valorilor atribuite variabilei  $t$ . Acest lucru se poate face în două moduri.

Într-o primă modalitate se calculează o medie aritmetică simplă a numerelor de ordine ale anilor din perioada statistică, notată cu  $\bar{t}$ , valoare care se scade din numărul de ordine al fiecărui an și se obțin valorile  $t'$  care se atașează valorilor variabilei dependente corespunzătoare anului de la numărul de ordine respectiv.

Pentru a aplica a doua modalitate se ține seama de numărul anilor din perioada de analiză retrospectivă. Dacă numărul anilor este impar, atunci variabila  $t$  corespunzătoare termenului din mijlocul seriei primește valoarea convențională zero; variabilele  $t$  anterioare primesc valori negative începând cu  $-1$ , la diferență de o unitate, pornind de lângă zero, iar variabilele  $t$  din partea a doua a seriei primesc valori pozitive începând cu  $1$ , la diferență de o unitate, pornind tot de lângă zero. În situația când numărul termenilor seriei este par, se acordă valorile  $-1$  și  $+1$  variabilelor  $t$  corespunzătoare celor doi termeni din mijlocul seriei; pentru prima jumătate a seriei, variabilele  $t$  primesc valori negative la distanță de două unități începând cu  $-3$ , pornind de lângă  $-1$ , iar pentru a doua jumătate a seriei, variabilele  $t$  primesc valori pozitive la distanță de două unități începând cu  $3$ , pornind de lângă  $1$ .

În cazul funcțiilor de trend,  $\Sigma t = 0$ ; aceeași valoare o are orice sumă a variabilei  $t$  ridicată la o putere impară.

## 4.2. Metoda interpolării

Această metodă presupune stabilirea mărimilor intermediare între două niveluri ale variabilei care face obiectul previziunii (ale variabilei dependente), anume nivelul din anul de bază și nivelul din anul final al orizontului.

Organele de decizie prestabilesc nivelul pentru anul final funcție de anumite obiective economico-sociale urmărite; acestea au la dispoziție date statistice pentru perioada trecută, date preliminate pentru anul curent, considerat an de bază, și nivelul urmărit pentru anul de previziune și trebuie să stabilească nivelurile pentru anii intermediari.

Interpolarea se poate realiza folosind două procedee, astfel:

a) cu ajutorul rației medii anuale, stabilite pe baza relației:

$$\bar{R}_y = \frac{Y_t - Y_0}{n}, \text{ de unde rezultă că: } Y_T = Y_0 + n\bar{R}_y;$$

b) cu ajutorul ritmului mediu anual de creștere, calculat după relația:

$$1 + \bar{r}_y = \sqrt[n]{\frac{Y_t}{Y_0}}, \text{ de unde rezultă că: } Y_T = Y_0 (1 + \bar{r}_y)^n.$$

Radicalul se rezolvă cu ajutorul logaritmilor după cum urmează:

- când se folosesc logaritmi naturali:  $(1 + \bar{r}_y) = e^{\frac{1}{n}(\ln Y_t - \ln Y_0)}$ ;

- când se folosesc logaritmi în baza 10:  $(1 + \bar{r}_y) = 10^{\frac{1}{n}(\lg Y_t - \lg Y_0)}$ .

## 5. FOLOSIREA MODELĂRII ECONOMICO-MATEMATICE ÎN PREVIZIUNEA ECONOMICĂ

### 5.1. Considerații generale privind modelarea economico-matematică

Modelarea economico-matematică este una dintre metodele moderne folosite în previziunea economică; aceasta constă în reproducerea abstractă a unui fenomen sau proces economic sub forma unui sistem similar sau analog.

Modelul este o reprezentare schematică abstractă simplificată a unui fenomen economic, este un sistem artificial bazat pe relațiile cantitative dintre elementele structurale ale fenomenului, cu ajutorul căruia se studiază comportamentul sistemului real pe care îl reprezintă.

Modelul reprezintă, deci, rezultatul unui proces în care subiectul sau constructorul său, având la bază o teorie asupra fenomenului studiat, realizează o similitudine (un izomorfism) între fenomen și un sistem artificial.

Baza teoretică a modelului economico-matematic este formată dintr-un sistem logic de enunțuri universale (ipoteze, premise), din care, după reguli precise, se deduc propoziții finale, respectiv teoreme sau concluzii; baza sa empirică este constituită din enunțuri cu caracter limitat în timp și spațiu, ce trebuie verificate prin experiment pentru a aprecia cât de verosimil este modelul.

Elaborarea modelului presupune formalizarea matematică a fenomenului economic, testarea pe o perioadă trecută a relațiilor cantitative stabilite, adică analiza retrospectivă, după care urmează proiectarea lor în perioada viitoare, respectiv analiza prospectivă, evidențiind dinamica evoluției ansamblului și a legăturilor interne ale sistemului.

Modelul economico-matematic este o reprezentare simplificată a fenomenului economic; de aceea, pentru a fi util previziunii, trebuie să satisfacă următoarele cerințe:

a) să corespundă mecanismului de funcționare al fenomenului sau procesului economic pe care îl reprezintă;

b) să fie în concordanță cu legile (principiile) economice, ținând seama de legăturile cauzale dintre diferitele activități care definesc evoluția fenomenului și caracterizează nivelul acestuia;

c) să utilizeze corect informațiile disponibile;

d) să permită elaborarea de algoritmi de rezolvare și utilizarea calculatoarelor.

Modelele economico-matematic se clasifică după mai multe criterii, astfel:

a) **După destinația lor:** a<sub>1</sub>) *modele de prognoză* pe termen lung, folosite la proiectarea unor strategii de dezvoltare, și a<sub>2</sub>) *modele de planificare pe termen mijlociu și scurt*, folosite la fundamentarea planurilor sau programelor, ori la corectarea acestora pe parcurs;

b) **După gradul de agregare:** b<sub>1</sub>) *modele agregate*, cu un număr redus de variabile, care reprezintă în formă concentrată sistemul economic analizat, și b<sub>2</sub>) *modele dezagregate*, în care domeniul analizat este structurat pe componente. De menționat este faptul că gradul de agregare al

unui model depinde în mare măsură de orizontul ales, respectiv de destinația sa; modelele de prognoză pe termen lung au un grad mai ridicat de agregare, iar cele de planificare sunt mai detaliate, datorită necesității de a cunoaște un număr mai mare de indicatori sau variabile potrivit cerințelor planificării orientative;

**c) După sfera de cuprindere:** c<sub>1</sub>) *modele globale*, care reflectă ansamblul organismului economico-social, și c<sub>2</sub>) *modele sectoriale*, care reflectă un compartiment al acestuia – ramură, subramură, domeniu de activitate, unitate administrativ-teritorială etc.;

**d) După nivelul organizatoric la care se elaborează:** d<sub>1</sub>) *modele macroeconomice*, care formalizează matematic sistemul complex al economiei naționale, folosite pentru analiza structurii și dinamicii acesteia, pentru proiectarea ritmurilor de creștere economică, pentru elaborarea unor variante raționale de plan macroeconomic, și d<sub>2</sub>) *modele microeconomice*, folosite pentru formalizarea unor elemente locale ale sistemului economic analizat;

**e) După rolul și funcțiile pe care le au în gestiunea previzională sau după tehnica de elaborare:**

e<sub>1</sub>) *modele de optimizare* – presupun alegerea unei funcții-obiectiv în condițiile unor restricții date; se urmărește, prin rezolvarea numerică a acestora, alegerea variantei adecvate de evoluție, care presupune maximizarea sau minimizarea indicatorului ales ca funcție-obiectiv. Orice model de optimizare este compus din funcția-obiectiv și sistemul de restricții; condițiile restrictive se referă la resursele disponibile.

e<sub>2</sub>) *modele de simulare* – sunt formate din serii de ecuații înlănțuite, care permit combinarea diverselor variabile funcție de anumite opțiuni sau parametri opționali, de existența unor informații de intrare și de interdependența funcțională dintre toate aceste elemente în cadrul sistemului economic.

e<sub>3</sub>) *modele de echilibrare* – se bazează pe metoda intrării-ieșiri; se aplică pe scară largă, pentru că asigură corelațiile fundamentale care trebuie realizate în dezvoltarea diferitelor verigi organizatorice, permit cuantificarea fluxurilor materiale și bănești dintre acestea și elaborarea planurilor sau programelor de producție și de aprovizionare la nivelul fiecăreia;

**f) După forma matematică:** f<sub>1</sub>) *modele liniare*, când funcția-obiectiv și ecuațiile sau inegalitățile sunt liniare, ca în cazul modelelor de programare liniară, și f<sub>2</sub>) *modele neliniare*, când funcția-obiectiv și ecuațiile de echilibru sunt de grad superior; acestea din urmă redau mai adecvat structura și evoluția diferitelor fenomene economice;

**g) După modul în care iau în considerare factorul timp:** g<sub>1</sub>) *modele statice*, cele care reflectă starea fenomenului sau procesului economic la un moment dat, și g<sub>2</sub>) *modele dinamice*, cele care redau evoluția în timp a fenomenului sau procesului economic considerat.

Între diferitele categorii de modele enumerate există legături numeroase; un model poate circumscrie caracteristici care aparțin mai multor grupări.

Etapele construirii unui model economico-matematic

Construirea unui model economico-matematic necesită o succesiune de operații sau etape, dintre care enumerăm:

- a) alegerea domeniului care face obiectul modelului;
- b) alegerea orizontului de timp;
- c) stabilirea tipului de model;
- d) stabilirea componentelor modelului, adică a variabilelor, parametrilor și notațiilor corespunzătoare;
- e) stabilirea perioadei statistice considerată concludentă pentru analiza retrospectivă și testarea modelului;
- f) culegerea seriilor de date statistice pentru variabilele de previziune și asigurarea comparabilității în ceea ce privește sfera de cuprindere și prețurile în care se exprimă;
- g) elaborarea schemei modelului;
- h) scrierea relațiilor modelului;
- i) calcularea mărimii parametrilor opționali pentru perioada statistică și proiectarea lor pentru orizontul de previziune;

- j) testarea modelului cu date din perioada trecută și evidențierea abaterilor față de datele statistice;
- k) folosirea modelului pentru perioada de previziune, luând ca bază ultimul an pentru care sunt disponibile date statistice;
- l) analiza finală și interpretarea economică a rezultatelor oferite de model în urma rezolvării sale numerice.

## 5.2. Modele bazate pe funcții de producție

Creșterea economică este posibilă numai dacă societatea afectează o parte importantă a resurselor sale pentru dezvoltarea cantitativă și calitativă a factorilor productivi și pentru introducerea progresului tehnic. Funcțiile de producție sunt expresii matematice care descriu legăturile cantitative dintre indicatorii principali care caracterizează rezultatele activităților și factorii principali atrași și consumați pentru obținerea acestora.

### Tipuri de modele bazate pe funcții de producție

Funcțiile de producție sunt folosite cu rezultate bune în previziune pentru modelarea creșterii economice, pentru aproximarea creșterii eficienței economice, dar și pentru estimarea nivelului și evoluției producției unei ramuri, subramuri sau întreprinderi. De asemenea, pot fi folosite pentru estimarea contribuției progresului tehnic la creșterea economică și pentru cuantificarea contribuției factorilor extensivi și intensivi ai creșterii.

Literatura de specialitate și practica previziunii evidențiază existența mai multor tipuri de funcții de producție. Cel mai frecvent este utilizată funcția de producție de tip Cobb-Douglas, construită în anul 1929 de cei doi economiști americani cărora le poartă numele; se folosește și în prezent datorită simplității și caracterului său rațional.

Expresia matematică a funcției respective este următoarea:  $Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta$ , unde:  $Y$  – indicatorul ce caracterizează volumul activității economice; reprezintă variabila care se anticipează (dependentă);  $L$  – mărimea agregată a forței de muncă din activitatea economică;  $K$  – mărimea agregată a capitalului fix din activitatea economică;  $\alpha$  și  $\beta$  - coeficienți de elasticitate; arată cu cât se modifică indicatorul previzionat la modificarea cu o unitate procentuală a unui factor productivi;  $A$  – parametru de scară, de dimensiune sau de proporționalitate; înglobează contribuția (influența) factorilor productivi neidentificați sau neexplicitați în modelul funcției.

Prin urmare, o funcție de producție în care se identifică, de regulă, doi factori productivi – forța de muncă ( $L$ ) și capitalul fix ( $K$ ), se caracterizează prin următorii indicatori:

- a) *elasticitatea producției în raport cu forța de muncă* ( $E_L$ ) – este raportul dintre productivitatea diferențială și productivitatea medie a muncii și caracterizează variația procentuală a rezultatului la o modificare cu o unitate procentuală a forței de muncă;
- b) *elasticitatea producției în raport cu capitalul fix* ( $E_K$ ) – este raportul dintre eficiența diferențială și eficiența medie a capitalului fix și caracterizează variația procentuală a producției la modificarea cu o unitate procentuală a capitalului fix;
- c) *norma (rata) de substituire a factorilor* [ $r(K,L)$ ] – se definește prin raportul dintre vitezele de variație ale celor doi factori productivi și caracterizează modul în care aceștia se pot substitui unul altuia, în așa fel încât rezultatul să rămână același;

d) *elasticitatea ratei de substituire a factorilor productivi*  $\left[ \sigma \left( \frac{K}{L} \right) \right]$  – se determină ca raport între rata diferențială și rata medie de substituire a factorilor și arată cu câte unități procentuale se modifică rata de substituire atunci când variază cu o unitate procentuală înzestrarea tehnică a muncii

După suma coeficienților de elasticitate, funcțiile de producție se grupează în două categorii, și anume: *funcții de producție cu coeficienți de elasticitate complementari*, când  $\alpha + \beta = 1$ , în care caz  $\beta = 1 - \alpha$ , și *funcții de producție cu coeficienți de elasticitate necomplementari*, când  $\alpha + \beta \neq 1$  și, deci,  $\beta \neq 1 - \alpha$ .

Elasticitatea complementară semnifică faptul că producția se modifică în același sens și în aceeași proporție cu modificarea factorilor, ceea ce înseamnă că eficiența folosirii factorilor productivi este constantă.

În cazul elasticității necomplementare se deosebesc două situații, și anume: când  $\alpha + \beta > 1$ , ceea ce înseamnă că sporirea producției este mai accentuată decât creșterea factorilor, ca urmare a creșterii eficienței folosirii acestora, fapt caracteristic celor mai dinamice domenii de activitate, și când  $\alpha + \beta < 1$ , ceea ce înseamnă că sporirea producției este mai mică decât creșterea factorilor, ca urmare a scăderii eficienței folosirii acestora.

Sub formă generalizată, o funcție de producție de tip Cobb-Douglas se poate scrie astfel:

$$Y = A \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n} = A \cdot \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i}, \text{ unde: } x_i - \text{factorii productivi; } \alpha_i - \text{coeficienții de elasticitate}$$

corespunzători factorilor.

Influența progresului tehnic asupra creșterii economice este însă mult mai complexă și nu poate fi izolată de acțiunea celor doi factori productivi și de modificările cantitative și calitative ale resurselor materiale și energetice.

Dinamizarea funcțiilor de producție a fost concepută în mai multe modalități. De obicei, progresul tehnic se consideră ca factor autonom și se include în modelele funcțiilor de producție sub forma  $e^{\gamma t}$ , unde:  $e$  – baza logaritmilor naturali ( $e = 2,718\dots$ );  $\gamma$  – rata progresului tehnic;  $t$  – valorile convenționale ale variabilei timp.

Modelele matematice ale funcțiilor de producție cu progres tehnic sunt:

$$Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^{1-\alpha} \cdot e^{\gamma t} \text{ și } Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta \cdot e^{\gamma t}.$$

Progresul tehnic acționează asupra volumului producției nu numai în mod autonom, ci și prin resursele folosite, fiind încorporat în capitalul fix și în tehnologiile de fabricație, mai ales în cele nou puse în funcțiune, și în forța de muncă ce le deservește.

### Folosirea funcțiilor de producție în elaborarea previziunilor

Funcțiile de producție sunt folosite în studiile previzionale pentru determinarea volumului de producție la nivel de economie națională, ramură sau unitate economică.

Pentru estimarea parametrilor se iau în calcul și se prelucrează trei serii dinamice de date statistice: una pentru evoluția volumului producției și două pentru evoluția factorilor productivi. Serii statistice se construiesc, de obicei, în mărimi relative ale dinamicii, respectiv în indici cu bază fixă. Se folosește, și în acest caz, metoda celor mai mici pătrate.

Modelul funcției de producție trebuie adus însă la o formă liniară, fapt care se realizează cu ajutorul logaritmilor. Se construiește sistemul de ecuații normale, prin rezolvarea căruia se calculează parametrii. Pentru funcțiile de producție fără progres tehnic se folosesc logaritmii cu baza 10, iar pentru cele cu progres tehnic se folosesc logaritmii naturali.

Formele liniare și sistemele de ecuații normale pentru diferitele modele ale funcțiilor de producție se prezintă după cum urmează:

- $Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^{1-\alpha}$ , cu parametrii de calcul  $A$  și  $\alpha$ .

$$\lg Y = \lg A + \alpha \lg L + (1-\alpha) \lg K = \lg A + \alpha \lg L + \lg K - \alpha \lg K$$

$$\lg Y - \lg K = \lg A + \alpha(\lg L - \lg K).$$

Se notează:

$$\lg Y - \lg K = V$$

$$\lg L - \lg K = U$$

$$\lg A = B.$$

Se scrie:  $B + \alpha U = V$ .

Sistemul de ecuații normale are următoarea formă:

$$\begin{cases} nB + \alpha \sum U = \sum V \\ B \sum U + \alpha \sum U^2 = \sum VU \end{cases}$$

Prin rezolvarea sistemului se determină cei doi parametrii.

- $Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta$ , cu parametrii de calcul  $A$ ,  $\alpha$  și  $\beta$ .

$$\lg Y = \lg A + \alpha \lg L + \beta \lg K$$

$$\begin{cases} n \lg A + \alpha \sum \lg L + \beta \sum \lg K = \sum \lg Y \\ \lg A \sum \lg L + \alpha \sum (\lg L)^2 + \beta \sum \lg K \cdot \lg L = \sum \lg Y \cdot \lg L \\ \lg A \sum \lg K + \alpha \sum \lg L \lg K + \beta \sum (\lg K)^2 = \sum \lg Y \cdot \lg K \end{cases}$$

- $Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^{1-\alpha} \cdot e^\gamma$ , cu parametrii de calcul  $A$ ,  $\alpha$  și  $\gamma$ .
- $$\ln Y = \ln A + \alpha \ln L + (1-\alpha) \ln K + \gamma = \ln A + \alpha \ln L + \ln K - \alpha \ln K + \gamma$$
- $$\ln Y - \ln K = \ln A + \alpha (\ln L - \ln K) + \gamma.$$

Se notează:

$$\lg Y - \lg K = V$$

$$\lg L - \lg K = U$$

$$\Rightarrow B + \alpha U + \gamma t = V.$$

$$\begin{cases} nB + \alpha \sum U + \gamma \sum t = \sum V \\ B \sum U + \alpha \sum U^2 + \gamma \sum tU = \sum VU \\ B \sum t + \alpha \sum tU + \gamma \sum t^2 = \sum Vt \end{cases}$$

- $Y = A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta \cdot e^\gamma$ , cu parametrii de calcul  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  și  $\gamma$ .
- $$\ln Y = \ln A + \alpha \ln L + \beta \ln K + \gamma.$$

$$\begin{cases} n \ln A + \alpha \sum \ln L + \beta \sum \ln K + \gamma \sum t = \sum \ln Y \\ \ln A \sum \ln L + \alpha \sum (\ln L)^2 + \beta \sum \ln K \cdot \ln L + \gamma \sum t \ln L = \sum \ln Y \cdot \ln L \\ \ln A \sum \ln K + \alpha \sum \ln L \ln K + \beta \sum (\ln K)^2 + \gamma \sum t \ln K = \sum \ln Y \cdot \ln K \\ \ln A \sum t + \alpha \sum t \ln L + \beta \sum t \ln K + \gamma \sum t^2 = \sum t \ln Y \end{cases}$$

După calculul parametrilor, se scrie explicit funcția de producție, adică se introduc în model mărimile calculate ale parametrilor. Forma explicită servește la ajustarea seriei de date statistice pentru variabila dependentă. Mărimile ajustate sunt valori recalulate cu ajutorul parametrilor determinați statistic. Se obține o nouă serie dinamică pentru variabila dependentă, ai cărei termeni sunt notați cu  $Y'$ . Cu ajutorul celor două serii de date pentru variabila dependentă (date empirice și date ajustate) se calculează abaterea medie pătratică procentuală.

Pentru previziunea volumului producției la un moment dat se introduc, în modelul funcției de producție, valorile factorilor productivi, pentru orizontul respectiv, estimate cu ajutorul unor metode și tehnici specifice. Dacă se utilizează un model dinamic al funcțiilor de producție se ține seama și de valoarea care trebuie atribuită variabilei  $t$  (timpul) la orizontul de previziune.

### **Folosirea funcțiilor de producție pentru calculul unor indicatori de eficiență economică și pentru dimensionarea necesarului de factori**

Este vorba în mod deosebit de următorii indicatori (pentru ilustrarea relațiilor de calcul se folosește o funcție de producție fără progres tehnic cu coeficienți de elasticitate necomplementari):

a) – productivitatea muncii și eficiența capitalului fix calculate ca mărimi medii – arată volumul producției obținută pe unitatea de factor productiv:

$$\bar{\eta}_L = \frac{\bar{Y}}{\bar{L}} = \frac{A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta}{L} = A \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta;$$

$$\bar{\eta}_K = \frac{\bar{Y}}{\bar{K}} = \frac{A \cdot L^\alpha \cdot K^\beta}{K} = A \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1};$$

b) – mărimile limită (diferențiale sau marginale) ale productivității muncii și randamentului capitalului fix – arată sporul de producție ce revine pe unitatea de spor a factorilor productivi. Se calculează ca derivate parțiale ale funcției în raport cu fiecare factor productiv:

$$\eta_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = \alpha \cdot A \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta = \alpha \bar{\eta}_L$$

$$\eta_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \beta \cdot A \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1} = \beta \bar{\eta}_K$$

Mărimile marginale ale productivității și randamentului sunt inferioare mărimilor medii ale acestora.

c) – valoarea coeficienților de elasticitate – se determină din relațiile de definiție ale acestora, respectiv ca raport între creșterea relativă a producției pe unitatea de spor de factor productiv și valoarea medie a producției pe unitatea de factor productiv, adică între randamentul marginal și randamentul mediu al factorilor productivi:

$$\varepsilon_L = \frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{Y}{L}} = \frac{\eta_L}{\bar{\eta}_L} = \frac{\alpha A \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta}{A \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta} = \alpha ;$$

$$\varepsilon_K = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{Y}{K}} = \frac{\eta_K}{\bar{\eta}_K} = \frac{\beta A \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1}}{A \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1}} = \beta ;$$

d) – rata de substituție dintre factorii productivi: arată modul cum poate fi înlocuit capitalul fix productiv cu forța de muncă sau invers, respectiv cu câte unități trebuie sporit capitalul fix pentru a economisi o unitate de forță de muncă sau cu câte unități trebuie să crească forța de muncă pentru a economisi o unitate de capital fix productiv, în condițiile obținerii aceleiași volum de producție, adică  $Y$  este constant, ceea ce înseamnă că  $\Delta Y$  sau  $dY$  este zero.

O caracteristică a funcțiilor de producție este aceea că ele reflectă posibilitatea înlocuirii reciproce parțiale a factorilor productivi între ei.

Substituția factorilor productivi nu este absolută pentru că ar fi lipsită de sens însăși producția. Substituția reciprocă pune problema asigurării unui raport adecvat între factorii productivi.

Rezolvarea corespunzătoare a acestei probleme prezintă importanță deosebită pentru alocarea resurselor între ramuri și subramuri și pentru sporirea sistematică a eficienței economice și realizarea unor ritmuri susținute de creștere a producției pe diferite verigi organizatorice ale economiei.

Rata sau coeficientul substituției dintre factorii productivi se determină după relația următoare:

$$dY = \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot dL + \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot dK = 0, \text{ de unde:}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} \cdot dL = -\frac{\partial Y}{\partial K} \cdot dK \text{ și}$$

$$S = \frac{dK}{dL} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{\partial Y}{\partial K}} = \frac{\eta_L}{\eta_K} = \frac{\alpha A \cdot L^{\alpha-1} \cdot K^\beta}{\beta A \cdot L^\alpha \cdot K^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{K}{L} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot g ;$$

e) - elasticitatea ratei de substituție pune în evidență și aspecte privind eficiența investițiilor în capital fix necesar înlocuirii unei unități de forță de muncă, ceea ce înseamnă că arată modul cum variază rata de substituție funcție de raportul dintre factorii productivi. Când valoarea indicatorului este mică înseamnă că este necesar un volum mare de investiții în capital fix productiv pentru a economisi o unitate de forță de muncă. În funcțiile de producție cu coeficienți de elasticitate complementari, elasticitatea ratei substituției este egală cu 1. Se calculează după relația:

$$E = \frac{\frac{dK}{K}}{\frac{dL}{L}} = \left( \frac{\alpha}{\beta} \cdot g \right) \cdot \left( \frac{1}{g} \right) = \frac{\alpha}{\beta}$$

Cu ajutorul funcțiilor de producție se poate calcula necesarul de forță de muncă și de capital fix productiv atunci când sunt stabilite valorile numerice pentru celelalte elemente care intervin în modelele acestora.



Necesarul de forță de muncă se calculează după relația:  $L = \left( \frac{Y}{A \cdot K^\beta} \right)^\alpha$ , iar necesarul de capital fix productiv după relația:  $K = \left( \frac{Y}{A \cdot L^\alpha} \right)^\beta$ .

### 5.3. Modele interramuri – balanța legăturilor dintre ramuri

#### Conținutul balanței legăturilor dintre ramuri

În cadrul modelării economico-matematice un loc aparte îl ocupă modelele interramuri, bazate pe analiza intrării-ieșiri, cunoscute în țara noastră sub denumirea generică de balanță a legăturilor dintre ramuri. Ele pot avea caracter statistic sau previzional și pot fi elaborate ca modele statice și ca modele dinamice.

Aceste modele reflectă fluxurile și interdependențele existente în cadrul economiei naționale, între ramurile în care se desfășoară activitatea productivă sunt folosite pe scară largă în previziune pentru că permit corelarea organică a diferitelor ramuri și subramuri economice; analiza se poate adânci însă până la nivelul grupelor de produse sau chiar până la nivelul produselor principale.

În cadrul balanței, fiecărei ramuri îi corespunde un rând și o coloană. Pe rânduri se înscrie utilizarea producției fiecărei ramuri, anume pentru consumul intermediar, adică pentru consumul productiv propriu și al celorlalte ramuri, pentru acumulare sau dezvoltare, adică pentru creșterea capitalului fix și a stocurilor materiale, pentru consumul public și privat și pentru export. Pe coloane se înscriu, pentru fiecare ramură, structura cheltuielilor materiale de producție, elementele producției nete sau valorii adăugate nete, adică venitul net, salariile, impozitele indirecte nete, precum și importul în anumite situații.

Tabelul principal al balanței legăturilor dintre ramuri cuprinde patru părți, cunoscute sub numele de cadrane. În practica previziunii și în analizele economice se folosesc, de obicei, numai trei cadrane, din considerente de ordin metodologic.

Cadranul I este partea balanței care reflectă relațiile de interdependență formate între ramurile și subramurile economiei naționale ca urmare a livrărilor reciproce de obiecte ale muncii, adică dependențele tehnologice dintre ramuri. Rândurile cadranelui evidențiază repartizarea producției fiecărei ramuri între toate ramurile producției materiale, deci fluxurile materiale care intră în consumul productiv, iar coloanele cadranelui arată structura cheltuielilor materiale de natura obiectelor muncii pentru obținerea producției în fiecare ramură.

Cadranul are forma unei matrice pătratice, în care pe rânduri și pe coloane sunt înscrise ramurile în care se împarte economia națională. Fiecare ramură este analizată într-o dublă calitate: producătoare și consumatoare.

Fluxurile materiale dintre ramuri sunt cuantificate cu ajutorul coeficienților consumului intermediar, simbolizați cu  $x_{ij}$ , care semnifică ce cantitate trebuie să se consume din producția ramurii producătoare  $i$  pentru a se realiza producția proiectată în ramura consumatoare  $j$ . Orice flux material implică, deci, ieșirea unei părți din producția ramurii producătoare  $i$  și intrarea sa în consumul productiv al ramurii consumatoare  $j$ .

În cadranul I ar trebui să existe  $n^2$  variabile  $x_{ij}$ . În realitate, numărul acestor variabile este mai mic, pentru că nu există legături directe între absolut toate ramurile economiei naționale; unele variabile  $x_{ij}$  sunt nule.

Fiecare variabilă  $x_{ij}$  are, deci, o dublă semnificație: ieșirea din ramura producătoare  $i$  și intrarea în ramura consumatoare  $j$ .

Totalurile pe linii nu sunt egale cu totalurile pe coloane. Diferența se explică prin faptul că totalurile pe linii arată partea producției fiecărei ramuri producătoare destinată consumului productiv în economia națională, iar totalurile pe coloane arată mărimea cheltuielilor materiale de natura obiectelor muncii făcute în cadrul ramurilor consumatoare pentru obținerea producțiilor proiectate.

Cadranul al II-lea cuprinde fluxurile de produse și servicii ieșite din sfera producției și intrate în sfera utilizării finale. Prin urmare, acest cadran reflectă produsul sau consumul final, respectiv cererea finală pe ansamblul economiei, după proveniență pe ramuri furnizoare și pe destinații.

Produsul final reprezintă partea producției unei ramuri destinată satisfacerii cererii finale, simbolizată cu  $Y$ . Aceasta este structurată pe următoarele elemente: consumul final public, consumul final privat, formarea brută de capital fix, variația sau creșterea stocurilor, exportul; sunt ramuri ale economiei naționale al căror produs final nu acoperă toate aceste destinații.

Rezultă, că produsul global al ramurilor ( $X$ ) se divide în două părți: produsul intermediar și produsul final. Această împărțire este determinată de funcția economică pe care o îndeplinesc cele două părți în procesul reproducției și nu de forma materială a acestora.

Produsul intermediar, repartizat pentru consumul productiv, este supus unui proces de prelucrare ulterioară și intră în cheltuielile materiale de natura obiectelor muncii ale ramurilor. Produsul final nu mai este supus unei prelucrări ulterioare, ci este folosit pentru consumul social sau personal, ieșind definitiv din sfera producției.

Repartizarea produsului global pentru consum intermediar și consum final este caracterizată cu ajutorul unui sistem de ecuații, numite ecuații de repartizare a producției:

$$\begin{cases} X_1 = x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1i} + x_{1j} + \dots + x_{1n} + Y_1 \\ X_2 = x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2i} + x_{2j} + \dots + x_{2n} + Y_2 \\ \dots \\ X_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{ii} + x_{ij} + \dots + x_{in} + Y_i \\ \dots \\ X_j = x_{j1} + x_{j2} + \dots + x_{ji} + x_{jj} + \dots + x_{jn} + Y_j \\ \dots \\ X_n = x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{ni} + x_{nj} + \dots + x_{nn} + Y_n \end{cases}$$

În formă restrânsă, sistemul de ecuații se poate scrie astfel:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i, \quad j = (\overline{1, n}).$$

Cadranul al III-lea cuprinde, pe ramuri ale economiei naționale, următorii indicatori: amortizarea capitalului fix ( $Z$ ), valoarea adăugată netă ( $VAN$ ), structurată pe impozite indirecte nete (taxa pe valoarea adăugată –  $TVA$ , taxe vamale –  $TV$ ), retribuții salariale –  $S$ , și excedentul de exploatare – profitul  $P$ , valoarea adăugată brută ( $VAB =$  valoarea adăugată netă + amortizarea), cheltuieli materiale totale de producție ( $CM =$  cheltuielile de natura obiectelor muncii + amortizarea), iar uneori și importul ( $Im$ ).

Indicatorii din acest cadran reflectă, la nivelul economiei naționale, structura produsului intern brut calculat după metoda veniturilor, spre deosebire de cadranul al II-lea care reflectă structura produsului intern brut calculat după metoda cheltuielilor.

Însumarea elementelor din cadranele I și al III-lea se caracterizează cu ajutorul ecuațiilor de balanță ale cheltuielilor de producție care au următoarea formă:

$$\begin{cases} X_1 = x_{11} + x_{21} + \dots + x_{i1} + x_{j1} + \dots + x_{n1} + Z_1 + VAN_1 \\ X_2 = x_{12} + x_{22} + \dots + x_{i2} + x_{j2} + \dots + x_{n2} + Z_2 + VAN_2 \\ \dots \\ X_i = x_{i1} + x_{2i} + \dots + x_{ii} + x_{ji} + \dots + x_{ni} + Z_i + VAN_i \\ \dots \\ X_j = x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{ij} + x_{jj} + \dots + x_{nj} + Z_j + VAN_j \\ \dots \\ X_n = x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{in} + x_{jn} + \dots + x_{nn} + Z_n + VAN_n \end{cases}$$

În formă restrânsă, sistemul de ecuații se poate scrie astfel:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ji} + Z_i + VAN_i, \quad j = (\overline{1, n}).$$

Sistemul ecuațiilor de echilibru are următoarea formă:

$$\sum x_{ij} + Y_i = \sum x_{ji} + Z_i + VAN_i.$$

Tabelul general al balanței legăturilor dintre ramuri este prezentat în continuare (tabelul 13.3).

Se observă, că modelul balanței legăturilor dintre ramuri este constituit dintr-un sistem de ecuații diferențiate pe trei tipuri, și anume: **ecuații de repartizare a producției fiecărei ramuri**, construite prin însumarea elementelor din cadranele I și II; **ecuații ale formării cheltuielilor de**

**producție**, construite prin însumarea elementelor din cadranele I și III, și **ecuații de echilibru în profil de ramură și pe ansamblul economiei naționale**.

Cadranul al IV-lea reflectă procesul de redistribuire, făcând legătura dintre veniturile primare din cadranul al III-lea și consumul final din cadranul al II-lea. De obicei, acest cadran nu se completează datorită unor dificultăți de ordin teoretic și metodologic, iar sub aspectul conținutului nu este suficient de semnificativ pentru analiza și previziunea economică.

#### **Probleme metodologice ale elaborării balanței legăturilor dintre ramuri**

Eficiența folosirii balanței legăturilor dintre ramuri depinde în mare măsură de modul cum se rezolvă problemele metodologice ale elaborării sale. Acestea sunt: clasificarea economiei naționale pe ramuri și stabilirea dimensiunilor balanței, cuprinderea comerțului exterior și a amortizării, asigurarea informațiilor necesare.

Ramurile cuprinse în balanță trebuie să furnizeze informații reale pentru reflectarea fluxurilor de produse și servicii, a relațiilor de natură tehnică dintre producție și consum. Pentru satisfacerea acestor cerințe este necesară clasificarea economiei naționale pe ramuri, astfel încât să se asigure omogenitatea producției. Se ajunge astfel la clasificarea economiei pe ramuri pure.

Ipoteza de omogenitate a producției ramurilor implică satisfacerea următoarelor cerințe:

- a) produsele din aceeași ramură să fie interschimbabile;
- b) produsele din ramuri diferite să nu poată fi schimbate între ele pentru că au alt rol în consum;
- c) fiecărei ramuri să-i corespundă o singură structură a intrărilor.

Balanța legăturilor dintre ramuri se dimensionează în relație strânsă cu clasificarea pe ramuri a economiei naționale. Dimensiunea balanței este dată de numărul ramurilor cuprinse în cadranul I. Practica arată că, în țările în care s-a elaborat balanța, numărul ramurilor luate în studiu este foarte diferit, adică de la câteva zeci la câteva sute.

#### **Modelul static al balanței legăturilor dintre ramuri**

Balanța legăturilor dintre ramuri caracterizează și măsoară dependențele dintre ramurile economiei naționale; în acest scop, sunt folosite dependențele funcționale dintre volumul producției și cheltuielile materiale de natura obiectelor muncii pentru fabricarea sa.

Pentru aceasta prezintă o mare importanță coeficienții cheltuielilor materiale directe, notați cu  $a_{ij}$ , care arată cât se consumă din producția ramurii  $i$  pentru a se obține o unitate de producție în ramura  $j$ .

Cu ajutorul acestor coeficienți se evidențiază interdependențele tehnologice dintre diferite ramuri; ei au semnificația unor coeficienți de proporționalitate. Se calculează ca raport între consumurile

intermediare și produsele globale sau brute ale ramurilor consumatoare, adică:  $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$ .

Se presupune că partea din producția ramurii  $i$  consumată productiv în ramura  $j$  este direct proporțională cu volumul producției proiectate a ramurii  $j$ , adică:

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot X_j.$$

Coeficienții  $a_{ij}$  se identifică în conținut cu consumurile specifice. Mărimea lor depinde de nivelul tehnic și tehnologic al producției, din care motiv sunt numiți coeficienți tehnologici. Coeficienții  $a_{ij}$  formează o matrice pătratică notată cu  $A$  care are un rol esențial în toate aplicațiile balanței.

Pe baza modelului balanței se pot calcula și coeficienții repartizării producției ramurilor, simbolizați cu  $h_{ij}$ , care arată raportul dintre partea producției ramurii  $i$  consumată productiv în ramura  $j$  și produsul global al ramurii producătoare, adică:

$$h_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_i}.$$

Între coeficienții  $a_{ij}$  și coeficienții  $h_{ij}$  există o legătură strânsă, o dependență reciprocă, fapt pus în

evidență astfel:  $h_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_i} = \frac{a_{ij} \cdot X_j}{X_i} = a_{ij} \cdot \frac{X_j}{X_i}$ .

Matricea  $A$  caracterizează structura producției sociale, respectiv divizarea pe ramuri și legăturile dintre ramuri. Aceasta permite stabilirea influențelor directe pe care le determină orice modificare a

producției unei ramuri  $j$  asupra mărimii producției celorlalte ramuri. Din asemenea considerente de conținut matricea  $A$  se mai numește și matrice structurală. Elementele matricei  $A$ , după conținutul lor, au numai valori pozitive sau sunt nule; nu pot lua valori negative.

Relația:  $x_{ij} = a_{ij} \cdot X_j$  arată că între consumurile unei ramuri și producția sa totală există raporturi constante. Ecuațiile de repartizare a producției capătă următoarea formă:

$$X_i = \sum a_{ij} \cdot X_j + Y_i, \quad j = (\overline{1, n}).$$

Din această relație se determină expresia produsului sau cererii finale:

$$X_i - \sum a_{ij} \cdot X_j = Y_i \text{ sau } (I - a_{ii}) \cdot X_i - \sum a_{ij} \cdot X_j = Y_i, \text{ cu condiția ca } j \neq i.$$

Sistemul ecuațiilor de repartizare a producției constituie modelul static al balanței legăturilor dintre ramuri; este un sistem liniar cu  $n$  ecuații și  $2n$  necunoscute. Acest model permite să se găsească  $n$  variabile dacă se dau  $n$  valori produselor globale sau finale ale ramurilor.

Când se cere să se calculeze produsul global este vorba de produsul global necesar la nivelul proiectat al consumului intermediar (sau al cheltuielilor materiale de natura obiectelor muncii) pentru asigurarea produsului final proiectat.

În acest scop, trebuie să se determine coeficienții cheltuielilor materiale totale, notați cu  $A_{ij}$ , care arată partea de producție pe care toate ramurile trebuie să o pună la dispoziția economiei naționale pentru obținerea unei unități de produs final într-o anumită ramură. Acești coeficienți înglobează toate cheltuielile materiale, adică atât cele directe, cât și cele indirecte.

Cheltuielile directe exprimă legătura dintre două produse conexe, dintre două ramuri alăturate tehnologic.

Cheltuielile indirecte exprimă cheltuielile de același gen care au loc în toate ramurile ce concură la obținerea produsului în cauză.

Coeficienții cheltuielilor materiale totale pentru unele produse sunt mult mai mari decât coeficienții cheltuielilor materiale directe. Coeficienții cheltuielilor materiale totale, cu luarea în considerație a întregii rețele de interdependențe, se pot dimensiona numai cu ajutorul balanței legăturilor dintre ramuri; se pornește de la modelul static al balanței, care, în formă matriceală, poate fi scris astfel:

$$X = A \cdot X + Y,$$

$$X - A \cdot X = Y,$$

$$X \cdot (E - A) = Y,$$

$$X = (E - A)^{-1} \cdot Y, \text{ unde: } E - \text{matricea unitate.}$$

Expresia  $(E - A)^{-1}$  dă valoarea coeficienților cheltuielilor materiale totale. Coeficienții  $A_{ij}$  formează o matrice pătratică. Modelul capătă următoarea formă:

$$X_i = \sum A_{ij} \cdot Y_j.$$

### **Elaborarea modelului balanței legăturilor dintre ramuri pentru perioada de previziune**

Pentru a răspunde necesităților gestiunii previzionale, balanța legăturilor dintre ramuri se elaborează și ca balanță pentru perioada de previziune. Punctul de plecare este balanța statistică. Elaborarea balanței pentru perioada de previziune presupune parcurgerea următoarelor operații, după cum urmează:

**A. Dimensionarea cererii finale** – este o lucrare foarte importantă pentru pregătirea informației inițiale necesară elaborării balanței previzionale.

Cererea finală, ca parametru de bază și ca element structural al balanței, nu rezultă nemijlocit din tehnica de construire a modelului static al balanței, din rezolvarea numerică a sistemului de ecuații. De aceea, se stabilește exogen, în afara modelului de balanță.

Se dimensionează, în primul rând, cererea finală pe ansamblul țării, după care se stabilește cererea finală în profil de ramură.

### **B. Calculul coeficienților cheltuielilor materiale directe și actualizarea acestora.**

Coeficienții cheltuielilor materiale directe se calculează, de obicei, pe baza balanței statistice a legăturilor dintre ramuri. Acești coeficienți nu pot fi extrapolați însă în mod mecanic pentru perioada de previziune; este necesară actualizarea coeficienților respectivi la condițiile perioadei de

previziune, ca urmare a modificărilor produse în economia națională datorate ritmurilor diferite de dezvoltare a ramurilor, schimbărilor în structura internă a acestora și a cererii finale.

Factorii principali care influențează coeficienții cheltuielilor materiale directe sunt: a) substituția reciprocă a diferitelor surse de energie; b) substituția materiilor prime naturale cu materiale sintetice și tendința de deplasare spre produsele mai complexe, prelucrate superior; c) creșterea generală a consumului de produse prelucrate industrial și a consumului de servicii, și d) tendința de scădere a consumurilor materiale în industriile prelucrătoare.

Instabilitatea coeficienților tehnologici este cu atât mai accentuată cu cât sunt mai profunde schimbările structurale din economie.

Influențele acestor factori pot fi sintetizate în două grupe:

a) efecte de substituție, exprimate prin factorii de corecție  $r'_j$ , care arată proporția în care un produs este substituit cu altele în consumul intermediar; aceste efecte acționează pe rândurile cadranelor I al balanței și afectează suma livrărilor intermediare ale ramurilor; totalitatea factorilor de corecție formează matricea diagonală  $\hat{R}$ ;

b) efecte de fabricație, exprimate prin factorii de corecție  $s'_j$ , care arată măsura în care se modifică raportul dintre consumul intermediar, considerat secundar, și consumul primar de factori productivi în procesul de fabricație al unui produs; aceste efecte acționează pe coloanele cadranelor I al balanței și afectează suma consumurilor intermediare ale ramurilor; totalitatea factorilor de corecție formează matricea diagonală  $\hat{S}$ .

Ca urmare a acțiunii factorilor de corecție  $r'_i$  și  $s'_j$  se modifică totalul livrărilor și consumurilor intermediare pe ramuri. De aceea, s-a pus și problema inversă, și anume: să se determine schimbarea coeficienților tehnologici pornind de la aceste totaluri.

Pentru actualizarea unei matrice statistice a coeficienților tehnologici se pot folosi trei tipuri de procedee:

a) *procedee bazate pe analiza tendințelor trecute manifestate în evoluția coeficienților respectivi.*

b) *procedee bazate pe analiză și proiectare tehnico-economică.*

c) *procedee formale*, bazate pe operații de calcul, care conduc la echilibrarea totalurilor pe rânduri și pe coloane prin adaptarea treptată a coeficienților balanței.

**C. Calculul coeficienților cheltuielilor materiale totale.** Pe baza matricei actualizate a coeficienților tehnologici se calculează și coeficienții cheltuielilor materiale totale. Pentru calculul acestora se parcurg următoarele operații: calculul matricei diferență (E-A) și a determinantului său; scrierea transpusei și calculul asociatei sale; calculul matricei inverse (E-A)<sup>-1</sup>. Pentru a obține mai multe variante privind producția ramurilor se elaborează în mai multe variante matricele A și (E-A)<sup>-1</sup>.

**D. Dimensionarea produselor globale ale ramurilor** - operațiunea este posibilă după actualizarea matricei coeficienților tehnologici și calculul coeficienților cheltuielilor materiale totale; prezintă importanță deosebită pentru stabilirea proporțiilor și asigurarea echilibrului în economie.

Balanța legăturilor dintre ramuri permite să se stabilească cererea finală netă și, în mod corelativ, produsul global al fiecărei ramuri astfel încât să se acopere complet necesarul de produs final; produsele globale stabilite pe ramuri sunt coordonate și echilibrate între ele.

Produsul global al ramurii se fundamentează funcție de necesitățile pieței interne și externe și de potențialul tehnico-productiv; produsul global se calculează după relația:  $X_i = \sum A_{ij} \cdot Y_j$ . Pentru a spori cu o unitate produsul final al unei ramuri trebuie să crească *produsul global în toate sau în majoritatea ramurilor*.

**E. Corelarea volumului necesar cu volumul posibil al produsului global și stabilirea indicatorului reținut ca obiectiv.** Volumul necesar al produsului global rezultă din calculele de balanță, iar volumul posibil este stabilit în afara balanței, funcție de capacitățile de producție și gradul lor de utilizare, de posibilitățile de asigurare a necesarului de materii prime, materiale, energie și forță de muncă, de resurse financiare și valutare.

Situația ideală este ca volumul produsului necesar să fie egal cu volumul produsului posibil de realizat. În realitate, între cele două variabile există diferențe.

Neconcordanța la o singură ramură generează o multitudine de implicații asupra tuturor ramurilor. Echilibrarea celor două variabile generează două categorii de efecte propagate:

- pe de o parte, este vorba de modificarea cererii finale acoperită de ramura la care există neconcordanța. Dacă se adoptă volumul posibil ca obiectiv de realizat, se deosebesc două situații: când volumul necesar este mai mic decât volumul posibil și se majorează produsul final și când volumul necesar este mai mare decât volumul posibil și se diminuează produsul final.

Cele două sensuri ale modificării produsului final pot fi exprimate formalizat astfel:

$$X_i^N < X_i^P, Y_i^P < Y_i^N, \text{ și } Y_i^P - Y_i^N = \Delta Y_i,$$

$$X_i^N > X_i^P, Y_i^P > Y_i^N, \text{ și } Y_i^P - Y_i^N = -\Delta Y_i;$$

- pe de altă parte, este vorba de modificarea produsului global al tuturor celorlalte ramuri. Echilibrarea se poate realiza în două modalități.

După o primă modalitate, se determină, în primul rând, noul volum al produsului final în ramura în care este neconcordanța:

$$X'_i = A_{i1} \cdot Y_1 + A_{i2} \cdot Y_2 + \dots + A_{ii} \cdot Y'_i + A_{ij} \cdot Y_j + \dots + A_{in} \cdot Y_n, \text{ de unde:}$$

$$Y'_i = \frac{X'_i - (A_{i1} \cdot Y_1 + A_{i2} \cdot Y_2 + \dots + A_{ij} \cdot Y_j + \dots + A_{in} \cdot Y_n)}{A_{ii}} = \frac{X'_i - \sum A_{ij} \cdot Y_j}{A_{ii}},$$

pentru  $i \neq j$ , iar în al doilea rând, se determină volumul produsului global în toate celelalte ramuri funcție de noul produs final al ramurii la care s-a realizat echilibrarea:

$$\begin{cases} X'_1 = A_{11} \cdot Y_1 + A_{12} \cdot Y_2 + \dots + A_{1i} \cdot Y'_i + A_{1j} \cdot Y_j + \dots + A_{1n} \cdot Y_n \\ X'_2 = A_{21} \cdot Y_1 + A_{22} \cdot Y_2 + \dots + A_{2i} \cdot Y'_i + A_{2j} \cdot Y_j + \dots + A_{2n} \cdot Y_n \\ X'_j = A_{j1} \cdot Y_1 + A_{j2} \cdot Y_2 + \dots + A_{ji} \cdot Y'_i + A_{jj} \cdot Y_j + \dots + A_{jn} \cdot Y_n \\ X'_n = A_{n1} \cdot Y_1 + A_{n2} \cdot Y_2 + \dots + A_{ni} \cdot Y'_i + A_{nj} \cdot Y_j + \dots + A_{nn} \cdot Y_n \end{cases}$$

Echilibrarea nu se face în mod mecanic. De exemplu, când produsul necesar este mai mic decât cel posibil trebuie analizate posibilitățile de desfacere a cantităților suplimentare de producție.

O a doua modalitate de echilibrare constă în efectuarea următoarelor operații: determinarea noului volum al produsului final în ramura respectivă; determinarea diferenței dintre noul produs final și produsul final stabilit inițial, respectiv  $\pm \Delta Y_i$ ; determinarea creșterii sau descreșterii produsului global în toate celelalte ramuri, adică:  $\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_j, \dots, \Delta X_n$ , după relația:  $\pm \Delta X_j = A_{ji} \cdot (\pm \Delta Y_i)$  sau  $\pm \Delta X_j = \pm \Delta Y_i \cdot A_{ji}$ , și determinarea noului produs global pentru fiecare ramură, după relația:  $X'_j = X_j \pm \Delta X_j$ .

**F. Determinarea variabilelor din cadranul al III-lea:** amortizarea capitalului fix, cheltuielile materiale totale, valoarea adăugată netă structurată pe elemente, valoarea adăugată brută și importul.

*Amortizarea pe ramuri ( $Z_i$ )* se calculează înmulțind coeficienții amortizării pe ramuri ( $z_i$ ) cu produsul global:  $Z_i = z_i \cdot X_i$ . Coeficienții amortizării pe ramuri se calculează pe baza balanței statistice a legăturilor dintre ramuri, după relația:  $z_i = Z_i : X_i$  și se actualizează la condițiile perioadei de previziune funcție de acțiunea factorilor care îi influențează în sensul creșterii sau descreșterii.

Pe ansamblul economiei, fondul de amortizare se calculează prin însumarea amortizării pe ramuri:  $Z = \sum Z_i = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_i + \dots + Z_n = z_1 \cdot X_1 + z_2 \cdot X_2 + \dots + z_i \cdot X_i + \dots + z_n \cdot X_n = \sum z_i \cdot X_i$ .

Cheltuielile materiale totale ale ramurilor se calculează prin însumarea consumurilor intermediare înscrise în cadranul I în coloanele aferente cu amortizarea corespunzătoare. Se utilizează următoarele relații:

$$CM_i = x_{1i} + x_{2i} + \dots + x_{ji} + \dots + x_{ni} + Z_i = \sum x_{ji} + Z_i \text{ sau}$$

$$CM_i = a_{1i} \cdot X_1 + a_{2i} \cdot X_2 + \dots + a_{ji} \cdot X_j + \dots + a_{ni} \cdot X_n + Z_i = \sum a_{ji} \cdot X_j + Z_i.$$

Pe ansamblul economiei naționale se însușează cheltuielile materiale pe ramuri:  $CM = \sum CM_i = \sum \sum x_{ji} + \sum Z_i = \sum \sum a_{ji} \cdot X_j + \sum Z_i$ .

Valoarea adăugată netă pe ramuri se calculează ca diferență între produsul global și cheltuielile materiale:  $VAN_i = X_i - CM_i$ ,

Valoarea adăugată brută se calculează prin însumarea valorii adăugate nete cu amortizarea capitalului fix:  $VAB_i = VAN_i + Z_i$ . Valoarea adăugată este un indicator cu care se operează, de obicei, numai la nivelul economiei naționale. S-a exprimat opinia să fie extins la nivelul tuturor verigilor organizatorice ale economiei, inclusiv la nivel de întreprindere.

Valoarea adăugată brută se poate calcula atât pe baza datelor statistice, cât și sub forma unor coeficienți din produsul global care, funcție de anumite influențe, se pot actualiza la condițiile perioadei de previziune.

Importul aferent fiecărei ramuri se stabilește în cadrul lucrărilor preliminare care servesc la determinarea principalilor indicatori sintetici ai economiei naționale, în strânsă corelație cu exportul, astfel încât cele două fluxuri ale comerțului exterior să se compenseze reciproc.

Resursele totale ( $R$ ) se stabilesc în profil de ramură și pe ansamblul economiei naționale. Sunt constituite din produsul global, respectiv din produsul global brut și import. Pentru echilibrarea balanței legăturilor dintre ramuri trebuie să se asigure egalitatea între resursele totale și utilizările totale ( $U$ ), formate din consumul intermediar și cererea finală sau consumul final.

După parcurgerea tuturor acestor etape se întocmește tabelul sintetic al balanței legăturilor dintre ramuri pentru perioada de previziune.

# ANALIZĂ ECONOMICO-FINANCIARĂ

## 1. CADRUL GENERAL AL ANALIZEI ECONOMICO-FINANCIARE

**Analiza** reprezintă o metodă de cercetare bazată pe descompunerea proceselor și fenomenelor în părțile lor componente, în elementele lor simple și pe stabilirea factorilor, a cauzelor care le explică.

**Analiza economico-financiară** reprezintă o metodă de cunoaștere a mecanismului de formare și modificare a fenomenelor economice prin descompunerea lor în elementele componente și prin identificarea factorilor de influență. Parcurgând un drum invers proceselor și fenomenelor economice reale, aceasta permite desprinderea elementelor esențiale, a factorilor sau cauzelor determinante din masa celor care caracterizează existența și funcționarea acestor procese și fenomene.

Obiectul descompunerii pe elemente sau factori îl poate constitui un rezultat (analiză structurală), sau o modificare a rezultatului față de o bază de comparație (analiză cauzală).

Pentru analiza activității economico-financiare a firmei este necesară folosirea unor metode de analiză, care pot fi:

- calitative;
- cantitative.

*Metodele analizei calitative* au ca scop studierea structurii fenomenelor, a factorilor care le determină și a relațiilor de cauzalitate dintre factori și fenomene. Analiza calitativă precede și condiționează rezultatele analizei cantitative și este larg utilizată în exercitarea tuturor funcțiilor managementului, condiționând, într-o măsură determinată, eficiența soluțiilor adoptate de management.

*Metodele analizei cantitative* au menirea de a da finalitate legăturilor de cauzalitate, de a comensura acțiunea diverșilor factori, de a ierarhiza factorii în ordinea importanței lor, de a stabili rezervele existente și măsura în care acestea au fost valorificate.

Efectuarea analizei activității economico-financiare necesită folosirea unui sistem de informații care să permită cunoașterea tuturor fenomenelor și proceselor care au loc în interiorul întreprinderii și în afara ei. Principala componentă a acestui sistem informațional o reprezintă situațiile financiar-contabile de sinteză: Bilanțul contabil, Contul de profit și pierdere, Situația modificării capitalului propriu, Situația fluxurilor de trezorerie, Notele explicative.

*Bilanțul contabil* reprezintă un tablou sintetic al activității economice a unei organizații, ce prezintă într-un mod fidel, clar și complet o situație finală (patrimoniul entității) la sfârșitul unei perioade. Se prezintă sub formă de listă ce include elementele patrimoniale de activ, grupate în ordinea crescătoare a lichidității lor, și elementele patrimoniale de pasiv, grupate în ordinea descrescătoare a exigibilității lor. Servește la reflectarea poziției financiare a entității, pornind de la activele pe care le controlează entitatea, pe de o parte, și de la structura sa financiară, pe de altă parte, în vederea înțelegerii relațiilor create între acestea pentru asigurarea lichidității și solvabilității entității, precum și pentru asigurarea capacității acesteia de a se adapta schimbărilor din mediul în care activează.

Pentru a răspunde nevoilor informaționale ale diferitelor categorii de utilizatori (factori de decizie), analiștii întocmesc, plecând de la bilanțul contabil, bilanțul financiar și bilanțul funcțional.

• *Bilanțul financiar*- document prin care se realizează inventarierea precisă a averii și angajamentelor organizației, structurând activele și pasivele după destinație și lichiditate, respectiv după proveniență și exigibilitate. Baza de construcție o reprezintă bilanțul contabil, supus unor corecții (reevaluarea activelor bilanțiere și eliminarea activelor fictive) pentru a arăta modul în care activele firmei sunt suficiente pentru a acoperii datoriile acesteia. Bilanțul financiar este utilizat în



fundamentarea deciziilor privind asigurarea surselor de finanțare necesare acoperirii nevoilor de finanțat în vederea satisfacerii condițiilor de echilibru financiar, evaluarea entității în cazul vânzării sau lichidării.

• *Bilanțul funcțional*- document prin care se identifică nevoile de resurse financiare ale organizației în continuă schimbare și modul de finanțare a acestora. Potrivit concepției funcționale, activitatea unei organizații este întemeiată pe cicluri de operațiuni, luând în considerare rolul fiecărui ciclu în funcționarea acesteia, considerându-se că atât elementele de activ cât și cele de pasiv reprezintă valori tranzitorii. Bilanțul funcțional clasifică elementele de activ și pasiv după apartenența la un ciclu sau altul, astfel: ciclul de investiții, căruia îi corespunde activul aciclic (stabile) și, respectiv sursele de finanțare ale investițiilor- pasivele aciclice (stabile); ciclul operațional, căruia îi corespunde activul ciclic (temporar) de exploatare și finanțarea scurtă de exploatare (pasivele aciclice de exploatare); ciclul de finanțare căruia îi corespunde operațiunile între întreprindere și partenerii de capital (acționari și creditorii) și permite eliminarea decalajelor dintre fluxul de lichidități de intrare, respectiv ieșire, degajat de ciclul operațional. Abordarea care stă la baza construcției bilanțului funcțional este o abordare internă, acesta servind cu precădere nevoilor de informare ale managementului organizației, fiind utilizat pentru fundamentarea a numeroase decizii economice.

*Contul de profit și pierdere* detaliază rezultatul obținut prin evidențierea veniturilor și cheltuielilor după natura lor și a rezultatului exercițiului pe categorii de activități și pe total. Astfel, după natura activității, atât veniturile, cât și cheltuielile, precum și rezultatului exercițiului se delimitează în trei grupe: de exploatare, financiare și extraordinare.

*Situația modificărilor capitalului* propriu prezintă, detaliat, toate modificările pe care capitalului propriu al unei întreprinderi le-a suferit între momentul de început și cel de sfârșit al exercițiului financiar, altele decât acelea provenind din tranzacțiile cu deținătorii de capitaluri proprii (majorări/reduceri de capital, distribuiri de dividende, răscumpărări de acțiuni etc.). Pe baza acestui document se poate analiza capacitatea de menținere a capitalului precum și performanța generală a societății.

*Tabloul/situația fluxurilor de trezorerie* reprezintă documentul de raportare financiară ce reflectă evoluția modificărilor în poziția financiară a unei întreprinderi, prin punerea în evidență a mărimii fluxurilor de trezorerie din cursul perioadei, clasificate în activitatea de exploatare, investiție și finanțare.

*Notele explicative* reprezintă o componentă obligatorie a situațiilor financiare anuale ale unei companii, indiferent dacă acestea sunt simplificate sau complexe, având drept scop dezvoltarea și completarea informațiilor prezentate în bilanț, contul de profit și pierdere și, după caz, în situația modificărilor capitalului propriu și/sau situația fluxurilor de trezorerie, în vederea creării unei imagini cât mai fidele asupra situației nete și a rezultatelor întreprinderii.

Pe baza informațiilor din contul de profit și pierdere se pot stabili o serie de indicatori valorici folosiți pentru caracterizarea producției și a rentabilității firmei, cunoscuți sub denumirea de *solduri intermediare de gestiune*. Sistemul contabil românesc nu prevede obligativitatea întocmirii situației soldurilor intermediare de gestiune<sup>1</sup>, dar ea este utilă pentru analiză, întrucât conține anumiți indicatori care nu se regăsesc în mod direct în contul de profit și pierdere, bilanțul contabil sau anexele la bilanț, cum sunt marja comercială, producția exercițiului, valoarea adăugată, excedentul brut de exploatare.

Tabloul soldurilor intermediare de gestiune se prezintă astfel:

---

<sup>1</sup> Bușe L. □Analiz□ economico-financiar□□, Editura Economic□, Bucure□ti 2005, pag.137

Venituri	Cheltuieli	Sold intermediar de gestiune
Vânzări de mărfuri	Costul mărfurilor vândute	Marja comercială
Producția vândută Producția stocată Producția imobilizată	Eventuala descreștere de stocuri	Producția exercițiului
Producția exercițiului Marja comercială	Consumurile provenind de la terți	Valoarea adăugată
Valoarea adăugată Subvenții pentru exploatare	Impozite, taxe și vărsăminte asimilate Cheltuieli cu personalul	Excedentul brut de exploatare
Excedentul brut de exploatare Alte venituri din exploatare	Amortizări și provizioane Alte cheltuieli de exploatare	Rezultatul exploatării
Rezultatul exploatării Venituri financiare	Cheltuieli financiare	Rezultatul curent al exercițiului
Venituri extraordinare	Cheltuieli extraordinare	Rezultatul extraordinar
Rezultatul curent Rezultatul extraordinar	Eventualele pierderi	Rezultatul exercițiului înainte de impozitare
Rezultatul exercițiului înainte de impozitare	Impozit pe profit	Rezultatul net al exercițiului

Construcția în trepte a indicatorilor, pornind de la cel mai cuprinzător (producția exercițiului și marja comercială) și încheind cu cel mai sintetic (profitul net al exercițiului), a sugerat denumirea seriei lor de cascadă a marjelor de acumulare. Fiecare marjă de acumulare reflectă rezultatul gestiunii financiare, la treapta respectivă de acumulare după deducerea diferitelor categorii de cheltuieli.

Pentru analiza activității economico-financiare a unei firme este necesar să se utilizeze un sistem de indicatori care să reflecte în mod corect rezultatele obținute, eforturile depuse, modul de utilizare a resurselor materiale, umane și financiare, precum și eficiența generală a activității desfășurate pe o anumită perioadă de timp. Din aceste considerente, putem aprecia obiectivele principale ale analizei economico-financiare a întreprinderii corespund unei analize pe probleme, evidențiată prin indicatori dezvoltati fie:

- plecând de la Tabloul soldurilor intermediare de gestiune (TSIG):
  - indicatori de activitate;
  - indicatori de rezultate.
- plecând de la conceptul de eficiență:
  - indicatori de efect;
  - indicatori de efort.

## 2. ANALIZA ACTIVITĂȚII DE PRODUCȚIE ȘI COMERCIALIZARE

### 2.1. Conținutul indicatorilor valorici ai producției

Scopul activității oricărei firme îl constituie realizarea unor produse, lucrări și servicii care să satisfacă anumite nevoi sociale și obținerea unui profit. Pentru exprimarea rezultatelor din activitatea de producție și comercializare, la nivelul firmei, se utilizează un sistem de indicatori valorici care cuprinde: **producția exercițiului, cifra de afaceri, valoarea adăugată.**

Indicatorii valorici ai activității de producție și comercializare, sub aspectul semnificației și al componenței acestora, se prezintă astfel:

**a. Producția exercițiului (Qe)** ca indicator valoric de exprimare a producției, exprimă rezultatul direct și util al activității industrial-productive pe o anumită perioadă de timp (lună, trimestru, an). Aceasta cuprinde valoarea tuturor bunurilor și serviciilor realizate de firmă în cursul perioadei, respectiv:

- valoarea producției vândute în acea perioadă (Qv), evaluată în prețuri de vânzare;
- creșterea sau descreșterea producției stocate ( $\Delta Qs$ ) respectiv a stocurilor de produse finite și producție neterminată la sfârșitul anului față de începutul anului;
- valoarea producției imobilizate (Qi), reprezentată de imobilizările corporale și necorporale realizate în regie, cât și de consumul intern de semifabricate și produse finite din producție proprie.

$$Q_e = Q_v \pm \Delta Q_s + Q_i.$$

Producția stocată și cea imobilizată sunt evaluate în costuri de producție.

**b. Cifra de afaceri (CA)** reflectă veniturile totale obținute din activitatea comercială a unei firme într-o anumită perioadă de timp. În cadrul cifrei de afaceri nu se includ veniturile financiare, precum și veniturile extraordinare.

Din punct de vedere al conținutului și al sferei de cuprindere, cifra de afaceri poate fi privită ca: cifra de afaceri netă (totală), cifra de afaceri medie, cifra de afaceri marginală, cifra de afaceri critică.

*Cifra de afaceri totală (CA)*, exprimă volumul total al afacerilor unei firme, evaluate în prețurile pieței. Ea cuprinde totalitatea veniturilor din vânzarea mărfurilor și produselor, executarea lucrărilor și prestarea serviciilor într-o perioadă de timp.

*Cifra de afaceri medie ( $\bar{CA}$ )*, se poate determina în unitățile monoproduse, și reflectă încasarea medie pe unitatea de produs sau serviciu.

$$\bar{CA} = \frac{CA}{q}$$

*Cifra de afaceri marginală ( $CA_m$ )*, exprimă variația încasărilor unei firme generată de creșterea cu o unitate a volumului vânzărilor.

$$CA_m = \frac{\Delta CA}{\Delta q}$$

*Cifra de afaceri critică ( $CA_{min}$ )*, sau pragul de rentabilitate, reprezintă acel nivel al vânzărilor la care se asigură acoperirea în totalitate a cheltuielilor efectuate, iar profitul este egal cu zero. În acest caz, cifra de afaceri minimă va fi egală cu suma cheltuielilor fixe și a celor variabile.

$$CA_{min} = \frac{CF}{1 - \frac{Cv}{CA}} = \frac{CF}{1 - Ncv}$$

unde: CF - cheltuielile fixe totale;

Ncv - nivelul relativ al cheltuielilor variabile față de cifra de afaceri (CA).

**c. Valoarea adăugată (VA)** este un indicator sintetic care exprimă plusul de valoare (bogăție) creat de o firmă ca efect al utilizării eficiente a potențialului de care dispune, peste valoarea consumului factorilor de producție proveniți de la terți.

Analiza valorii adăugate este deosebit de importantă, deoarece aceasta exprimă mai bine efortul propriu al întreprinderii la crearea produsului intern brut, permite aprecierea corectă a eficienței economice, stimulează reducerea cheltuielilor materiale, folosirea eficientă a mijloacelor de producție și a forței de muncă. Pentru determinarea nivelului valorii adăugate se pot folosi două metode: metoda sintetică sau indirectă și metoda analitică sau directă.

*Metoda sintetică (indirectă)* este cea mai răspândită în calculul valorii adăugate deoarece este mai exactă și se poate aplica mai ușor. Stabilirea valorii adăugate brute prin metoda sintetică se face scăzând din producția exercițiului, consumurile intermediare provenite de la terți:

$$VA = Q_e - C_m,$$

unde: VA - valoarea adăugată;

Cm - cheltuieli cu materialele provenite de la terți.

În cazul firmelor care desfășoară și activitate de comerț, valoarea adăugată totală cuprinde și marja comercială (Mc), stabilită ca diferență între valoarea mărfurilor vândute (Vm) și costul mărfurilor vândute (Cmv):

$$VA = Mc + (Q_e - C_m)$$

Ținând seama de aceste relații, rezultă că pentru creșterea valorii adăugate se poate acționa prin creșterea producției exercițiului, dar mai ales prin scăderea cheltuielilor materiale.

*Metoda analitică (directă) sau aditivă* de calcul a valorii adăugate permite determinarea acesteia prin însumarea elementelor sale componente: cheltuieli cu personalul (Cs); cheltuieli cu impozitele și taxele (IT); cheltuieli financiare (CF); cheltuieli cu amortizarea (A); profitul net (P).

$$VA = C_s + IT + CF + A + P.$$

În acest caz, valoarea adăugată cuprinde remunerarea muncii prin cheltuielile cu personalul, a capitalului propriu sau acționarilor prin dividende, a capitalului împrumutat prin dobânzi, a capitalului tehnic prin amortizare, a statului prin impozite și taxe, precum și a întreprinderii prin profitul reinvestit (folosit pentru autofinanțare). Această metodă permite urmărirea modului de repartizare a valorii adăugate între participanții la activitatea firmei.

Între indicatorii prezentați există o serie de **corelații**, care sunt puse în evidență cu ajutorul raportului static și a raportului dinamic. În acest scop se calculează raportul static (Rs) și raportul dinamic (Rd) între producția vândută și producția exercițiului:

$$R_s = \frac{Q_v}{Q_e}; \quad R_d = \frac{I_{Q_v}}{I_{Q_e}}.$$

*Raportul static* arată ponderea producției vândute a unei firme în producția exercițiului și reflectă gradul de valorificare a producției exercițiului într-o perioadă de timp. Acest raport poate lua valori mai mici, egale sau mai mari decât 1 ( $R_s \leq 1$ ,  $R_s \geq 1$ ) și exprimă modificările intervenite în stocurile de produse finite, semifabricate sau producție neterminată.

*Raportul dinamic* arată evoluția sau dinamica producției vândute în raport cu dinamica producției exercițiului și poate fi egal, mai mare sau mai mic decât 1 sau 100%.

În cadrul analizei, se pot calcula și raportul static și raportul dinamic dintre valoarea adăugată și producția exercițiului:

$$R_s = \frac{V_a}{Q_e} \times 100; \quad R_d = \frac{I_{V_a}}{I_{Q_e}} \times 100.$$

Raportul static (*Rs*) arată ponderea valorii adăugate din activitatea de producție în producția exercițiului, în timp ce raportul dinamic (*Rd*) arată dinamica sau ritmul modificării valorii adăugate în funcție de dinamica sau ritmul modificării producției exercițiului. Mărimea raportului static reflectă gradul de integrare a producției; cu cât valoarea acestui raport este mai apropiată de 1, cu atât mai mult firma este integrată vertical.

O valoare informațională deosebită o prezintă și *gradul de integrare a activității*, calculat ca raport între valoarea adăugată realizată și cifra de afaceri:

$$R_{var} = \frac{V_a}{CA} \times 100.$$

Această rată este o expresie a bogăției create la un anumit nivel de activitate. Gradul de integrare a activității este dependent de natura activității și de durata ciclului de exploatare.

## 2.2. Analiza cifrei de afaceri

Principalele obiective ale analizei cifrei de afaceri sunt: analiza dinamicii, analiza structurală și analiza factorială.

*Analiza dinamicii cifrei de afaceri* are ca obiectiv desprinderea tendinței de evoluție a afacerilor firmei în scopul luării celor mai potrivite decizii. Astfel, dacă cifra de afaceri este în creștere, firma trebuie să identifice noi surse de finanțare a activității. Dacă dimpotrivă cifra de afaceri are tendința de reducere vor trebui găsite noi piețe de desfacere pentru produsele realizate.

În procesul de analiză este necesar să se calculeze modificarea absolută și procentuală intervenită în mărimea cifrei de afaceri din perioada curentă față de cea prevăzută sau din perioada de bază astfel:

$$\Delta CA = CA_1 - CA_0; \quad \Delta CA\% = \frac{\Delta CA}{CA_0} \times 100; \quad \Delta CA\% = I_{CA} - 100.$$

În funcție de mărimea și semnul acestor modificări se pot face aprecieri cu privire la creșterea sau scăderea cifrei de afaceri a întreprinderii în perioada supusă analizei.

**Analiza structurală** presupune identificarea variațiilor intervenite pe diferite trepte structurale ale cifrei de afaceri: pe produse, pe tipuri de activități, pe piețe de desfacere, etc. Metodologic analiza se bazează pe utilizarea mărimilor relative de structură ( $g_i$ ). Pentru asigurarea unor comparații în timp sau între firme se poate utiliza coeficientul de *concentrare sau coeficientul Gini-Struck*. Acest coeficient se determină cu ajutorul următoarei relații:

$$G = \sqrt{\frac{n \sum g_i^2 - 1}{n - 1}}$$

unde:  $g_i$  - structura cifrei de afaceri pe produse sau activități;

$n$  - numărul de produse din nomenclatorul de fabricație al întreprinderii.

Acest coeficient poate lua valori între 0 și 1. Dacă nivelul lui se apropie de 0 înseamnă că cifra de afaceri este repartizată relativ uniform pe cele  $n$  produse din nomenclatorul de fabricație. Dacă dimpotrivă nivelul lui se apropie de 1 înseamnă că în structura vânzărilor sunt câteva produse care dețin cea mai mare pondere în cifra de afaceri. În același scop se poate folosi și *indicele Herfindhal* care se determină cu relația:

$$H = \sum g_i^2$$

Valoarea acestui coeficient este egală cu 1 dacă întreprinderea vinde un singur produs și cu  $1/n$  dacă vânzările sunt repartizate în proporții egale pe produse.

*Exemplu:*

Pentru determinarea acestor coeficienți am considerat următoarele date, pentru o firmă industrială:

Tabelul 1

Produsele	Cantitatea vândută		Preț de vânzare	
	An bază	An curent	An bază	An curent
A	600	800	10	11
B	500	400	8	8
Total	*	*	*	*

Pe baza acestor date a fost calculată cifra de afaceri și structura acesteia pe produse, date ce sunt prezentate în tabelul următor.

Tabelul 2

Produsele	$CA_0 = q_0 p_0$	$CA_1 = q_1 p_1$	Structura CA	
			An bază	An curent
A	6000	8800	60,0%	73,3%
B	4000	3200	40,0%	26,7%
Total	10000	12000	100,0%	100,0%

Valorile coeficientului Gini-Struck și a coeficientului Herfindhal în cei doi ani considerați, pe baza acestor date, sunt:

$$G_0 = 0,200; \quad G_1 = 0,467;$$

$$H_0 = 0,520; \quad H_1 = 0,609;$$

Se observă că în perioada curentă valoarea celor doi coeficienți a crescut, ceea ce semnifică o concentrare a activității firmei spre produsul A, a cărui pondere a ajuns la 73,3% în anul curent.

**Analiza factorială a cifrei de afaceri** are rolul de a identifica factorii de influență, de a stabili nivelul și sensul influențelor lor, pentru ca în final să poată fi stabilite măsuri de limitare a acțiunii factorilor cu influență negativă, respectiv menținerea și amplificarea factorilor cu influență pozitivă. Pentru analiza factorială acești factori sunt agregați sub formă de modele de analiză. Astfel, mărimea cifrei de afaceri într-o întreprindere depinde de volumul fizic al producției vândute pe sortimente (q) și de prețul de vânzare pe unitate de produs (p):

$$CA = \sum q \cdot p$$

Creșterea cifrei de afaceri a fiecărei firme poate avea loc prin creșterea volumului producției vândute în funcție de cerințele pieței și de resursele disponibile ale fiecărei întreprinderi. De asemenea, un rol important în creșterea cifrei de afaceri îl are creșterea prețului de vânzare în funcție de calitatea producției și de evoluția raportului dintre cerere și ofertă pe piață. Trebuie precizat faptul că primul factor conține și influența structurii producției vândute, care prin intermediul prețului diferențiat pe produse acționează asupra cifrei de afaceri.

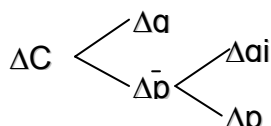
Influența modificării structurii producției poate fi cuantificată prin calcularea unui preț mediu de vânzare în cazul produselor omogene (exprimate în aceeași unitate de măsură).

$$CA = \sum q \cdot \bar{p},$$

unde:  $\bar{p} = \frac{\sum g_i \cdot p}{100}$

$g_i$  - structura producției vândute

$\bar{p}$  - prețul mediu de vânzare, pentru produsele omogene.



Putem aprecia că modificarea structurii producției vândute în favoarea unor sortimente care sunt solicitate pe piață și au prețuri de vânzare mai mari, reprezintă o cale importantă de creștere a cifrei de afaceri.

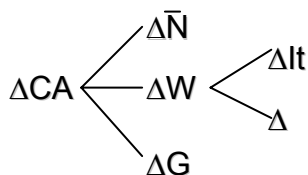
Pentru analiza factorială se mai pot folosi și alte modele, ținând seama de numărul mediu de salariați ( $\bar{N}_s$ ), de productivitatea muncii ( $W_a$ ) și de gradul de valorificare a producției fabricate ( $G_v$ ):

$$Ca = \bar{N}_s \cdot W_a \cdot G_v = \bar{N}_s \cdot \frac{Q_f}{\bar{N}_s} \cdot \frac{Ca}{Q_f}$$

La rândul ei productivitatea muncii poate fi privită în funcție de gradul de înzestrare tehnică a muncii cu mijloace fixe ( $I_t$ ) și de eficiența utilizării mijloacelor fixe ( $E$ ):

$$W_a = I_t \cdot E = \frac{M_f}{N_s} \cdot \frac{Q_f}{M_f}$$

În acest caz schema factorilor de influență se prezintă astfel:



*Exemplu:*

Pentru aplicarea metodologiei de analiză a cifrei de afaceri vom considera următorul exemplu:

Tabelul 3

<i>Indicatori</i>	An de bază	An curent	Indice %
1. Cifra de afaceri (CA)	10000	12000	120,00%
2. Producția fabricată (Qf)	10900	12800	117,43%
3. Numărul mediu de salariați ( $\bar{Ns}$ )	105	100	95,24%
4. Valoarea medie a mijloacelor fixe (Mf)	1100	1200	109,09%
5. Productivitatea muncii ( $\bar{Wa}$ )	103,81	128	123,30%
6. Înzestrarea tehnică a muncii (It)	10,48	12,00	114,55%
7. Eficiența mijloacelor fixe (E)	9,91	10,67	107,65%
8. Gradul de valorificare a producției fabricate (Gv)	0,917	0,938	102,19%

$$\Delta CA = CA_1 - CA_0 = 12000 - 10000 = 2000 \text{ mii lei.}$$

Influențele factorilor le stabilim cu ajutorul metodei substituirilor în lanț:

1. Influența numărului de salariați:

$$\Delta_{CA}^{\bar{Ns}} = (\bar{Ns}_1 - \bar{Ns}_0) \cdot Wa_0 \cdot Gv_0 = (100 - 105) \times 103,81 \times 0,917 = -476,19 \text{ mii lei ;}$$

2. Influența productivității muncii:

$$\Delta_{CA}^{\bar{Wa}} = \bar{Ns}_1 \cdot (\bar{Wa}_1 - \bar{Wa}_0) \cdot Gv_0 = 100 \times (128 - 103,81) \times 0,917 = 2219,31 \text{ mii lei ,}$$

din care:

2.1 Influența înzestrării tehnice a muncii:

$$\Delta_{CA}^{It} = \bar{Ns}_1 \cdot (It_1 - It_0) \cdot E_0 \cdot Gv_0 = 100 \times (12 - 10,48) \times 9,91 \times 0,917 = 1385,28 \text{ mii lei ;}$$

2.2 Influența eficienței utilizării mijloacelor fixe:

$$\Delta_{CA}^E = \bar{Ns}_1 \cdot It_1 \cdot (E_1 - E_0) \cdot Gv_0 = 100 \times 12 \times (10,67 - 9,91) \times 0,917 = 834,03 \text{ mii lei ;}$$

3. Influența gradului de valorificare a producției fabricate:

$$\Delta_{CA}^{Gv} = \bar{Ns}_1 \cdot Wa_1 \cdot (Gv_1 - Gv_0) = 100 \times 128 \times (0,938 - 0,917) = 256,88 \text{ mii lei .}$$

Creșterea cifrei de afaceri s-a realizat prin creșterea productivității muncii anuale atât ca urmare a creșterii eficienței utilizării mijloacelor fixe, cât și a înzestrării tehnice a muncii. În același timp observăm că a scăzut ușor numărul mediu de salariați, reducerea care nu se apreciază neapărat ca fiind nefavorabilă, mai ales că productivitatea muncii a crescut. Gradul de valorificare crescut, dar este în continuare mai mic de 1, ceea ce semnifică o reducere a ritmului de creștere a stocurilor de produse finite, apreciată favorabil.

### 2.3. Analiza valorii adăugate

Valoarea adăugată poate fi analizată din punct de vedere al structurii, dar și al factorilor de influență. **Analiza structurală** are drept obiectiv urmărirea modului de repartizare a valorii adăugate între participanții direcți și indirecti la activitatea economică a firmei. În acest scop se calculează ratele de remunerare a valorii adăugate, respectiv a ponderii fiecărui element component în totalul acesteia. Se pot stabili următoarele rate:

- rata de remunerare a personalului ( $R_1$ ):

$$R_1 = \frac{\text{Cheltuieli cu personalul}}{\text{Valoarea adaugata}} \times 100$$

- rata de remunerare a statului ( $R_2$ ):

$$R_2 = \frac{\text{Impozite si taxe}}{\text{Valoarea adaugata}} \times 100$$

- rata de remunerare a capitalului tehnic ( $R_3$ ):

$$R_3 = \frac{\text{Cheltuieli cu amortizarea}}{\text{Valoarea adaugata}} \times 100$$

- rata de remunerare a creditorilor ( $R_4$ ):

$$R_4 = \frac{\text{Cheltuieli financiare}}{\text{Valoarea adaugata}} \times 100$$

- rata de remunerare a acționarilor ( $R_5$ ):

$$R_5 = \frac{\text{Profit net}}{\text{Valoarea adăugată}} \times 100$$

Aceste rate permit efectuarea de comparații sectoriale și inter-exerciții și oferă informații asupra modului de repartizare a valorii adăugate între partenerii sociali, respectiv personalul, statul, întreprinderea, creditorii și acționarii. Astfel, o creștere a ponderii profitului se apreciază favorabil, în timp ce creșterea ponderii cheltuielilor financiare poate semnifica o creștere a gradului de îndatorare al firmei. Ponderea impozitelor și taxelor depinde de fiscalitatea promovată de stat, creșterea acesteia apreciindu-se nefavorabil.

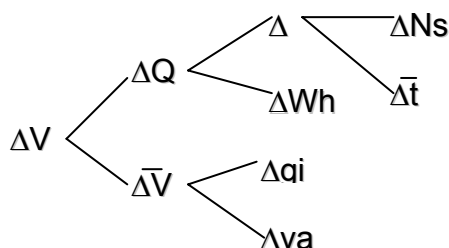
Un obiectiv important al analizei îl constituie **analiza factorială a valorii adăugate** pe baza unor modele factoriale de tip multiplicativ sau produs între factori. Astfel, dacă se urmărește corelația dintre valoarea adăugată, producția exercițiului și cheltuielile materiale, analiza acesteia se poate realiza pe baza următorului model:

$$VA = Qe(1 - Gm) = Qe(1 - \frac{Cm}{Qe}) = Qe \cdot \bar{v}_a$$

Modificarea valorii adăugate se explică prin modificarea producției exercițiului și a valorii adăugate medii ce revine la 1 leu producție a exercițiului ( $\bar{v}_a$ ).

Producția exercițiului poate fi privită și ea în funcție de timpul total lucrat de salariați, exprimat în ore-om ( $T$ ) și de productivitatea orară a muncii ( $Wh$ ), iar timpul total lucrat depinde de numărul mediu de salariați ( $Ns$ ) și timpul de lucru mediu pe un salariat ( $\bar{t}$ ).

La rândul ei valoarea adăugată medie la 1 leu producție a exercițiului ( $\bar{v}_a$ ) depinde de structura producției pe sortimente ( $g$ ) și de valoarea adăugată la 1 leu producție pe produse ( $va$ ). Pe baza modelului prezentat se poate stabili următorul sistem factorial:



*Exemplu:*

Pentru exemplificarea metodologiei de analiză vom considera următorul exemplu:

Tabelul 4

Indicatori	An de bază	An curent
1. Producția exercițiului ( $Qe$ )	12000	14000
2. Cheltuieli materiale ( $Cm$ )	7000	7800
3. Valoarea adăugată ( $VA$ )	5000	6200
4. Timpul total lucrat în ore-om ( $T$ )	165900	160000
5. Nr. mediu de salariați ( $Ns$ )	105	100
6. Timpul mediu de lucru pe un salariat în ore ( $t$ )	1580	1600
7. Productivitatea medie orară ( $Wh$ )	0,0723	0,0875
8. Valoarea adăugată medie la un leu producție a exercițiului ( $\bar{v}_a$ )	0,417	0,443
9. Valoarea adăugată medie recalculată la 1 leu producție ( $\bar{v}_a'$ )	-	0,425

$$\Delta VA = VA_1 - VA_0 = 6200 - 5000 = 1200$$

Valoarea adăugată a crescut cu 1200 mii lei, creștere explicată, potrivit sistemului factorial prezentat, pe baza influenței următorilor factori:

- 1) Influența producției exercițiului:



$$\Delta_{VA}^{Qe} = (Qe_1 - Qe_0) \cdot \bar{V}a_0 = (14000 - 12000) \times 0,417 = 833,33 \text{ mii lei}$$

din care, datorită modificării:

1.1 Timpului total lucrat:

$$\Delta_{VA}^T = (T_1 - T_0) \cdot \bar{W}h_0 \times \bar{V}a_0 = (160000 - 165900) \times 0,0723 \times 0,417 = -177,82 \text{ mii lei}$$

din care, datorită modificării:

1.1.1. Numărului mediu de salariați:

$$\Delta_{VA}^{Ns} = (Ns_1 - Ns_0) \cdot \bar{t}_0 \cdot \bar{W}h_0 \cdot \bar{V}a_0 = (100 - 105) \cdot 1580 \cdot 0,0723 \cdot 0,417 = -238,1 \text{ mii lei}$$

1.1.2. Timpului mediu pe un salariat:

$$\Delta_{VA}^t = Ns_1 (\bar{t}_1 - \bar{t}_0) \cdot \bar{W}h_0 \cdot \bar{V}a_0 = 100 \cdot (1600 - 1580) \cdot 0,0723 \cdot 0,417 = 60,28 \text{ mii lei}$$

1.2 Productivității medii orare:

$$\Delta_{VA}^{Wh} = T_1 (\bar{W}h_1 - \bar{W}h_0) \cdot \bar{V}a_0 = 160000 \cdot (0,0875 - 0,0723) \cdot 0,417 = 1011,15 \text{ mii lei}$$

2) Influența valorii adăugate medii la 1 leu producție a exercițiului:

$$\Delta_{VA}^{\bar{V}a} = Qe_1 (\bar{V}a_1 - \bar{V}a_0) = 14000 \cdot (0,443 - 0,417) = 366,67 \text{ mii lei}$$

din care, datorită modificării:

2.1 Structurii producției exercițiului:

$$\Delta_{VA}^{gi} = Qe_1 (\bar{V}_a^r - \bar{V}a_0) = 14000 \cdot (0,425 - 0,417) = 116,67 \text{ mii lei ,}$$

unde: 
$$\bar{V}_a^r = \frac{\sum gi_1 \cdot va_0}{100}$$

2.2 Valorii adăugate la 1 leu producție pe produse:

$$\Delta_{VA}^{va} = Qe_1 (\bar{V}a_1 - \bar{V}_a^r) = 14000 \cdot (0,443 - 0,425) = 250 \text{ mii lei .}$$

Din analiza efectuată rezultă că ambii factori de influență direcți au avut influență favorabilă asupra creșterii valorii adăugate.

Astfel producția exercițiului, care reprezintă factorul extensiv, a contribuit la creșterea valorii adăugate cu 833,33 mii lei, adică cu 69,44% din creșterea totală, în timp ce valoarea adăugată ce revine la 1 leu producție a exercițiului, ca factor intensiv, a avut o contribuție de 366,67 mii lei (30,54%).

Creșterea producției exercițiului s-a datorat în primul rând creșterii productivității orare a muncii, care reflectă aspectul calitativ al folosirii forței de muncă, dar și unei ușoare creșteri a timpului mediu lucrat de un salariat. Timpul total lucrat de salariați a scăzut, ceea ce a condus la reducerea valorii adăugate cu 177,82 mii lei, scădere datorată reducerii numărului mediu de salariați. Reducerea numărului de salariați poate fi justificată de restructurarea firmei, sau de achiziționarea unor echipamente mai performante, a căror utilizare necesită mai puțin personal.

Cel de-al doilea factor direct, valoarea adăugată medie la 1 leu producție a exercițiului a contribuit la creșterea valorii adăugate. În ceea ce privește influența modificării structurii producției aceasta se apreciază ca fiind justificată în măsura în care ea răspunde cerințelor pieței.

În cadrul valorii adăugate totale cea mai mare pondere o deține **valoarea adăugată aferentă producției vândute**, sau **valoarea adăugată realizată**. Pentru analiza acestuia poate fi folosit următorul model, care permite stabilirea valorii adăugate pe fiecare produs în parte:

$$VA = \sum q \cdot va = \sum q(p - cm) = \sum q(s)p - \sum q(s)cm .$$

unde: q – volumul producției vândute;

va – valoarea adăugată pe produse;

p – prețul de vânzare pe produse;

cm – cheltuielile materiale pe unitatea de produs;

Pentru calculul acestuia vom considera următorul exemplu:

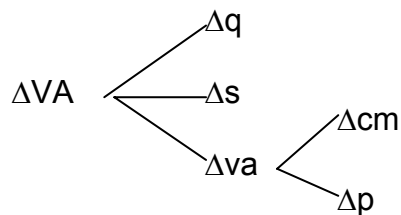
Tabelul 5

Indicatori	An de bază	An curent
Cifra de afaceri	10000	12000
Cheltuieli materiale aferente cifrei de afaceri	5800	6600
Producția vândută în perioada curentă exprimată în:		
- prețul anului de bază	-	11200
- chelt. cu materialele pe produs din anul de bază	-	6100
Valoarea adăugată aferentă producției vândute	4200	5400

$$\Delta VA = VA_1 - VA_0 = 5400 - 4200 = 1200 \text{ mii lei}$$

Deci, valoarea adăugată aferentă producției vândute a crescut cu 1200 mii lei, situație apreciată favorabil.

Schema factorilor de influență, în acest caz, se prezintă astfel:



Influențele acestor factori se calculează cu ajutorul metodei substituirilor în lanț, astfel:

1. Influența volumului fizic al producției

$$\begin{aligned} \Delta_{VA}^q &= \sum q_1(s_0)va_0 - \sum q_0(s_0)va_0 = VA_0 \cdot Iq - VA_0 = \\ &= 4200 \cdot 1,12 - 4200 = 504 \text{ mii lei} \end{aligned}$$

unde:  $Iq$  - indicele volumului fizic al producției.

$$Iq = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{11200}{10000} = 1,12;$$

2. Influența structurii producției:

$$\begin{aligned} \Delta_{VA}^s &= \sum q_1(s_1)va_0 - \sum q_1(s_0)va_0 = (\sum q_1 p_0 - \sum q_1 cm_0) - VA_0 \cdot Iq = \\ &= (11200 - 6100) - 4200 \cdot 1,12 = 396 \text{ mii lei} \end{aligned}$$

3. Influența valorii adăugate pe produs:

$$\begin{aligned} \Delta_{VA}^{va} &= \sum q_1(s_1)va_1 - \sum q_1(s_1)va_0 = VA_1 - (\sum q_1 p_0 - \sum q_1 cm_0) = \\ &= 5400 - (11200 - 6100) = 300 \text{ mii lei} \end{aligned}$$

din care:

3.1 Influența cheltuielilor materiale pe produs:

$$\begin{aligned} \Delta_{VA}^{cm} &= \sum q_1(p_0 - cm_1) - \sum q_1(p_0 - cm_0) = -(\sum q_1 cm_1 - \sum q_1 cm_0) = \\ &= -6600 + 6100 = -500 \text{ mii lei} \end{aligned}$$

3.2 Influența prețului de vânzare:

$$\begin{aligned} \Delta_{VA}^p &= \sum q_1(p_1 - cm_1) - \sum q_1(p_0 - cm_1) = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = \\ &= 12000 - 11200 = 800 \text{ mii lei} \end{aligned}$$

În urma acestei analize, constatăm că sporirea volumului vânzărilor cu 12% a condus la creșterea valorii adăugate cu 504 mii lei, aspect apreciat favorabil.

Modificarea structurii producției a condus la creșterea valorii adăugate cu 396 mii lei, datorită creșterii ponderii produselor cu o valoare adăugată mai mare decât media pe întreprindere. O asemenea influență nu reflectă efortul propriu al firmei și, de aceea, trebuie corelată cu cererea manifestată pe piață pentru aceste produse.

Pe seama influenței valorii adăugate pe produs, valoarea adăugată totală a crescut cu 300 mii lei. Această creștere s-a datorat creșterii prețurilor de vânzare într-un ritm superior creșterii cheltuielilor materiale pe produse, pe ansamblu firmei situația prezentându-se favorabil.

### 3. ANALIZA UTILIZĂRII FACTORILOR DE PRODUCȚIE

Nivelul rezultatelor obținute de o întreprindere depinde de modul de asigurare, dar mai ales utilizare, a resurselor disponibile. De aceea, în această parte a lucrării sunt abordate problemele analizei utilizării factorilor de producție, din punct de vedere extensiv și intensiv.

#### 3.1. Analiza utilizării extensive a factorilor de producție

##### 3.1.1. Analiza utilizării extensive a forței de muncă

Analiza utilizării resurselor umane vizează, pe de-o parte, latura extensivă (cantitativă), respectiv utilizarea integrală a timpului de muncă, iar, pe de altă parte, latura intensivă (calitativă), respectiv economisirea timpului de muncă necesar realizării unui produs, prestării unui serviciu, executării unei lucrări.

Pentru **analiza utilizării timpului de lucru**, se folosesc indicatorii:

1) *Fondul de timp calendaristic* ( $T_c$ ) exprimat în zile-om se determină înmulțind numărul mediu de personal cu numărul zilelor calendaristice din perioada respectivă ( $Z_c$ ):

$$T_c = \bar{N} \times Z_c.$$

Pentru exprimarea fondului de timp calendaristic în ore-om trebuie să se țină seama de durata legală a zilei de lucru exprimată în ore ( $dz$ ):

$$T_c = \bar{N} \times Z_c \times dz.$$

2) *Fondul de timp maxim disponibil* ( $T_d$ ) se determină scăzând din fondul de timp calendaristic, timpul aferent concediilor legale de odihnă ( $T_{co}$ ), zilelor de repaus și sărbătorilor legale ( $T_{rs}$ ).

$$T_d = T_c - (T_{co} + T_{rs}).$$

3) *Fondul de timp efectiv utilizat* ( $T_e$ ) reprezintă numărul de zile-om sau ore-om efectiv lucrate într-o perioadă de timp, indiferent dacă sunt normale sau suplimentare și se calculează ca diferență între fondul de timp maxim disponibil ( $T_d$ ) și fondul de timp neutilizat ( $T_n$ ):

$$T_e = T_d - T_n.$$

Pentru caracterizarea **gradului de utilizare a timpului de lucru**, se folosesc indicatorii:

1) *Indicele de utilizare a fondului de timp maxim disponibil* ( $I_{Td}$ ) se determină prin raportarea fondului de timp efectiv lucrat la fondul de timp maxim disponibil:

$$I_{Td} = \frac{T_e}{T_d} \times 100.$$

2) *Durata medie a zilei de lucru* ( $\bar{Dz}$ ) caracterizează numărul mediu de ore lucrate de un salariat în cursul unei zile:

$$\bar{Dz} = \frac{\sum hn}{\sum Zn},$$

unde:  $\sum hn$  - numărul total de ore-om efectiv lucrate în timpul normal;

$\sum Zn$  - numărul de zile-om efectiv lucrate din acea perioadă).

##### 3.1.2. Analiza utilizării extensive a mijloacelor fixe

Utilizarea extensivă a mijloacelor fixe se poate aprecia pe baza următorilor indicatori:

1) *Coeficientul de folosire a parcului total (Kt)* - exprimă ponderea numărului de utilaje instalate (Ni), indiferent dacă acestea funcționează sau nu, în numărul total de utilaje existente în inventarul firmei (Nt). Se calculează cu relația:

$$K_t = \frac{N_i}{N_t} \times 100.$$

2) *Coeficientul de folosire a parcului de utilaje instalat (Ki)* - exprimă ponderea numărului de utilaje aflate în funcțiune (Nf), în numărul de utilaje instalate:

$$K_i = \frac{N_f}{N_i} \times 100.$$

3) *Gradul de utilizare a fondului de timp calendaristic (GFc):*

$$GF_c = \frac{T_e}{F_c} \cdot 100$$

4) *Gradul de utilizare a fondului de timp maxim disponibil, sau coeficientul folosirii extensive (Ke):*

$$K_e = \frac{T_e}{F_d} \times 100$$

## 3.2. Analiza utilizării intensive a factorilor de producție

### 3.2.1. Analiza utilizării intensive a forței de muncă

Productivitatea muncii este unul din cei mai importanți indicatori sintetici ai eficienței activității economice a întreprinderilor, care reflectă eficacitatea sau rodnicia muncii cheltuite în procesul de producție.

*Nivelul productivității muncii se determină fie ca raport între volumul producției (Q) și cantitatea de muncă cheltuită pentru obținerea lui (T), fie prin raportarea timpului de muncă cheltuit la volumul producției obținute:*

$$W = \frac{Q}{T} \quad \text{sau} \quad t = \frac{T}{Q}$$

Indicatorii de măsurare a productivității muncii depind, pe de o parte de modul de exprimare a volumului producției, iar pe de altă parte de modul de exprimare a cheltuielilor de timp de muncă. Principalii indicatori ai volumului producției, utilizați în calculul productivității muncii, pot fi: producția exercițiului, cifra de afaceri sau valoarea adăugată. În funcție de unitățile de măsură a timpului de muncă, productivitatea muncii poate fi orară, zilnică și anuală.

1) *Productivitatea anuală a muncii:*

$$W_a = \frac{Q_e; CA; VA}{N_s; N_m}$$

unde:  $W_a$  - productivitatea muncii anuale;

$Q_e; CA; VA$  - producția exercițiului, cifra de afaceri sau valoarea adăugată;

$\overline{N_s}; \overline{N_m}$  - numărul mediu de salariați sau de muncitori.

2) *Productivitatea zilnică a muncii:*

$$W_z = \frac{Q_e; CA; VA}{\Sigma Z} \quad \text{sau} \quad W_z = \frac{W_a}{\overline{Z}}$$

unde:  $\Sigma Z$  - numărul total de zile-om lucrate într-un an de către toți muncitorii sau de întregul personal;

$\overline{Z}$  - numărul mediu de zile lucrate într-un an de un muncitor sau o persoană angajată.

3) *Productivitatea orară a muncii:*

$$W_h = \frac{Q_e; CA; VA}{\Sigma h}; \quad W_h = \frac{W_a}{h_a}; \quad W_h = \frac{W_z}{h_z},$$

unde:  $\Sigma h$  - numărul total de ore-om lucrate de către toți muncitorii sau întregul personal în perioada analizată;

$\bar{h}_a$  - numărul mediu de ore lucrate într-un an de un muncitor sau de o persoană angajată;  
 $\bar{h}_z$  - numărul mediu de ore lucrate de un muncitor sau o persoană angajată într-o zi (durata medie a zilei de lucru).

Pentru a scoate în evidență rezervele de creștere a productivității muncii, este necesar să se studieze legăturile existente formele acesteia, legături ce se pot exprima astfel:

$$W_a = \bar{Z} \times W_z \quad W_z = \bar{h} \times W_h \quad W_a = \bar{Z} \times \bar{h} \times W_h$$

*Productivitatea marginală a muncii* exprimă sporul de producție obținut la creșterea cu o unitate a factorului muncă. Relația de calcul a acestui indicator este:

$$W_m = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

în care:

$\Delta Q$  - reprezintă sporul de producție determinat de consumul suplimentar de muncă;

$\Delta T$  - consumul suplimentar de muncă;

Se justifică un consum suplimentar de muncă atunci când ritmul de creștere a producției devansează pe cel al evoluției consumului de muncă. În aceste condiții productivitatea marginală va fi superioară productivității medii a muncii.

Pentru urmărirea producției în funcție de factorul muncă se poate calcula și *coeficientul de elasticitate* dintre cei doi indicatori:

$$K_e = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta T}}{\frac{Q}{T}} = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \cdot \frac{T}{Q}$$

Deoarece  $\frac{\Delta Q}{\Delta T} = W_m$  - productivitatea marginală și  $\frac{Q}{T} = \bar{W}$  - productivitatea medie, rezultă:

$$K_e = \frac{W_m}{\bar{W}}$$

Dacă acest coeficient de elasticitate are valori supraunitare ( $K_e > 1$ ), atunci întreprinderea înregistrează o creștere a productivității medii a muncii pe seama consumului suplimentar de timp de muncă.

În condițiile în care coeficientul de elasticitate dintre producție și factorul muncă este cuprins între 0 și 1 ( $0 \leq K_e \leq 1$ ) se înregistrează o scădere a productivității marginale, iar dacă  $K_e < 0$ , consumul suplimentar de muncă duce la scăderea producției, deci ar fi vorba de o productivitate marginală negativă, aspect neacceptat de nici un agent economic.

### 3.2.2. Analiza utilizării intensive a mijloacelor fixe

Eficiența utilizării mijloacelor fixe măsoară rezultatele obținute o unitate de mijloace fixe, într-o perioadă de timp. Indicatorii de apreciere a folosirii intensive a mijloacelor fixe pot fi exprimați în unități naturale sau valorice.

#### a) Indicatorii exprimați în unități naturale

Cei mai importanți astfel de indicatori sunt:

1) *Randamentul mediu al utilajelor* - este cel mai important indicator utilizat pentru caracterizarea utilizării intensive, și exprimă producția ce revine pe un utilaj într-o perioadă de timp. După unitatea la care se referă randamentul poate fi:

- *randamentul mediu pe un utilaj (Ru)*, calculat ca raport între producția obținută într-o perioadă de timp (Q) și numărul de utilaje folosite în perioada respectivă (Nu):

$$\bar{R}_u = \frac{Q}{N_u}$$

- *randamentul mediu orar (Rh)*, calculat ca raport între producția obținută și timpul efectiv lucrat de către utilaje (Te):

$$\bar{R}h = \frac{Q}{T_e}$$

Între cele două forme de exprimare a randamentului există relația:

$$\bar{R}u = t \cdot \bar{R}h$$

în care:  $t$  - timpul mediu de funcționare al unui utilaj.

2) *Randamentul marginal al utilajelor* - calculat ca raport între variația volumului producției ( $\Delta Q$ ) și variația timpului lucrat de utilaje ( $\Delta T_e$ ) astfel:

$$R_m = \frac{\Delta Q}{\Delta T_e}$$

3) *Coeficientul de elasticitate al producției* în raport cu factorul utilaje ( $e$ ):

$$e = \frac{\Delta Q}{Q} \cdot \frac{\Delta T_e}{T_e} = \frac{\Delta Q}{\Delta T_e} \cdot \frac{Q}{T_e} = \frac{R_m}{\bar{R}h}$$

Acesta exprimă creșterea procentuală a producției la o creștere cu un procent a timpului de lucru al utilajelor. O valoare supraunitară a acestui coeficient ne arată că eforturile suplimentare efectuate se justifică prin rezultatele obținute.

### **b) Indicatorii exprimați în unități valorice**

În cadrul acestora, rezultatele și eforturile sunt exprimate valoric. Principalii indicatori de eficiență utilizați, sunt:

- producția exercițiului la 1000 lei mijloace fixe;
- cifra de afaceri la 1000 lei mijloace fixe;
- valoarea adăugată la 1000 lei mijloace fixe;
- profitul brut și net la 1000 lei mijloace fixe.

Toți acești indicatori se calculează prin raportarea efectelor utile obținute la valoarea medie a acestuia astfel:

$$E_{kf} = \frac{Q_e, Ca, Va, P}{\bar{K}f} \times 1000$$

unde:  $E_{kf}$  - eficiența utilizării mijloacelor fixe;

În cadrul analizei eficienței folosirii mijloacelor fixe trebuie să se urmărească și corelația dintre valoarea producției și eficiența mijloacelor fixe, pe baza relației următoare:

$$Q = \bar{K}f \times E_{kf} = \bar{K}f \times \frac{Q_e, Ca}{\bar{K}f}$$

Din această relație rezultă că sporirea volumului producției poate avea la bază atât creșterea volumului mijloacelor fixe, cât și o folosire eficientă a acestora.

Un obiectiv important îl constituie și studierea corelației dintre eficiența mijloacelor fixe, productivitatea muncii și înzestrarea tehnică a muncii, care poate fi redată prin următoarea relație:

$$W = It \times E_{kf} \text{ sau } \frac{Q}{\bar{N}_s} = \frac{\bar{K}f}{\bar{N}_s} \times \frac{Q}{\bar{K}f}$$

în care:  $\bar{N}_s$  - numărul mediu de salariați sau de muncitori.

Corelația optimă ce trebuie să existe între acești indicatori se întâlnește atunci când indicele productivității muncii devansează indicele eficienței mijloacelor fixe, iar acesta la rândul său devansează indicele înzestrării tehnice a muncii, adică:

$$I_W > I_{E_{kf}} > I_{It}$$

### **3.2.3. Analiza utilizării capitalului circulant (materiilor prime și materialelor)**

Indicatorii prin care se apreciază utilizarea capitalului circulant pot fi exprimați în unități naturale sau valorice.

#### **a) Indicatorii exprimați în unități naturale**

Pentru caracterizarea consumurilor de materiale la nivelul unei firme se folosesc doi indicatori: consumul specific și consumul total de materiale.

*Consumul specific (cs)* exprimă cantitatea de materie primă consumată pentru a obține o unitate dintr-un produs. Se determină cu relația:

$$cs = \frac{M}{q}$$

în care: M - consumul total din materialul respectiv;

q - cantitatea fabricată din acel produs.

Modificarea consumului specific trebuie urmărită atât în dinamică, față de realizările perioadelor precedente, cât și comparativ cu nivelul stabilit prin documentația tehnică. Reducerea acestuia semnifică o mai bună utilizare a materialelor în procesul de producție.

*Consumul total de materiale (M)* exprimă cantitatea de materie primă consumată într-o perioadă de timp pentru realizarea unui anumit volum de producție fizică. Nivelul său poate fi determinat cu relația:

$M = q \times cs$  - când materialul se folosește pentru realizarea unui singur produs;

$\sum M = \sum q \cdot cs$  - când materialul se folosește pentru realizarea mai multor produse.

Dacă dorim să caracterizăm consumul din toate materialele utilizate pentru realizarea producției, acesta va fi exprimat valoric cu ajutorul prețurilor de aprovizionare a diferitelor materiale, îmbrăcând forma *cheltuielilor cu materialele (Cm)*:

$$\sum Cm = \sum q \cdot cs \cdot pm$$

în care: pm - prețul mediu de aprovizionare al materialelor.

Pentru analiza modului de folosire a materiilor prime se mai poate utiliza și *coeficientul de folosință sau gradul de valorificare productivă a materialelor (Km)*, stabilit ca raport între greutatea netă a produsului sau cantitatea de materii și materiale încorporată în produsele finite (Mi) și cantitatea totală de materii și materiale introdusă în procesul de fabricație (Mt), adică:

$$K_m = \frac{M_i}{M_t} \times 100$$

#### **b) Indicatorii exprimați în unități valorice**

Cei mai importanți astfel de indicatori sunt:

1) *Gradul de valorificare al resurselor materiale:*

$$G_v = \frac{Q}{C_m} \cdot 1000$$

unde: Q – valoarea producției fabricate;

C<sub>m</sub> – consumul de materiale, exprimat valoric.

2) *Necesarul relativ de materiale* - arată consumul mediu de materiale, exprimat în unități valorice, la 1000 lei producție.

## **4. ANALIZA CHELTUIELILOR ÎNTRERINDERII**

### **4.1 Analiza cheltuielilor totale și de exploatare**

Cheltuielile unei întreprinderi reflectă, sub formă valorică, întregul consum de factori de producție efectuat pentru fabricarea și vânzarea producției. Acestea se structurează după mai multe criterii. Un criteriu important după care se grupează și în contul de profit și pierderi este natura acestora. Potrivit acestui criteriu cheltuielile totale cuprind: cheltuieli de exploatare (Ce), cheltuieli financiare (Cf) și cheltuieli extraordinare (Cex).

Nu se pot face aprecieri obiective cu privire la evoluția acestora, dacă nu le corelăm cu evoluția efectelor obținute. Pentru aprecierea eficienței cheltuielilor efectuate de către o întreprindere este necesar să se calculeze nivelul **cheltuielilor totale la 1000 lei venituri totale** ale întreprinderii. Acest indicator numit și rata de eficiență a cheltuielilor totale se calculează prin raportarea cheltuielilor totale la veniturile totale ale întreprinderii și înmulțit cu 1000:

$$Ct_{/1000} = \frac{Ct}{Vt} \times 1000 = \frac{Ce + Cf + Cex}{Ve + Vf + Vex} \times 1000.$$

Ținând cont de modul de calcul al indicatorului, o reducere a nivelului cheltuielilor la 1000 lei venituri relevă o situație favorabilă, respectiv de creștere a eficienței cheltuielilor.

Pornind de la acest model de corelație, modificarea  $Ct/1000$  se explică prin modificarea veniturilor totale și a cheltuielilor totale ale întreprinderii, ale căror influențe se calculează astfel:

$$1. \Delta_{Ct/1000}^{Vt} = \frac{Ct_0}{Vt_1} \times 1000 - \frac{Ct_0}{Vt_0} \times 1000;$$

$$2. \Delta_{Ct/1000}^{Ct} = \frac{Ct_1}{Vt_1} \times 1000 - \frac{Ct_0}{Vt_1} \times 1000.$$

*Exemplu:*

Pentru exemplificare se folosesc datele din tabelul 6.

Tabelul 6

Nr. crt.	Natura activității	Suma cheltuielilor		Suma veniturilor	
		An bază	An bază	An bază	An curent
1	Exploatare	10500	11900	12000	14000
2	Financiară	900	950	700	800
3	Extraordinară	700	750	750	800
4	TOTAL	12100	13600	13450	15600

Pe baza acestor date se calculează nivelul cheltuielilor la 1000 lei venituri totale, precum și modificarea acestora și influențele factorilor. Rezultatele sunt prezentate în tabelul 7.

Tabelul 7

INDICATORI	An bază	An curent
Cheltuieli totale la 1000 lei venituri totale	899,6	871,8
Modificarea $Ct/1000Vt$	-27,8	
1. Influența veniturilor totale	-124,0	
2. Influența cheltuielilor totale	96,2	

Se constată că nivelul cheltuielilor la 1000 lei venituri totale s-a redus cu 27,8 lei datorită creșterii veniturilor într-un ritm superior creșterii cheltuielilor totale, aspect apreciat favorabil.

Modificarea nivelului cheltuielilor la 1000 lei venituri poate fi explicată prin efectuarea unei analize factoriale. În acest caz nivelul cheltuielilor la 1000 lei venituri se poate calcula în funcție de structura sau ponderea veniturilor întreprinderii pe cele trei categorii de venituri ( $g_i$ ) și de nivelul cheltuielilor la 1000 lei venituri pe cele 3 categorii de venituri și cheltuieli ( $Ci_{/1000}$ ).

$$Ct_{/1000} = \frac{\sum (g_i \times ci_{/1000})}{100}$$

unde:  $g_i = \frac{Ve; Vf; Vex}{Vt} \cdot 100$

$$ci_{/1000} = \frac{Ce}{Ve}; \frac{Cf}{Vf}; \frac{Cex}{Vex} \times 1000$$

Influențele celor doi factori asupra modificării  $Ct_{/1000}$  se calculează cu ajutorul metodei substituirilor în lanț. Pentru exemplificare se folosesc datele din tabelul 8.



Tabelul 8

Nr. crt.	Natura activității	Structura venituri %		C <sub>/1000</sub> (lei)	
		An bază	An bază	An bază	An curent
1	Exploatare	89,22%	89,74%	875,0	850,0
2	Financiară	5,20%	5,13%	1285,7	1187,5
3	Extraordinară	5,58%	5,13%	933,3	937,5
4	TOTAL	100,00	100,00	*	*

Astfel, reducerea nivelului cheltuielilor totale la 1000 lei venituri cu 27,8 lei față de perioada de bază se explică prin:

1) Influența modificării structurii veniturilor:

$$\Delta_{Ct_{/1000}}^{gi} = \frac{\sum (gi_1 \times ci_{0/1000})}{100} - \frac{\sum (gi_0 \times ci_{0/1000})}{100} = Ct_{/1000}^r - Ct_{0/1000} = 899,1 - 899,6 = -0,5 \text{ lei}$$

$$\text{unde: } Ct_{/1000}^r = \frac{(89,74 \times 875) + (5,13 \times 1285,7) + (5,13 \times 933,3)}{100} = 899,1$$

2) Influența modificării cheltuielilor la 1000 lei venituri pe categorii:

$$\Delta_{Ct_{/1000}}^{Ci_{/1000}} = \frac{\sum (gi_1 \times ci_{1/1000})}{100} - \frac{\sum (gi_1 \times ci_{0/1000})}{100} = Ct_{1/1000} - Ct_{/1000}^r = 871,8 - 899,1 = -27,3 \text{ lei.}$$

În urma analizei efectuate, se constată o reducere a nivelului cheltuielilor la 1000 lei venituri totale cu 27,8 lei, situație datorată ambilor factori cu influență directă.

Modificarea structurii veniturilor a condus la reducerea nivelului cheltuielilor la 1000 lei venituri totale cu 0,5 lei urmare a creșterii ponderii veniturilor cu cheltuieli la 1000 lei, mai mici decât media pe întreprindere (în exemplul de față, veniturile din exploatare).

Modificarea cheltuielilor la 1000 lei venituri pe cele trei categorii, au condus la reducerea nivelului cheltuielilor la 1000 lei venituri totale cu 27,3 lei.

**Cheltuielile de exploatare** dețin ponderea principală în cheltuielile totale și de aceea analiza cheltuielilor întreprinderii trebuie să continue cu analiza aprofundată a acestora. Ele cuprind toate cheltuielile aferente ciclului de exploatare, respectiv pentru aprovizionarea materiilor prime și a materialelor, stocarea acestora, producerea bunurilor și serviciilor, desfacerea acestora, etc.

Cheltuielile de exploatare pot fi grupate în 4 categorii: cheltuieli aferente cifrei de afaceri (C), cheltuieli aferente producției stocate (Cps); cheltuieli aferente producției imobilizate (Cpi) și alte cheltuieli de exploatare (ACe):

$$Ce = C + Cps + Cpi + ACe.$$

În mod corespunzător, veniturile din exploatare cuprind: cifra de afaceri (CA), venituri aferente producției stocate (Vps), venituri aferente producției imobilizate (Vpi) și alte venituri din exploatare (AVe):

$$Ve = CA + Vps + Vpi + AVe.$$

Pentru analiza cheltuielilor de exploatare se folosește indicatorul cheltuieli de exploatare la 1000 lei venituri din exploatare calculat cu relația:

$$Ce_{/1000} = \frac{Ce}{Ve} \times 1000.$$

Reducerea cheltuielilor la 1000 lei venituri din exploatare arată o creștere a eficienței activității de exploatare prin îmbunătățirea utilizării resurselor materiale, umane și financiare din fiecare fază a ciclului de exploatare respectiv aprovizionare, producție și desfacere.

Analiza eficienței cheltuielilor de exploatare poate fi continuată și pe baza unui alt model, caz în care nivelul cheltuielilor la 1000 lei venituri de exploatare se poate stabili în funcție de ponderea fiecărei categorii de venituri de exploatare față de veniturile din exploatare (ge) și de nivelul cheltuielilor la 1000 lei venituri din exploatare pe categorii (ce/1000) astfel:

$$C_{e/1000} = \frac{\sum (ge \times ce_{/1000})}{100}$$

$$\text{unde: } ge = \frac{CA; Vps; Vpi; AVe}{Ve} \times 100$$

$$ce_{/1000} = \frac{C}{CA}; \frac{Cps}{Vps}; \frac{Cpi}{Vpi}; \frac{ACe}{Ave} \times 1000$$

Acest model ne permite efectuarea unei analize de tip factorial asupra ratei de eficiență a cheltuielilor de exploatare. Pentru exemplificare vom folosi datele din tabelul 9.

Tabelul 9

Indicatori	An bază	An curent
Venituri din exploatare, din care aferente:	12000	14000
- cifrei de afaceri;	10000	12000
- producție stocate;	900	800
- producție imobilizate.	1100	1200
Cheltuieli de exploatare, din care aferente:	10500	11900
- cifrei de afaceri;	8500	9900
- producție stocate;	900	800
- producție imobilizate;	1100	1200
Cheltuieli la 1000 lei Ve, din care aferente :	875	850
- cifrei de afaceri;	850	825
- producție stocate;	1000	1000
- producție imobilizate;	1000	1000
Structura Ve din care aferentă:	100%	100%
- cifrei de afaceri;	83,3%	85,7%
- producție stocate;	7,5%	5,7%
- producție imobilizate;	9,2%	8,6%

$$\Delta_{C_{e/1000}} = C_{e/1000} - C_{e_0/1000} = 850 - 875 = -25 \text{ lei}$$

Pentru cuantificarea influențelor factorilor vom folosi metoda substituirilor în lanț:

1. Influența modificării structurii veniturilor din exploatare:

$$\begin{aligned} \Delta_{C_{e/1000}}^{ge} &= \frac{\sum (ge_1 \times ce_{0/1000})}{100} - \frac{\sum (ge_0 \times ce_{0/1000})}{100} = C^r e_{/1000} - C_{e_0/1000} = \\ &= 871,4 - 875 = -3,6 \text{ lei} \end{aligned}$$

$$\text{unde: } C^r e_{/1000} = \frac{(87,5 \times 850) + (5,7 \times 1000) + (8,6 \times 1000)}{100} = 871,4 \text{ lei}$$

2. Influența modificării cheltuielilor la 1000 lei venituri din exploatare pe categorii:

$$\begin{aligned} \Delta_{C_{e/1000}}^{ce_{/1000}} &= \frac{\sum (ge_1 \times ce_{1/1000})}{100} - \frac{\sum (ge_1 \times ce_{0/1000})}{100} = \\ &= C_{e_{1/1000}} - C^r e_{/1000} = 850 - 871,4 = -21,4 \text{ lei.} \end{aligned}$$

Reducerea nivelului cheltuielilor la 1000 lei venituri din exploatare s-a datorat pe de o parte reducerii cheltuielilor la 1000 lei venituri aferente cifrei de afaceri, iar pe de altă parte creșterii ponderii veniturilor cu cheltuieli la 1000 lei mai mici decât media pe întreprindere (în acest caz este vorba de cifra de afaceri). În ceea ce privește cheltuielile la 1000 lei venituri din producție stocată și imobilizată, nivelul acestora a fost de 1000, deoarece atât producția stocată cât și cea imobilizată sunt evaluate în costuri, neinfluențând nivelul ratei de eficiență a cheltuielilor de exploatare.

În aceste condiții, modificarea nivelului cheltuielilor la 1000 lei venituri din exploatare se datorează în principal modificării cheltuielilor aferente cifrei de afaceri. De aceea, se impune în continuare o analiză aprofundată a acestora.

Pentru aprecierea eficienței cheltuielilor aferente cifrei de afaceri se folosește indicatorul - **cheltuieli la 1000 lei cifră de afaceri** - calculat ca raport între cheltuielile aferente cifrei de afaceri ( $\sum qc$ ) și cifra de afaceri ( $\sum qp$ ).

$$C_{/1000} = \frac{\sum qc}{\sum qp} \times 1000$$

unde: q - volumul fizic al producției vândute;  
p - prețul mediu de vânzare fără TVA;  
c - costul complet pe unitatea de produs.

Dacă se ține seama și de structura producției vândute pe sortimente, relația de calcul se mai poate exprima și astfel:

$$C_{/1000} = \frac{\sum q(s)c}{\sum q(s)p} \times 1000.$$

Asupra modificării cheltuielilor la 1000 lei cifră de afaceri, influențează trei factori cu acțiune directă, respectiv: modificarea structurii producției vândute, modificarea prețurilor de vânzare și modificarea costurilor complete pe unitatea de produs.

Modificarea volumului fizic al producției vândute nu influențează în mod direct nivelul cheltuielilor la 1000 lei CA, deoarece acționează cu aceeași intensitate atât asupra numărătorului cât și asupra numitorului relației de calcul, pe ansamblu, influența sa fiind nulă. Totuși, modificarea volumului fizic al producției vândute influențează în mod indirect asupra  $C_{/1000}$  prin intermediul costului pe unitatea de produs care se modifică în sens invers față de variația volumului producției vândute pe seama cheltuielilor fixe ce revin pe unitatea de produs.

În ceea ce privește modificarea structurii producției, deși și aceasta apare atât la numărător cât și la numitor, influența acesteia nu este nulă, deoarece la numărător avem structura producției vândute exprimată cu ajutorul costului, în timp ce la numitor avem structura producției vândute exprimată cu ajutorul prețului, ori raportul cost/preț nu este constant pentru toate produsele și deci și cele două posibilități de exprimare a structurii sunt diferite.

Calculul influențelor celor 3 factori asupra modificării  $C_{/1000}$  se face cu ajutorul metodei substituirilor în lanț, iar pentru exemplificarea metodologiei de analiză factorială vom folosi datele din tabelul 10.

Tabelul 10

Indicatori	An bază	An curent
Cifra de afaceri	10000	12000
Cheltuielile aferente cifrei de afaceri	8500	9900
Producția vândută în perioada curentă exprimată în:		
- costurile perioadei de bază;	-	9300
- prețurile perioadei de bază.	-	11200
Cheltuieli la 1000 lei CA (lei)	850	825

1. Influența modificării structurii producției vândute:

$$\begin{aligned} \Delta_{C_{/1000}}^s &= \frac{\sum q_1(s_1)c_0}{\sum q_1(s_1)p_0} \times 1000 - \frac{\sum q_1(s_0)c_0}{\sum q_1(s_0)p_0} \times 1000 = \frac{\sum q_1c_0}{\sum q_1p_0} \times 1000 - \frac{\sum q_0c_0}{\sum q_0p_0} \times 1000 = \\ &= \frac{9300}{11200} \times 1000 - \frac{8500}{10000} \times 1000 = 830,36 - 850 = -19,64 \end{aligned}$$

2. Influența modificării prețurilor de vânzare:

$$\Delta_{C_{/1000}}^p = \frac{\sum q_1(s_1)c_0}{\sum q_1(s_1)p_1} \times 1000 - \frac{\sum q_1(s_1)c_0}{\sum q_1(s_1)p_0} \times 1000 = \frac{\sum q_1c_0}{\sum q_1p_1} \times 1000 - \frac{\sum q_1c_0}{\sum q_1p_0} \times 1000 =$$

$$= \frac{9300}{12000} \times 1000 - \frac{9300}{11200} \times 1000 = 775 - 830,36 = -55,36 \text{ lei}$$

3. Influența modificării costurilor pe unitatea de produs:

$$\begin{aligned} \Delta_{C/1000}^c &= \frac{\sum q_1(s_1)c_1}{\sum q_1(s_1)p_1} \times 1000 - \frac{\sum q_1(s_1)c_0}{\sum q_1(s_1)p_1} \times 1000 = \frac{\sum q_1c_1}{\sum q_1p_1} \times 1000 - \frac{\sum q_1c_0}{\sum q_1p_1} \times 1000 = \\ &= \frac{9900}{12000} \times 1000 - \frac{9300}{12000} \times 1000 = 825 - 775 = +50 \text{ lei.} \end{aligned}$$

În exemplul considerat se înregistrează o reducere a nivelului cheltuielilor la 1000 lei cifră de afaceri cu 25 lei față de nivelul anului de bază, aspect apreciat pozitiv, deoarece reflectă o creștere a eficienței acestora cu efecte favorabile asupra eficienței întregii activități desfășurate. Fiecare din cei trei factori au avut influențe diferite.

Astfel, modificarea structurii producției a condus la reducerea nivelului cheltuielilor la 1000 lei CA cu 19,64 lei, urmare a creșterii ponderii produselor cu cheltuieli la 1000 lei cifră de afaceri mai mici decât media pe întreprindere.

Modificarea prețurilor de vânzare a determinat o reducere a nivelului cheltuielilor la 1000 lei cifră de afaceri cu 55,36 lei, ca urmare a creșterii nivelului lor față de nivelul anului precedent. Această influență se apreciază ca fiind favorabilă numai în măsura în care creșterea prețurilor a avut loc ca urmare a unor acțiuni proprii ale întreprinderii.

În ceea ce privește costurile pe unitatea de produs, acestea au crescut, determinând o creștere a cheltuielilor la 1000 lei CA cu 50 lei. Comparând însă cele 2 influențe (ale modificării prețurilor și ale costurilor) observăm că intensitatea modificării acestora a fost diferită, prețurile crescând într-un ritm superior creșterii costurilor, cu efecte favorabile asupra nivelului cheltuielilor la 1000 lei cifră de afaceri.

#### 4.2. Analiza principalelor categorii de cheltuieli

Având în vedere marea diversitate a cheltuielilor efectuate de către o întreprindere, acestea pot fi grupate după mai multe criterii:

a) **După natura lor**, se disting: **cheltuieli de exploatare; cheltuieli financiare; cheltuieli extraordinare.**

b) **După corelația cu evoluția volumului de activitate**, se pot delimita: **cheltuieli variabile; cheltuieli fixe.**

**Cheltuielile variabile** sunt dependente de evoluția volumului de activitate, modificându-se în același sens cu acesta. În cadrul lor se cuprind: cheltuielile cu materiile prime directe, cheltuielile cu salariile muncitorilor direct productivi, o parte din cheltuielile cu întreținerea și funcționarea utilajelor etc. Pe unitatea de produs aceste cheltuieli capătă un caracter relativ constant.

**Cheltuielile fixe** nu depind de volumul de activitate, în anumite limite ale acestuia având un caracter constant. În cadrul lor se cuprind cheltuielile cu amortizarea, cheltuielile cu conducerea și administrarea întreprinderii etc. Pe unitatea de produs aceste cheltuieli capătă un caracter variabil, modificându-se în sens invers față de evoluția volumului de activitate.

b) După conținutul lor, cheltuielile pot fi:

- cheltuieli materiale;
- cheltuieli cu personalul (salariale).

**Cheltuielile materiale** exprimă sub formă valorică întregul consum de muncă trecută sau materializată efectuat pentru fabricarea și vânzarea produselor. Ele cuprind atât cheltuielile pentru materii prime, materiale, combustibil și energie, precum și cheltuielile cu amortizarea mijloacelor fixe.

**Cheltuielile cu personalul (salariale)** exprimă sub formă valorică întregul consum de muncă vie sau cheltuielile totale efectuate de întreprindere pentru plata forței de muncă și pentru achitarea obligațiilor legate de asigurările și protecția socială a salariaților.

c) După modul de identificare și repartizare, cheltuielile pot fi:

- **cheltuieli directe** sunt legate nemijlocit de activitatea unei unități operative, a unui loc de muncă, sau de realizarea unui produs.;
- **cheltuieli indirecte** sunt ocazionate de funcționarea întreprinderii în ansamblul său.

d) După incidența asupra fluxurilor de trezorerie:

- **cheltuieli monetare**, care generează un flux monetar, o plată (salarii, cheltuielile cu materiile prime etc.):

- **cheltuieli calculate**, care nu generează efectuarea unei plăți (amortizări și provizioane).

Pentru analiza tuturor acestor categorii de cheltuieli se folosește indicatorul *cheltuieli la 1000 lei cifră de afaceri*, stabilit ca raport între fiecare categorie de cheltuieli în parte și cifra de afaceri:

$$Ci_{/1000} = \frac{Ci}{CA} \cdot 1000 = \frac{\sum q \cdot ci}{\sum q \cdot p} \cdot 1000$$

unde: Ci - categoria de cheltuieli;

ci - categoria de costuri pe unitatea de produs.

Față de modelul general prezentat, particularități în analiză prezintă cheltuielile cu personalul (salariale). De aceea vom prezenta analiza detaliată a acestora.

### **Analiza cheltuielilor cu personalul (salariale)**

Principalele obiective ale analizei cheltuielilor salariale sunt:

- analiza situației generale a cheltuielilor salariale;
- analiza corelației dintre dinamica productivității muncii și dinamica salariului mediu.

**Pentru analiza situației generale a cheltuielilor salariale** este necesar să se studieze următoarele aspecte:

- modificarea absolută și relativă a cheltuielilor salariale;
- eficiența cheltuielilor salariale.

Ponderea principală în totalul cheltuielilor salariale o deține fondul de salarii (Fs). Mărimea fondului de salarii depinde de numărul mediu de salariați ( $\bar{N}_s$ ) și de salariul mediu anual pe o persoană ( $\bar{S}_a$ ):

$$Fs = \bar{N}_s \times \bar{S}_a .$$

La rândul său, salariul mediu anual depinde de timpul mediu lucrat de o persoană într-un an, exprimat în ore ( $\bar{t}$ ) și de salariul mediu orar ( $\bar{S}_h$ ):

$$\bar{S}_a = \bar{t} \times \bar{S}_h .$$

Prin aplicarea metodei substituirilor în lanț se pot calcula influențele factorilor cu acțiune directă și indirectă asupra modificării absolute a fondului de salarii, astfel:

$$1. \Delta_{Fs}^{\bar{N}_s} = \left( \bar{N}_{s1} - \bar{N}_{s0} \right) \bar{S}_{a0} ;$$

$$2. \Delta_{Fs}^{\bar{S}_a} = \bar{N}_{s1} \left( \bar{S}_{a1} - \bar{S}_{a0} \right);$$

din care: 2.1.  $\Delta_{Fs}^{\bar{t}} = \bar{N}_{s1} \left( \bar{t}_1 - \bar{t}_0 \right) \bar{S}_h ;$

$$2.2. \Delta_{Fs}^{\bar{S}_h} = \bar{N}_{s1} \bar{t}_1 \left( \bar{S}_{h1} - \bar{S}_{h0} \right);$$

*Exemplu:*

Pentru exemplificarea metodologiei de analiză a cheltuielilor cu personalul vom folosi datele din tabelul 11.

Tabelul 11

Indicatori	An bază	An curent
Fondul de salarii (mii lei)	3150	3500
Veniturile din exploatare (mii lei)	12000	14000
Numărul mediu de salariați	105	100
Timpul total efectiv lucrat (ore-om)	165900	160000
Salariul mediu anual (mii lei)	30	35
Salariul mediu orar (mii lei)	0,0190	0,0219
Timpul lucrat de un salariat (ore)	1580	1600
Productivitatea anuală a muncii (mii lei)	114,29	140

Pe baza acestor date se calculează influențele factorilor asupra modificării absolute a fondului de salarii. Rezultatele acestor calcule sunt prezentate în tabelul 12:

Tabelul 12

Indicatori	An curent / An bază
Modificarea absolută a fondului de salarii	350
1. Influența numărului mediu de salariați	-150
2. Influența salariului mediu anual, din care:	500
2.1. Influența timpului pe un salariat	38
2.2. Influența salariului mediu orar	462

În anul curent fondul de salarii a crescut cu 350 mii lei față de anul de bază datorită creșterii salariului mediu anual cu 500 mii lei, în condițiile în care numărul mediu de salariați a scăzut conducând la reducerea fondului de salarii cu 150 mii lei. Salariul mediu anual a crescut atât pe seama creșterii timpului lucrat de un salariat cât și pe seama creșterii salariului orar.

Între fondul de salarii și volumul de activitate există o strânsă legătură, ceea ce impune compararea fondului de salarii efectiv și cu un fond de salarii admisibil. De aceea, în procesul de analiză se calculează și **modificarea relativă a fondului de salarii** ( $\Delta^*Fs$ ), ca diferență între fondul de salarii efectiv și fondul de salarii admisibil ( $Fs_a$ ):

$$\Delta^*Fs = Fs_1 - Fs_a .$$

Fondul de salarii admisibil se stabilește în funcție de fondul de salarii previzionat sau din perioada de bază ( $Fs_0$ ), corectat cu indicele veniturilor din exploatare:

$$Fs_a = Fs_0 \times I_{ve} .$$

Atunci când fondul de salarii admisibil este mai mare decât cel efectiv ( $Fs_a > Fs_1$ ), se obține o economie relativă la fondul de salarii, iar când fondul de salarii admisibil este mai mic decât cel efectiv ( $Fs_a < Fs_1$ ), se înregistrează o depășire relativă la fondul de salarii.

În exemplul considerat fondul de salarii admisibil ia valoarea:

$$Fs_a = 3150 \times \frac{14000}{12000} = 3675 \text{ mii lei}$$

iar modificarea relativă:

$$\Delta^*Fs = 3500 - 3675 = -175 \text{ mii lei} .$$

Deoarece fondul de salarii admisibil a fost mai mare decât fondul de salarii efectiv ( $Fs_a > Fs_1$ ) rezultă că firma a realizat o economie relativă la fondul de salarii de 175 mii lei. Spunem că firma a realizat o economie *relativă* deoarece, în realitate, fondul de salarii efectiv plătit de firmă în anul curent a fost mai mare decât cel plătit în anul precedent, însă în raport cu ceea ce putea plăti, în funcție de volumul de activitate, a plătit mai puțin.

Nu în toate situațiile economia relativă la fondul de salarii se apreciază favorabil. Pot exista situații când o asemenea economie este realizată pe seama reducerii salariilor angajaților ceea ce poate avea consecințe nefavorabile în lanț. De aceea se impune o analiză factorială a acestei economii în vederea identificării factorilor care au generat-o.

Pentru a pune în evidență factorii de influență se folosește modelul:

$$\Delta^*Fs = Ve_1 \cdot \left( \frac{T_1}{Ve_1} \cdot \frac{Fs_1}{T_1} - \frac{T_0}{Ve_0} \cdot \frac{Fs_0}{T_0} \right),$$

unde:  $Ve$  - veniturile din exploatare;

$T$  - factorul muncă apreciat prin numărul mediu de salariați sau prin timpul total lucrat de aceștia.

Modificarea relativă a fondului de salarii este influențată de doi factori direcți:

- productivitatea muncii, exprimată prin timpul consumat pe unitatea de produs, sau la un leu producție  $\left( \frac{T}{Ve} \right)$ ;
- salariul mediu pe unitatea de timp și pe un salariat  $\left( \frac{Fs}{T} \right)$ .

Influențele celor doi factori se calculează astfel:

a) Influența productivității muncii:

$$\Delta^w Fs^* = Ve_1 \cdot \left( \frac{T_1}{Ve_1} \cdot \frac{Fs_0}{T_0} - \frac{T_0}{Ve_0} \cdot \frac{Fs_0}{T_0} \right)$$

b) Influența salariului mediu:

$$\Delta^s Fs^* = Ve_1 \cdot \left( \frac{T_1}{Ve_1} \cdot \frac{Fs_1}{T_1} - \frac{T_1}{Ve_1} \cdot \frac{Fs_0}{T_0} \right).$$

În funcție de nivelul și semnul acestor influențe se pot face aprecieri cu privire la activitatea firmei analizate. Astfel, economia relativă la fondul de salarii poate fi explicată pe seama influenței celor doi factori astfel:

- a) - *influența productivității cu semnul minus;*
- *influența salariului cu semnul minus;*

În aceste condiții înseamnă că productivitatea muncii a crescut (deoarece în relația apare ca factor de influență inversul acesteia) ceea ce se apreciază favorabil, însă salariul mediu a scăzut. Situația nu va fi acceptată de salariați care, deși au lucrat mai bine, au primit un salariu mai mic. Deși pe termen scurt o asemenea politică conduce la economii, pe termen mediu și lung poate avea consecințe dezastruoase, salariații pierzându-și interesul pentru muncă fiind tentați să părăsească firma.

- b) - *influența productivității cu semnul minus;*
- *influența salariului cu semnul plus;*

Productivitatea muncii a crescut. Salariul a crescut și el însă datorită faptului că pe ansamblu firma a înregistrat economie la fondul de salarii înseamnă că productivitatea muncii a crescut mai mult decât salariul. Acesta este cazul dorit și de managerii firmei care pot și trebuie să acorde majorări salariale numai în limita creșterii productivității muncii. Deci situația se apreciază favorabil.

- c) - *influența productivității muncii cu semnul plus;*
- *influența salariului cu semnul minus;*

Productivitatea muncii a scăzut. Salariul mediu a scăzut și el. Deoarece firma a înregistrat economie relativă la fondul de salarii înseamnă că influența cu semnul minus a salariului a fost mai puternică decât influența cu semnul plus a productivității, ceea ce înseamnă că salariul a scăzut mai mult decât productivitatea. Nici o asemenea situație nu este de acceptat deoarece va conduce ireversibil spre falimentul firmei. Practic salariații lucrează din ce în ce mai prost în timp ce firma îi plătește și mai prost, ceea ce va conduce la înrăutățirea situației acesteia.

Iată deci, că din trei cazuri posibile numai într-unul singur situația se apreciază favorabil, în celelalte două deși firma a înregistrat o economie relativă la fondul de salarii, ceea ce aparent se apreciază favorabil, situația este de neacceptat fie pentru manageri fie pentru salariați.

*Exemplu:*

Pentru exemplul considerat, calculul influențelor celor doi factori se prezintă astfel:

a) Influența productivității muncii:

$$\Delta^w Fs^* = 14000 \cdot \left( \frac{160000}{14000} \cdot \frac{3150}{165900} - \frac{165900}{12000} \cdot \frac{3150}{165900} \right) = -637 \text{ mii lei}$$

b) Influența salariului mediu:

$$\Delta^s Fs^* = 14000 \cdot \left( \frac{160000}{14000} \cdot \frac{3500}{160000} - \frac{160000}{14000} \cdot \frac{3150}{165900} \right) = 462 \text{ mii lei.}$$

Constatăm că ne găsim în cazul "b" când productivitatea muncii a crescut mai mult decât a crescut salariul mediu, ceea ce se apreciază favorabil și va avea consecințe benefice asupra eficienței întregii activități desfășurate de firmă.

Pentru o apreciere mai obiectivă asupra situației generale a cheltuielilor cu personalul trebuie urmărită și **eficiența acestei categorii de cheltuieli**. În acest scop se folosesc următorii indicatorul *fond de salarii la 1000 lei venituri din exploatare*:

$$Fs_{/1000Ve} = \frac{Fs}{Ve} \times 1000.$$

Acesta pune în evidență corelația dintre dinamica indicatorului de efort (fondul de salarii) și dinamica indicatorului de efect (veniturile din exploatare). Reducerea fondului de salarii la 1000 lei venituri din exploatare reflectă o creștere a eficienței cheltuielilor cu personalul, ce trebuie obținută pe seama sporirii mai accentuate a veniturilor din exploatare față de creșterea fondului de salarii. Practic, trebuie respectate următoarea corelație:

$$I_{Ve} > I_{Fs}.$$

*Exemplu:*

Nivelul fondului de salarii la 1000 lei venituri din exploatare a fost calculat pe baza datelor din tabelul 11:

$$Fs_{0/1000} = \frac{3150}{12000} \cdot 1000 = 262,5 \text{ lei}; \quad Fs_{1/1000} = \frac{3500}{14000} \cdot 1000 = 250 \text{ lei}$$

$$\Delta Fs_{/1000} = -12,5 \text{ lei}$$

1. Influența veniturilor din exploatare:

$$\Delta_{Fs_{/1000}}^{Ve} = \frac{Fs_0}{Ve_1} \cdot 1000 - \frac{Fs_0}{Ve_0} \cdot 1000 = \frac{3150}{14000} \cdot 1000 - 262,5 = -37,5 \text{ lei}$$

2. Influența fondului de salarii:

$$\Delta_{Fs_{/1000}}^{Fs} = \frac{Fs_1}{Ve_1} \cdot 1000 - \frac{Fs_0}{Ve_1} \cdot 1000 = 250 - \frac{3150}{14000} \cdot 1000 = +25 \text{ lei.}$$

Se observă că veniturile din exploatare au crescut, ceea ce a condus la reducerea  $Fs_{/1000}$  cu 37,5 lei. În același timp a crescut și fondul de salarii ce a condus la creșterea  $Fs_{/1000}$  cu 25 lei. Veniturile din exploatare au crescut însă într-un ritm superior creșterii fondului de salarii, fapt ce a condus la creșterea eficienței cheltuielilor cu personalul, aspect apreciat favorabil.

Analiza se poate face asemănător și pe baza indicatorilor: fond de salarii la 1000 lei cifră de afaceri, respectiv fond de salarii la 1000 lei valoare adăugată.

Un alt obiectiv important al analizei îl constituie **urmărirea corelației dintre dinamica productivității muncii și dinamica salariului mediu**. În condițiile economiei de piață, creșterea mai rapidă a productivității muncii față de creșterea salariului mediu constituie o condiție de bază pentru asigurarea eficienței activității desfășurate.



Necesitatea respectării unei astfel de corelații decurge din faptul că, la creșterea productivității muncii concură și alți factori de producție, care trebuie și ei remunerați.

În cadrul analizei este necesar să se studieze două aspecte:

- situația generală a corelației;
- efectele respectării sau nerespectării acestei corelații.

Pentru analiza situației generale a corelației se poate folosi indicele de corelație, care se exprimă astfel:

$$I_c = \frac{I_s}{I_w},$$

unde:  $I_s$  - indicele salariului mediu;

$I_w$  - indicele productivității muncii.

Respectarea corelației are loc atunci când indicele de corelație este subunitar ( $I_c < 1$ ), în condițiile în care indicele salariului mediu și cel al productivității muncii sunt supraunitari.

În procesul de analiză este necesar să se studieze și efectele respectării sau nerespectării corelației asupra principalilor indicatori economico - financiari:

a) *Asupra fondului de salarii la 1000 lei venituri de exploatare:*

1. influența productivității muncii:

$$\Delta_{Fs/1000}^w = \frac{\bar{S}_0}{W_1} \times 1000 - \frac{\bar{S}_0}{W_0} \times 1000;$$

2. influența salariului mediu pe o persoană:

$$\Delta_{Fs/1000}^s = \frac{\bar{S}_1}{W_1} \times 1000 - \frac{\bar{S}_0}{W_1} \times 1000;$$

b) *Asupra profitului din exploatare:*

1. influența productivității muncii:

$$\Delta_{Pe}^w = -\frac{Ve_1}{1000} \left( \frac{\bar{S}_0}{W_1} \cdot 1000 - \frac{\bar{S}_0}{W_0} \cdot 1000 \right)$$

2. influența salariului mediu:

$$\Delta_{Pe}^s = -\frac{Ve_1}{1000} \left( \frac{\bar{S}_1}{W_1} \cdot 1000 - \frac{\bar{S}_0}{W_1} \cdot 1000 \right)$$

iar prin intermediul acestuia asupra ratei rentabilității și a altor indicatori de eficiență.

### 4.3. Analiza costurilor pe produse și a costului marginal

În condițiile economiei de piață prețurile cu care se vând produsele nu sunt stabilite de către agenții economici în funcție de cheltuielile pe care aceștia le fac, ci sunt determinate de legea cererii și ofertei. În aceste condiții, realizarea unor profituri cât mai mari depinde în mod direct de acțiunea de reducere a costurilor produselor.

Analiza costurilor pe produse are rolul de a evidenția tendințele ce se manifestă în evoluția costurilor pe unitatea de produs, precum și a căilor de reducere a acestora. Nivelul costurilor pe unitatea de produs ( $c$ ) se determină prin raportarea cheltuielilor totale aferente unui produs ( $C$ ) la volumul fizic al producției din produsul respectiv ( $q$ ):

$$c = C/q$$

După determinarea abaterilor intervenite în nivelul acestuia trebuie identificate abaterile pe categorii de cheltuieli și stabilirea posibilităților de reducere a acestora. Principalele categorii sunt:

a) *Cheltuielile cu materiile prime directe*, depind de consumul specific din diferitele materiale ( $cs$ ) și de prețul materialului ( $pm$ ):

$$cm = cs \times pm.$$

b) *Cheltuielile cu salariile directe* ( $chs$ ) depind de productivitatea muncii, exprimată prin timpul consumat pe unitatea de produs ( $t$ ) și de salariul mediu orar ( $\bar{sh}$ ):

$$chs = t \times \bar{s}h .$$

c) *Cheltuielile indirecte* (de regie) ( $ci$ ), ca sumă totală reprezintă acele cheltuieli care nu depind de volumul producției. Pe unitatea de produs se obțin prin raportarea cheltuielilor de regie totale la volumul producției:

$$ci = Ci/q.$$

Un obiectiv important al analizei costului pe produse îl reprezintă stabilirea **costului marginal** adică a celui cost la care este produsă o unitate suplimentară dintr-un produs. Acesta este deci sporul de cheltuieli generat de creșterea volumului producției cu o unitate. Nivelul său se determină cu relația:

$$cm = \Delta Ct / \Delta q ,$$

unde:  $\Delta Ct$  - creșterea cheltuielilor totale;  
 $\Delta q$  - creșterea producției fizice.

Analiza costului marginal permite determinarea punctului în care întreprinderea își desfășoară activitatea cu cheltuielile cele mai mici și servește la fundamentarea deciziei de majorare a volumului producției. Pentru aceasta, nivelul său se compară cu nivelul costului mediu și cu cel al prețului de vânzare.

## 5. ANALIZA RENTABILITĂȚII ÎNTREPRINDERII

Rentabilitatea exprimă capacitatea unei firme de a realiza profit. Principalele obiective ale analizei rentabilității unei firme sunt: analiza profitului, ca indicator de exprimare a rentabilității în mărimi absolute; analiza ratelor de rentabilitate, ca indicatori de exprimare a rentabilității în mărimi relative și analiza rentabilității pe baza punctului critic.

### 5.1. Analiza profitului

Profitul reprezintă rațiunea de a fi a unei întreprinderi. De aceea analiza acestuia trebuie să reprezinte un obiectiv esențial al oricărei analize economico-financiare. În cadrul acestei analize vom urmări trei aspecte de bază și anume:

- analiza profitului total;
- analiza profitului din exploatare;
- analiza profitului aferent cifrei de afaceri.

**Profitul total** al exercițiului reprezintă un indicator sintetic prin care se apreciază, sub formă absolută, rentabilitatea unei firme. Acesta este analizat din punct de vedere structural și factorial.

*Analiza structurală a profitului total* al exercițiului ține seama de elementele componente și de sursele sale de proveniență, așa cum sunt ele prezentate în Contul de Profit și Pierdere. Potrivit acestuia, mărimea profitului total ( $P_b$ ) se determină astfel:

$$P_b = V_t - C_t.$$

Pentru analiza dinamicii profitului brut, se pot calcula modificările absolute și procentuale intervenite în mărimea acestuia în anul curent față de anul de bază.

Modificarea profitului total se explică prin modificarea veniturilor totale și a cheltuielilor totale, ale căror influențe se pot calcula cu ajutorul metodei bilanțiere. Analiza structurală a rezultatului total se poate adânci prin luarea în considerare a influențelor exercitate de modificarea fiecărei categorii de venituri, precum și a categoriilor de cheltuieli aferente.

Nivelul profitului total se mai poate stabili prin însumarea rezultatului de exploatare ( $Re$ ) cu rezultatul financiar ( $Rf$ ) și cu rezultatul extraordinar ( $Rex$ ):

$$P_b = Re + Rf + Rex$$

*Analiza factorială a profitului total* necesită studierea acestuia cu ajutorul unor modele de tip determinist, care permit stabilirea factorilor ce influențează nivelul și evoluția sa, precum și măsurarea acestor influențe. În acest scop, poate fi utilizat următorul model:

$$Pb = Vt \times \frac{Pb}{Vt} = Vt \times Rv,$$

unde:  $Rv = \frac{\sum (gi \times ri)}{100};$

$$gi = \frac{Ve, Vf, Vex}{Vt} \cdot 100;$$

$$ri = \frac{Pe}{Ve}, \frac{Pf}{Vf}, \frac{Pex}{Vex},$$

$Rv$  - profitul mediu ce revine la 1 leu venituri totale;

$gi$  - structura veniturilor totale;

$ri$  - profitul la 1 leu venituri, pe cele trei categorii de venituri.

*Exemplu:*

Pentru aplicarea acestui model, sunt utilizate datele din tabelul 13 pe baza cărora am calculat indicatorii prezentați în tabelul 14:

- mii lei -

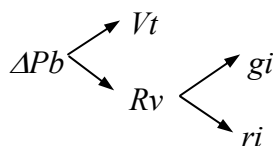
Tabelul 13

Indicatori	An bază	An curent	Modificări	
			Absolute	Procentuale
Venituri totale, din care:	13450	15600	2150	15,99%
- de exploatare	12000	14000	2000	16,67%
- financiare	700	800	100	14,29%
- extraordinare	750	800	50	6,67%
Cheltuieli totale, din care:	12100	13600	1500	12,40%
- de exploatare	10500	11900	1400	13,33%
- financiare	900	950	50	5,56%
- extraordinare	700	750	50	7,14%
Profitul total	1350	2000	650	48,15%

Tabelul 14

Nr. crt.	Activitatea	Structura veniturilor		Profit mediu la 1 leu venituri	
		An bază	An curent	An bază	An curent
1	Exploatare	89,22%	89,74%	0,1250	0,1500
2	Financiară	5,20%	5,13%	-0,2857	-0,1875
3	Extraordinară	5,58%	5,13%	0,0667	0,0625
4	Total	100,00%	100,00%	0,1004	0,1282

Creșterea profitului total cu 650 mii lei în anul curent față de anul de bază se explică pe seama modificării factorilor cu acțiune directă și indirectă, a căror schemă de cauzalitate se prezintă astfel:



Influențele factorilor se calculează cu ajutorul metodei substituirilor în lanț:

$$1. \Delta_{pb}^{Vt} = (Vt_1 - Vt_0) \times Rv_0 = (15600 - 13450) \cdot 0,1004 = 215,8 \text{ mii lei}$$

$$2. \Delta_{pb}^{Rv} = Vt_1 \times (Rv_1 - Rv_0) = 15600 \cdot (0,1282 - 0,1004) = 434,2 \text{ mii lei}$$

$$2.1. \Delta_{pb}^{gi} = Vt_1 \times (Rv'_1 - Rv_0) = 15600 \cdot (0,1009 - 0,1004) = 9 \text{ mii lei}$$

$$2.2. \Delta_{pb}^{ri} = Vt_1 \times (Rv_1 - Rv') = 15600 \cdot (0,1282 - 0,1009) = 425,2 \text{ mii lei.}$$

unde:  $Rv'$  reprezintă profitul mediu brut la 1 leu venituri totale din anul curent, recalculat în funcție de profitul la 1 leu venituri din anul de bază, pe cele trei categorii de venituri totale:

$$Rv' = \frac{\sum (g_i \cdot r_i)}{100} = \frac{89,74 \cdot 0,1250 + 5,13 \cdot (-0,2857) + 5,13 \cdot 0,0667}{100} = 0,1009.$$

Se observă că atât veniturile totale, cât și profitul mediu brut ce revine la 1 leu venituri totale au avut o influență favorabilă asupra modificării profitului brut al firmei; astfel, factorul extensiv ( $Vt$ ) a condus la o creștere cu 215,8 mii lei a profitului total, iar factorul intensiv ( $Rv$ ) a dus la un spor de 434,2 mii lei. Această din urmă creștere se datorează, în cea mai mare parte, influenței exercitate de majorarea ratei rentabilității pe categorii de venituri, care a determinat creșterea profitului total cu 425,2 mii lei. În privința structurii veniturilor, a avut loc o ușoară modificare a ponderii celor trei categorii de venituri în veniturile totale ale firmei ( $g_i$ ) în favoarea acelei activități care asigură un profit la 1 leu venituri pe categorii ( $r_i$ ) superior mediei pe întreprindere ( $Rv$ ) (activitatea de exploatare, unde ponderea veniturilor de exploatare crește de la 89,22% la 89,74% și care asigură un profit de exploatare la 1 leu venituri de exploatare în anul de bază de 0,1250 lei, superior mediei de 0,1004 lei); totodată, a scăzut ponderea veniturilor din activitatea financiară și cea extraordinară.

**Rezultatul din exploatare** reprezintă cea mai importantă componentă a rezultatului total, fiind agreat, în principal, de investitori pentru caracterizarea rentabilității economice a activității finanțate. Nivelul său se poate determina pe baza Contului de Profit și Pierderi, ca diferență între veniturile din exploatare și cheltuielile din exploatare:

$$Re = Ve - Ce$$

Analiza factorială a profitului din exploatare are ca obiectiv identificarea factorilor de influență și măsurarea influenței acestora asupra modificării profitului din exploatare. Se poate realiza cu ajutorul mai multor modele de tip multiplicativ:

$$Re = Ve \times \frac{Pe}{Ve} = Ve \times \bar{Pe} = \bar{Ns} \times \bar{t} \times Wh \times \bar{Pe},$$

$$\text{iar } \bar{Pe} = \frac{\sum ge \cdot re}{100}$$

unde:  $\bar{Pe}$  - profitul mediu de exploatare la 1 leu venituri din exploatare;

$ge$  - reprezintă structura veniturilor de exploatare, adică:

$$ge = \frac{CA; Vps; Vpi; AVe}{Ve} \cdot 100;$$

$re$  - este profitul la 1 leu cifră de afaceri, venituri din producția stocată, venituri din producția imobilizată, alte venituri din exploatare:

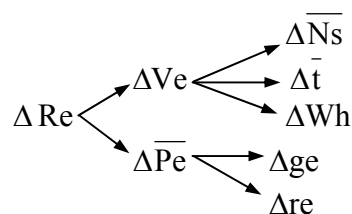
$$re = \frac{Pr}{CA}, \frac{Pps}{Vps}, \frac{Ppi}{Vpi}, \frac{Pav}{AVe};$$

$\bar{t}$  - timpul mediu exprimat în ore lucrat de un salariat într-un an;

$Wh$  - productivitatea medie orară a muncii.

Trebuie precizat că producția stocată și producția imobilizată sunt evaluate în costuri, profitul aferent acestora fiind egal cu 0.

Pentru analiza profitului din exploatare conform acestui model, se va folosi următoarea schemă factorială:



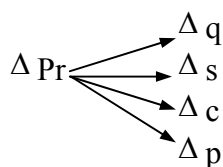
Influențele factorilor se calculează cu ajutorul metodei substituirilor în lanț.

Deoarece în cadrul profitului de exploatare ponderea cea mai mare o deține **profitul aferent producției vândute** (cifrei de afaceri), ne vom opri în continuare asupra lui.

Primul model de analiză pe care îl folosim în analiza profitului aferent cifrei de afaceri se prezintă astfel:

$$Pr = \sum qp - \sum qc = \sum q(s)p - \sum q(s)c ,$$

Schema factorilor cu influență directă se prezintă astfel:



*Exemplu:*

Pentru analiza profitului aferent cifrei de afaceri vom utiliza datele din tabelul următor:

Tabelul 15

Indicatori	An bază	An curent
Cifra de afaceri	10000	12000
Cheltuielile aferente cifrei de afaceri	8500	9900
Producția vândută în perioada curentă exprimată în:		
- costurile perioadei de bază;	-	9300
- prețurile perioadei de bază.	-	11200

Profitul aferent cifrei de afaceri în cele două perioade este:

$$Pr_0 = \sum q_0 p_0 - \sum q_0 c_0 = 10000 - 8500 = 1500 \text{ mii lei}$$

$$Pr_1 = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 c_1 = 12000 - 9900 = 2100 \text{ mii lei}$$

Modificarea absolută a profitului se calculează astfel:

$$\Delta Pr = Pr_1 - Pr_0 = 2100 - 1500 = 600 \text{ mii lei.}$$

Această variație se datorează influențelor factorilor, calculate cu ajutorul metodei substituirilor în lanț:

$$1. \Delta_{Pr}^q = (\sum q_1 s_0 p_0 - \sum q_1 s_0 c_0) - (\sum q_0 s_0 p_0 - \sum q_0 s_0 c_0) = \\ = Pr_0 \cdot I_q - Pr_0 = 1500 \cdot 1,12 - 1500 = 180 \text{ mii lei}$$

unde  $I_q$  este indicele volumului producției vândute, care se calculează astfel:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{11200}{10000} = 1,12$$

$$2. \Delta_{Pr}^s = (\sum q_1 s_1 p_0 - \sum q_1 s_1 c_0) - (\sum q_1 s_0 p_0 - \sum q_1 s_0 c_0) = \\ = (\sum q_1 p_0 - \sum q_1 c_0) - Pr_0 \cdot I_q = (11200 - 9300) - 1500 \times 1,12 = 220 \text{ mii lei}$$

$$3. \Delta_{Pr}^c = (\sum q_1 s_1 p_0 - \sum q_1 s_1 c_1) - (\sum q_1 s_1 p_0 - \sum q_1 s_1 c_0) = \\ = -(\sum q_1 c_1 - \sum q_1 c_0) = -(9900 - 9300) = -600 \text{ mii lei}$$

$$4. \Delta_{Pr}^p = (\sum q_1 s_1 p_1 - \sum q_1 s_1 c_1) - (\sum q_1 s_1 p_0 - \sum q_1 s_1 c_1) = \\ = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 12000 - 11200 = 800 \text{ mii lei}$$

Creșterea volumului fizic al producției vândute a determinat sporirea profitului aferent cifrei de afaceri cu 180 mii lei. Aceasta este o consecință firească a investițiilor efectuate de firmă și care s-au concretizat în creșterea capacității de producție și a volumului de activitate. Este un aspect favorabil, semnificând o creștere a cererii clienților pentru produsele întreprinderii și o sporire a volumului desfacerilor pe piață.

Modificarea structurii producției vândute a condus la creșterea profitului cu 220 mii lei, ca urmare a creșterii ponderii sortimentelor cu un profit pe unitatea de produs mai mare decât media pe întreprindere și a scăderii ponderii sortimentelor cu un profit pe unitatea de produs mai mic decât media pe întreprindere. Cu toate că este o influență pozitivă, semnificația sa trebuie apreciată în strânsă corelație cu cererea manifestată pe piață pentru produsele firmei.

Sporirea, în medie, a costurilor pe unitatea de produs a contribuit la reducerea profitului aferent cifrei de afaceri cu 600 mii lei. Pentru a putea aprecia eficiența acestor cheltuieli, trebuie să se compare influența costului unitar (în mărime absolută) cu cea a prețului de vânzare. În cazul de față, se constată o influență mai mare a prețurilor (800 mii față de 600 mii), ceea ce înseamnă o creștere superioară a acestora în comparație cu creșterea costurilor. Putem, astfel, concluziona că se justifică majorarea costurilor unitare, întrucât acestea se recuperează printr-o creștere mai mare a prețurilor.

Majorarea prețului de vânzare poate fi determinată fie de îmbunătățirea calității producției, caz în care atrage și o majorare a costului de producție pe unitatea de produs (ca urmare a creșterii cheltuielilor materiale unitare sau a cheltuielilor salariale unitare), fie de o situație conjuncturală favorabilă a raportului dintre cerere și ofertă pe piață. Pentru întreprindere, această ultimă cale de sporire a profitului nu este cea mai indicată, deoarece, în viitor, creșterea concurenței nu va mai permite o asemenea evoluție a prețurilor.

## 5.2. Analiza ratelor de rentabilitate

Ratele de rentabilitate sunt indicatori sintetici, prin care se apreciază sub formă relativă situația profitabilității întreprinderii. Ratele rentabilității sunt printre cei mai importanți indicatori prin care se apreciază eficiența activității unei întreprinderi, deoarece reflectă rezultatele obținute ca urmare a trecerii prin toate stadiile circuitului economic: aprovizionare, producție și desfacere.

Rata rentabilității, ca indicator de performanță, poate avea mai multe forme, în funcție de modul de raportare a unui indicator de rezultate (profit, indicatori parțiali ai rentabilității) la un indicator de flux global al activității (cifra de afaceri, venituri din exploatare, venituri totale) sau la mijloacele economice avansate sau consumate pentru obținerea rezultatului respectiv.

De aceea, putem clasifica ratele de rentabilitate în funcție de mai multe criterii, cele mai importante fiind *criteriul bazei de raportare* și *criteriul funcțional*. În afara acestora, mai pot exista criterii referitoare la interesele urmărite în exprimarea acestor rate (interesele managerilor, acționarilor, creditorilor, etc.) sau la tipul de rezultat ce se află la numărătorul ratelor.

**În funcție de criteriul bazei de raportare** se pot distinge ratele de marje sau de structură, care au la numitor un indicator de flux global al activității (exemplu ratele rentabilității comerciale) și ratele de rentabilitate propriu - zise sau de eficiență, care au la numitor mijloacele angajate sau consumate pentru obținerea rezultatelor.

**În funcție de criteriul funcțional** vom clasifica ratele rentabilității în rate ale rentabilității economice, rate ale rentabilității financiare, rate ale rentabilității resurselor consumate și rate ale rentabilității comerciale.

În ceea ce urmează ne vom opri asupra criteriului funcțional, deoarece el înglobează practic și criteriul precedent de clasificare.

**1. Rata rentabilității economice** măsoară performanțele totale ale activității unei firme, independent de modul de finanțare și de sistemul fiscal. Această rată se poate exprima sub mai multe forme, în funcție de modul de exprimare a indicatorului de efort. Întâlnim astfel:

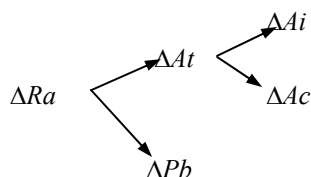
- rata rentabilității economice a activelor, când indicatorul de efort este reprezentat de activele totale sau cele de exploatare;
- rata rentabilității economice a capitalului angajat, când indicatorul de efort este reprezentat de capitalul angajat.

**a) Rata rentabilității economice a activelor**, se calculează ca raport între rezultatul total al exercițiului sau profitul brut total (Pb) și activul total (At), format din activele imobilizate (Ai) și activele circulante (Ac):

$$Ra = \frac{Pb}{At} \cdot 100 = \frac{Pe + Pf + Pex}{Ai + Ac} \cdot 100.$$

Nivelul său prezintă interes, în primul rând pentru managerii întreprinderii, care apreciază astfel, eficiența cu care sunt utilizate activele disponibile.

Schema factorilor cu influență directă și indirectă se prezintă astfel:



Un alt model de analiză factorială a ratei rentabilității economice a activelor se prezintă astfel:

$$Ra = \left( \frac{Vt}{At} \times \frac{Pb}{Vt} \right) \times 100$$

unde:  $\frac{Pb}{Vt}$  - profitul mediu la 1 leu venituri totale (rata rentabilității veniturilor);

$\frac{Vt}{At}$  - eficiența (viteza de rotație) a activelor totale;

Influențele factorilor se calculează cu metoda substituirilor în lanț.

O altă formă de exprimare a ratei rentabilității economice a activelor ține seama de rezultatul de exploatare, sau cel aferent cifrei de afaceri, și de activele totale ale firmei, astfel:

$$Ra = \frac{Pe}{At} \cdot 100 = \left( \frac{Ve}{At} \times \frac{Pe}{Ve} \right) \times 100$$

$$Ra = \frac{Pr}{At} \cdot 100 = \frac{\sum qp - \sum qc}{AI + AC} \cdot 100, \text{ sau}$$

$$Ra = \frac{\sum qp}{At} \left( 1 - \frac{\sum qc}{\sum qp} \right) \cdot 100 = E_{At} (1 - C_{/1\text{leu CA}})$$

Potrivit acestui model, rata rentabilității economice a activului este influențată de doi factori direcți: eficiența activelor totale și cheltuielile la 1 leu cifră de afaceri, ale căror influențe se determină cu metoda substituirilor în lanț.

Pentru creșterea nivelului său se poate acționa prin creșterea eficienței utilizării activelor totale și prin reducerea cheltuielilor ce revin la 1 leu cifră de afaceri.

Rata rentabilității economice a activelor se poate calcula și numai pentru activitatea de exploatare, prin raportarea profitului de exploatare la mărimea activelor de exploatare, astfel:

$$Ra = \frac{Pe}{Ae} \times 100 = \frac{Ve}{Ae} \times \frac{Pe}{Ve} \times 100$$

Prin aplicarea metodei substituirilor în lanț, se pot calcula influențele factorilor asupra modificării ratei rentabilității economice și se pot face aprecieri cu privire la factorii cu influență pozitivă și negativă care au determinat evoluția acestei rate.

**b) Rata rentabilității economice a capitalului angajat** se determină ca raport între rezultatul total al exercițiului sau rezultatul din exploatare și capitalul angajat:

$$Re = \frac{Pb; Pe}{Ka} \cdot 100$$

De nivelul acestei rate sunt interesați, în primul rând investitorii actuali și cei potențiali (acționarii și băncile), care o compară cu rentabilitatea unor alte forme de plasament (dobânzile la depozitele bancare, câștigul din plasarea capitalului la alte întreprinderi etc.), dar și managerii, pentru care un nivel ridicat al acestei rate semnifică o gestiune eficientă a capitalurilor investite. În acest sens ei compară rata rentabilității economice cu rata medie a costului capitalului ( $R_{ci}$ ), putându-se întâlni următoarele situații:

- când  $R_e > R_{ci}$  înseamnă că activitatea desfășurată degajă o rentabilitate economică superioară costului capitalului, înregistrându-se o valoare adăugată economică pozitivă care va spori valoarea de piață a întreprinderii;

- când  $R_e < R_{ci}$  înseamnă că rentabilitatea obținută nu poate acoperii solicitările furnizorilor de capital, înregistrându-se o valoare adăugată economică negativă și o reducere a capitalurilor proprii.

**2. Rata rentabilității financiare ( $R_f$ )** exprimă eficiența utilizării capitalului propriu al firmei. Din acest considerent, rata rentabilității financiare prezintă o importanță deosebită, în primul rând, pentru acționari, care apreciază, în funcție de nivelul acesteia, dacă investiția lor este justificată și dacă vor continua să sprijine dezvoltarea firmei prin aportul unor noi capitaluri sau prin renunțarea, pentru o perioadă limitată, la o parte din dividendele cuvenite.

Rata rentabilității financiare este influențată de existența a doi factori, și anume:

- folosirea în cadrul structurii de capital a întreprinderii a capitalului împrumutat;

- deductibilitatea cheltuielilor cu dobânzile, prin posibilitatea introducerii acestora pe cheltuielile întreprinderii (drept cheltuieli financiare) și existența efectului de “scut de impozit”.

În plus, este necesar ca rata rentabilității economice să fie superioară costului capitalului împrumutat, în caz contrar, folosirea capitalurilor împrumutate devenind inefficientă.

Rata rentabilității financiare se poate calcula prin raportarea profitului net ( $P_n$ ) la mărimea capitalului propriu, astfel:

$$R_f = \frac{P_n}{K_{pr}} \times 100.$$

Nivelul acestei rate se compară cu costul capitalului propriu, respectiv cu rentabilitatea medie așteptată de acționari dacă acest capital ar fi fost investit în altă afacere cu riscuri comparabile.

Pentru a elimina influența elementelor extraordinare, cu caracter aleatoriu, care pot avea, uneori, o pondere semnificativă în cadrul profitului net, este necesar ca în locul rezultatului net al exercițiului după impozitare (profitului net) să operăm cu rezultatul curent al exercițiului. În vederea folosirii valorilor nete, putem deduce mărimea teoretică a impozitului pe profit aferent acestui rezultat curent.

Din relația de calcul al acestei rate, rezultă că, pentru creșterea nivelului său, este necesar ca profitul net să crească într-un ritm superior creșterii capitalului propriu.

Pentru o analiză mai detaliată a acestei rate, se impune descompunerea sa într-un produs de două sau mai multe rate. Un astfel de model ține seama de eficiența utilizării capitalului propriu ( $E_{kpr}$ ) și de rata rentabilității vânzărilor ( $R_v$ ), astfel:

$$R_f = E_{kpr} \times R_v = \frac{CA}{K_{pr}} \times \frac{P_n}{CA} \times 100,$$

unde: CA – cifra de afaceri.

În cadrul analizei, se poate studia și **legătura dintre rata rentabilității financiare, rata rentabilității economice și rata dobânzii**, prin intermediul gradului de îndatorare sau al pârghiei financiare și al cotei de impozit pe profit.

Fiecare dintre aceste categorii de rate exprimă modul de finanțare a unei forme de capital. Astfel, dacă rata rentabilității economice exprimă eficiența utilizării capitalurilor investite, rata rentabilității financiare și rata dobânzii exprimă modul de remunerare a celor două componente ale



acestui (capitalul propriu și capitalul împrumutat). În condițiile unei rate a rentabilității economice date, orice modificare a raportului dintre capitalul propriu și capitalul împrumutat conduce la modificarea ratei rentabilității financiare.

Pentru a exprima legătura dintre aceste trei rate, se folosește relația:

$$R_f = [R_e + (R_e - R_d) \times \frac{D}{K_{pr}}] (1 - \frac{C_i}{100}),$$

unde:

$R_d$  – rata dobânzii pentru creditele luate de la bănci;

$D$  – datoriile purtătoare de dobânzi;

$C_i$  – cota de impozit pe profit;

$\frac{D}{K_{pr}}$  - levierul sau pârghia financiară;

$(R_e - R_d) \frac{D}{K_{pr}}$  - efectul de levier financiar.

Din această relație, observăm că, în funcție de raportul care există între rata rentabilității economice și rata dobânzii, efectul de levier financiar va fi pozitiv sau negativ, adică apelarea la credite bancare va conduce la creșterea sau la scăderea rentabilității financiare. Astfel:

a) Dacă  $R_e > R_d$ , apelarea la capitaluri împrumutate va conduce la creșterea rentabilității financiare, deoarece efectul de levier financiar va fi pozitiv și va reveni acționarilor ( $R_f > R_e$ ). În acest caz, întreprinderea va avea interesul să folosească cât mai multe împrumuturi pentru a beneficia de efectul de levier financiar, însă până la limita riscului de insolvabilitate.

b) Dacă  $R_e = R_d$ , apelarea la credite nu va avea nici un efect asupra rentabilității financiare, nivelul acesteia fiind egal cu cel al rentabilității economice, corectată cu cota de impozit pe profit:  $R_f = R_e \cdot (1 - C_i)$ .

c) Dacă  $R_e < R_d$ , contractarea unor noi împrumuturi va conduce la reducerea ratei rentabilității financiare ( $R_f < R_e$ ), efectul de levier financiar fiind negativ. În acest caz, activitatea firmei respective se caracterizează prin ineficiență și va conduce, treptat, la decapitalizarea sa.

Deci, efectul de levier financiar este pozitiv doar în măsura în care rata rentabilității economice este superioară ratei dobânzii. Problema fundamentală este de a ști dacă eventualele condiții economice nefavorabile pot conduce la reducerea rentabilității economice astfel încât să provoace un efect de levier financiar negativ.

**3. Rata rentabilității resurselor consumate** se exprimă ca raport între un anumit rezultat economic și cheltuielile efectuate pentru obținerea acestuia. Prezintă interes pentru managerii întreprinderii, care trebuie să asigure o utilizare eficientă a resurselor disponibile. Putem calcula astfel următoarele rate:

a) **Rata rentabilității cheltuielilor de exploatare** ( $R_{ce}$ ):

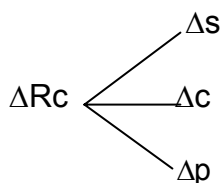
$$R_{ce} = \frac{P_e}{C_e} \times 100;$$

unde:  $C_e$  - cheltuielile de exploatare;

b) **Rata rentabilității cheltuielilor aferente cifrei de afaceri** ( $R_c$ ), calculată ca raport între profitul aferent cifrei de afaceri a întreprinderii ( $P_r$ ) și costul producției vândute (valoarea cifrei de afaceri exprimată în costuri complete):

$$R_c = \frac{P_r}{\sum q \times c} \times 100 = \frac{\sum q(s)p - \sum q(s)c}{\sum q(s)c} \times 100.$$

Rezultă că modificarea ratei rentabilității resurselor consumate se explică, în mod direct, prin modificarea structurii producției vândute ( $s$ ), a costurilor pe produse ( $c$ ) și a prețurilor de vânzare fără TVA pe categorii de produse ( $p$ ). Schema factorilor cu influență directă se prezintă astfel:



Modificarea volumului fizic al producției vândute pe sortimente ( $q$ ) nu influențează în mod direct asupra ratei rentabilității resurselor consumate, deoarece apare și la numărător și la numitor, pe ansamblu influența sa fiind nulă.

În ceea ce privește modificarea structurii producției, deși aceasta apare, la rândul său, atât la numărător, cât și la numitor, influența sa nu este nulă, deoarece la numărător avem structura producției vândute exprimată cu ajutorul prețului și a costului, în timp ce la numitor avem structura producției vândute exprimată numai cu ajutorul costului, ori raportul cost/preț nu este constant pentru toate produsele și, deci, și cele două posibilități de exprimare a structurii sunt diferite.

*Exemplu:*

Pentru calculul și analiza acestei rate vom considera următorul exemplu:

Tabelul 16

Indicatori	An bază	An curent
Cifra de afaceri	10000	12000
Cheltuieli aferente cifrei de afaceri	8500	9900
Volumul producției vândute în anul curent exprimat în:		
- prețurile de vânzare din anul de bază	-	11200
- costurile din anul de bază	-	9300
Profitul aferent cifrei de afaceri	1500	2100
Rata rentabilității resurselor consumate	17,65%	21,21%

Influențele celor trei factori cu acțiune directă se determină astfel:

a) influența modificării structurii producției vândute:

$$\begin{aligned} \Delta_{Rc}^s &= \frac{\sum q_1(s_1)p_0 - \sum q_1(s_1)c_0}{\sum q_1(s_1)c_0} \times 100 - \frac{\sum q_0(s_0)p_0 - \sum q_0(s_0)c_0}{\sum q_0(s_0)c_0} \times 100 = R^* - R_0 \\ &= \frac{11200 - 9300}{9300} \cdot 100 - 17,65\% = 2,78\% \end{aligned}$$

b) influența modificării costurilor unitare:

$$\begin{aligned} \Delta_{Rc}^c &= \frac{\sum q_1(s_1)p_0 - \sum q_1(s_1)c_1}{\sum q_1(s_1)c_1} \times 100 - \frac{\sum q_1(s_1)p_0 - \sum q_1(s_1)c_0}{\sum q_1(s_1)c_0} \times 100 = R^{**} - R^* = \\ &= \frac{11200 - 9900}{9900} \cdot 100 - \frac{11200 - 9300}{9300} \cdot 100 = -7,30\% \end{aligned}$$

c) influența modificării prețurilor de vânzare:

$$\begin{aligned} \Delta_{Rc}^p &= \frac{\sum q_1(s_1)p_1 - \sum q_1(s_1)c_1}{\sum q_1(s_1)c_1} \times 100 - \frac{\sum q_1(s_1)p_0 - \sum q_1(s_1)c_1}{\sum q_1(s_1)c_1} \times 100 = R_1 - R^{**} = \\ &= 21,21\% - \frac{11200 - 9900}{9900} \cdot 100 = 8,08\% \end{aligned}$$

Creșterea ratei rentabilității resurselor consumate poate avea loc prin:

- îmbunătățirea structurii produselor vândute, prin creșterea ponderii produselor a căror rată a rentabilității resurselor consumate este superioară ratei medii pe întreprindere ( $r > \bar{r}$ );
- reducerea costurilor pe unitatea de produs ( $c_1 < c_0$ );
- creșterea prețurilor de vânzare, care poate avea loc numai prin creșterea calității produselor și în corelație cu evoluția raportului dintre cererea și oferta pentru bunurile respective ( $p_1 > p_0$ ).

În situația de față, se observă că prețurile de vânzare au avut o influență pozitivă asupra evoluției ratei rentabilității, în timp ce costurile pe unitatea de produs au crescut, determinând o reducere a ratei rentabilității.

**4. Rata rentabilității veniturilor (Rv)** exprimă profitul total ce revine la 100 lei venituri. Nivelul său se determină cu relația:

$$Rv = \frac{Pt}{Vt} \cdot 100$$

Prin acest model, urmărim corelația dintre dinamica profitului și dinamica veniturilor. Pentru a evidenția influențele factorilor, se folosește metoda substituirilor în lanț.

O situație favorabilă se înregistrează atunci când profitul crește într-un ritm superior creșterii veniturilor totale.

Pentru analiza factorială mai poate fi utilizat următorul model:

$$Rv = \frac{\sum gi \cdot ri}{100},$$

unde:  $gi$  – structura veniturilor totale pe categorii;

$$gi = \frac{Ve; Vf; Vex}{Vt} \cdot 100$$

$ri$  – rata rentabilității pe categorii de venituri;

$$ri = \frac{Pe}{Ve}; \frac{Pf}{Vf}; \frac{Pex}{Vex} \cdot 100$$

Influențele celor doi factori se determină astfel:

1. Influența structurii veniturilor totale:

$$\Delta_{Rv}^{gi} = \frac{\sum gi_1 ri_0}{100} - \frac{\sum gi_0 ri_0}{100}$$

2. Influența ratei rentabilității pe categorii de venituri:

$$\Delta_{Rv}^{ri} = \frac{\sum gi_1 ri_1}{100} - \frac{\sum gi_1 ri_0}{100}$$

Potrivit acestui model, pentru creșterea ratei rentabilității veniturilor se poate acționa prin modificarea structurii veniturilor totale în favoarea celor cu o rentabilitate mai mare, dar, mai ales, prin creșterea rentabilității diferitelor categorii de venituri.

O variantă a ratei rentabilității veniturilor, circumscrisă activității de exploatare, este **rata rentabilității comerciale (Rcom)**. Această rată exprimă eficiența activității de comercializare a întreprinderii, ca rezultat al eforturilor de promovare a produselor și al politicii de prețuri adoptate de întreprindere.

Rata rentabilității vânzărilor se poate determina sub una din următoarele forme:

$$Rcom = \frac{Re}{CA} \times 100 = \frac{Re}{\sum qp} \times 100,$$

unde:  $Re$  – rezultatul exploatării.

În cadrul acestui model, factorii de influență sunt cifra de afaceri, ca factor cantitativ, determinată, la rândul său, de volumul producției vândute și de prețul de vânzare fără TVA, și, respectiv, excedentul brut de exploatare sau rezultatul brut de exploatare, ca factori calitativi. Pentru întreprinderile mici și mijlocii, care nu au o forță de piață deosebită sau care se află pe piețe puternic concurențiale, creșterea rentabilității vânzărilor se poate obține, mai ales, prin sporirea  $Re$ , ca rezultat al reducerii costurilor de producție, deoarece cifra de afaceri nu poate înregistra creșteri foarte însemnate.

Dacă ne vom referi strict la activitatea de producție și comercializare, adică la profitul aferent cifrei de afaceri, deoarece rezultatul de exploatare poate conține influența altor elemente, care nu au legătură directă cu cifra de afaceri, rata rentabilității comerciale sau a vânzărilor poate fi exprimată astfel:

$$Rcom = \frac{Pr}{CA} \times 100 = \frac{\sum q(s)p - \sum q(s)c}{\sum q(s)p} \times 100$$

Acest model cuprinde aceiași factori de influență ca și rata rentabilității resurselor consumate, situați în aceeași ordine de condiționare:  $s$ ,  $c$ ,  $p$ . Calculul și interpretarea influențelor acestor factori se face în mod asemănător ca și în cazul ratei rentabilității resurselor consumate, prin aplicarea metodei substituției în lanț.

### 5.3. Analiza rentabilității pe baza punctului critic

Studiul corelației dintre volumul vânzărilor unei firme, costurile de exploatare și profitul brut, la diverse niveluri ale producției este cunoscut sub denumirea de analiza cost - volum - profit sau analiza pragului de rentabilitate. Pragul de rentabilitate, denumit și punct critic sau punct de echilibru, reprezintă acel volum al producției care permite acoperirea integrală a cheltuielilor efectuate din veniturile obținute, fără a se realiza profit. Pentru a determina pragul de rentabilitate al unei firme se pot utiliza două metode: metoda grafică și metoda algebrică.

Pe baza metodei algebrice, mărimea producției corespunzătoare punctului critic se poate stabili în unități fizice sau valorice.

**În unități fizice**, nivelul producției corespunzătoare punctului critic ( $q_{cr}$ ) se determină, pe fiecare produs, prin raportarea sumei totale a cheltuielilor fixe ( $C_f$ ), la diferența dintre prețul de vânzare al produsului ( $p$ ) și nivelul cheltuielilor variabile pe unitatea de produs ( $cv$ ), numită și marja cheltuielilor variabile ( $mcv$ ):

$$q_{cr} = \frac{C_f}{p - cv} \text{ sau } q_{cr} = \frac{C_f}{mcv}$$

**În unități valorice**, mărimea cifrei de afaceri corespunzătoare punctului critic ( $CA'$ ) se poate stabili prin raportarea sumei totale a cheltuielilor fixe ale firmei ( $CF$ ) la diferența dintre 1 și nivelul relativ al cheltuielilor variabile față de cifra de afaceri totală ( $Ncv$ ), numită și rata marjei cheltuielilor variabile ( $Rmv$ ):

$$CA' = \frac{CF}{1 - \frac{Cv}{CA}} = \frac{CF}{1 - Ncv} = \frac{CF}{Rmv}$$

Analiza pragului de rentabilitate presupune și determinarea nivelului producției, respectiv al cifrei de afaceri, la care se poate obține și un anumit profit previzionat ( $P'$ ). În acest caz se pot folosi următoarele relații:

$$q_t = \frac{C_f + P'}{p - cv} = \frac{C_f + P'}{mcv} \quad CA_t = \frac{CF + P'}{1 - \frac{Cv}{CA}} = \frac{CF + P'}{Rmv}$$

Informațiile obținute dintr-o analiză a pragului de rentabilitate pot fi folosite pentru evaluarea riscului de exploatare la care este supusă o firmă. În acest scop se poate calcula un **indicator de poziție** față de pragul de rentabilitate.

Indicatorul de poziție se poate determina atât sub formă absolută cu ajutorul **marjei de siguranță** ( $Ms$ ), cât și sub formă relativă pe baza **indicelui de siguranță** ( $Is$ ), astfel:

$$Ms = CA_1 - CA'; \quad Is = \frac{CA_1}{CA} \times 100$$

Marja de siguranță exprimă diferența sau ecartul dintre cifra de afaceri efectivă ( $CA_1$ ) și cifra de afaceri corespunzătoare pragului de rentabilitate ( $CA'$ ). Cu cât acest ecart este mai mare, cu atât întreprinderea va avea o flexibilitate și o adaptabilitate mai mare la evoluțiile pe termen scurt și mediu înregistrate de sectorul economic în care ea operează. Astfel, o creștere a acestui indicator denotă o reducere a riscului de exploatare înregistrat de o anumită firmă.

Mărimile calculate pentru marja de siguranță și indicele de siguranță (coeficient de volatilitate) se pot compara cu rezultatele obținute din anumite studii statistice efectuate în acest scop, în funcție de care firmele se pot încadra în următoarele zone de risc:

- dacă cifra de afaceri efectivă este cu cel mult 10% mai mare decât cifra de afaceri critică, firma se află într-o situație riscantă (zonă instabilă);
- dacă cifra de afaceri efectivă este mai mare cu 10 până la 20% decât cifra de afaceri critică, firma se află într-o situație relativ stabilă;

- dacă cifra de afaceri este cu peste 20% mai mare decât cifra de afaceri corespunzătoare punctului critic, atunci firma se află într-o situație lipsită de riscuri semnificative.

**Bibliografie minimală:**

1. Bușe L., Siminică M., Cîrciumaru D., Simion D., Ganea M. – *Analiză economico-financiară*, Editura Sitech, Craiova, 2010;
2. Bușe L., Siminică M., Cîrciumaru D., Marcu N. – *Analiză economico-financiară a firmei*, Editura Sitech, Craiova, 2007;
3. Vâlceanu Gh., Robu V, Georgescu N. - *Analiză economico-financiară*, Editura Economică, București, 2006